物理学演習第一 d クラス No.2

2012.4.26(Tue.)
2012.5.10(Tue.)

【1】《速度に比例した抵抗》
水平面の上で質量 m の物体を初速 v_0 で滑らせた ($v_0 > 0$). 物体にはその速度 v に比例した大きさの抵抗力 (大きさ $m\beta v$) が作用するとして以下の問に答えよ．ただし，物体の運動方向を x 軸に取り，物体の最初の位置を原点とする．
(i) β の次元を L, M, T を用いて表せ．
(ii) 物体の運動方程式を記せ．
(iii) 速度 v と物体の位置 x を求めよ．
(iv) (iii) の結果をグラフに描け.
(v) 物体が静止するまでに進む距離を求めよ.
(vi) 抵抗力として速度の平方根に比例した大きさの力 $m\beta'\sqrt{v}$ が作用するとしたときの 物体の速度 v' と位置 x' を求めよ.
(vii) (v) の結果をグラフに描け.
(viii) 抵抗力として速度の 2 乗に比例した大きさの力 $m\beta''v^2$ が作用するとしたときの物体の速度 v'' と位置 x'' を求めよ.

【2】《重力場中の調和振動子》
バネに吊るされた質点の運動を考える. 運動は鉛直方向 (z 軸上) に起こるものとし, 質点がないときのバネの自然長の長さを z 軸の原点にとる. 質点の質量を m, バネ定数を k, 重力加速度を g とし, 空気抵抗はないものとして, 以下の問に答えよ.
(i) 質点の運動方程式を書け.
(ii) 質点の釣り合いの位置 z_0 を m, k, g を用いて表せ.
(iii) $z'(t) = z(t) - z_0$ とおくと, z' は, 釣り合いの位置を原点に選んだ場合の質点の座標となる. (i) で求めた運動方程式を z' に関する式で書き直せ.
(iv) 質点の運動 $z(t)$ の一般解を求めよ.
(v) バネの自然長の位置 ($z = 0$) から静かに質点を落としたときの運動 $z(t)$ を求めよ.

【3】《定数係数線形常微分方程式》
次の微分方程式を解け.
(i) $\dfrac{dx}{dt} + ax = b.$
(ii) $\dfrac{dx}{dt} + ax = b\sin(\omega t).$
(ヒント: 定数変化法でも良いが, ここでは $x(t) = A\sin(\omega t - \theta)$ という形の特殊解を仮定すると比較的容易に解ける.)
(iii) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + x = 0.$
(ヒント: この特性方程式は重解をもつ. 重解を λ_0 として, $x(t) = A(t)e^{\lambda_0 t}$ と書き換えて, $A(t)$ に関する微分方程式を書き下してみよう.)