現代経済の諸問題レポート課題 #4

出題日 11/10(火)　提出日 11/17(火)

1. 国連安全保障理事会における勝利提携全体Ωについて，中村ナンバー$N(\Omega)$を求めなさい。

2. 投票者の集合がN，勝利提携全体が$\Omega \subseteq 2^N$である投票ゲームについて，①任意の$T_1, T_2, T_3 \in \Omega$について$T_1 \cap T_2 \cap T_3 \neq \phi$で，②ある$S_1, S_2, S_3, S_4 \in \Omega$について$S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 = \phi$であるとする。
   (1) 上記の条件①,②をみたすような$\Omega \subseteq 2^N$の例を 1 つ挙げなさい。（投票者の人数は任意で構わない）
   (2) 選択肢の集合が$A = \{x, y, z\}$のとき，任意の選好組の下で投票ゲームのコアが非空になることを示しなさい。
   (3) 選択肢の集合が$A = \{x, y, z, w\}$のとき，投票ゲームのコアが空集合となるような選好組の例を 1 つ挙げなさい。

3. n, kは$n > k > \dfrac{n}{2}$をみたす任意の自然数とする。投票者の集合が$N = \{1, \ldots, n\}$，勝利提携全体が$\Omega = \{S \subseteq N \mid \# S \geq k\}$で与えられているとしよう。
   (1) 有限集合Nの任意の部分集合$S, T \subseteq N$について，$\#(S \cap T) \geq \# S + \# T - \# N$が成り立つことを示しなさい。
   (2) 任意の$\Omega' \subseteq \Omega$について，$\# \bigcap_{S \in \Omega'} S \geq n - (n-k) \times \# \Omega'$が成り立つことを示しなさい。
   (3) 中村ナンバー$N(\Omega)$を求めなさい。