マクロ経済学第一 (2015 年度後期)　講義補助資料
長期のマクロ経済分析

大土井　涼二
社会理工学研究科　社会工学専攻

この資料の目的：テキスト 6.1-6.3 節の補足

⇓

1. **(補足するポイントその 1)**：テキストでは省略された，労働市場も含む均衡を導出する．

   (∗) モデルで記述したすべての市場の均衡を考察するモデルを一般均衡モデル (general equilibrium model) という．

2. **(補足するポイントその 2)**：6.3 節の分析とは異なり，政府の租税 (T_1, T_2) や国債発行 B は均衡の消費や生産，実物投資に影響を与えないことを示す．

   (∗) 均衡配分が政府行動を表す変数の内政府支出だけに依存し，その財源調達方法 (租税 or 国債発行) には依存しないことをリカードの等価定理 (Ricardian equivalence)，もしくはリカードの中立定理 (Ricardian neutrality) という．

   (∗) リカードの等価定理についてはテキスト 13 章で解説されているので，その詳細，及び定理の成立条件についての解説はマクロ経済学第二に譲り，ここでは，6 章で考察するモデルが等価定理を満たすという事実の指摘に留める．

1　より詳細な長期マクロ経済分析 (一般均衡)

1.1　家計行動

- テキスト 2 章では単に Y_t と表された家計の各期の所得は，大きく 2 つに分類される
  - **労働所得:** いま総労働供給は $\overline{L}$ に固定されているとする．

    ⇒ 家計の t 期の労働所得は $w_t\overline{L}$
  - **資産からの利子所得:** 前期末の資産残高を A_{t-1} とすると，今期その資産保有から r_tA_{t-1} の利子所得を得る．

- 従って，第 1, 2 期の各期の予算制約をより正確に記述すると

$$w_1\overline{L} + r_1 A_0 = C_1 + S, \tag{1}$$

$$w_2\overline{L} + (1+r_2)A_1 = C_2. \tag{2}$$

ここで，貯蓄は資産残高の時間変化であることより，以下が成立.

$$S = A_1 - A_0. \tag{3}$$

(1)–(3) 式より，家計の異時点間の予算制約式が以下のように得られる.

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} = w_1\overline{L} + (1+r_1)A_0 + \frac{w_2\overline{L}}{1+r_2}$$

- オイラー方程式：テキスト第 2 章と同様の方法により，

$$(1+\rho)\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = 1 + r_2, \tag{4}$$

1.2 企業行動

- 企業行動の生産関数:

$$Y_t = F(K_t, L_t), \quad t = 1, 2,$$

ここで，L_t は企業による労働需要量である.

$(*)$ 前節までの F とは性質が異なるので注意.

(仮定)

1. 正の限界生産力： $F_K(K,L) \equiv \partial F/\partial K > 0$, $F_L(K,L) \equiv \partial F/\partial L > 0$
2. 限界生産力の逓減： $F_{KK}(K,L) \equiv \partial^2 F/(\partial K)^2 < 0$, $F_{LL}(K,L) \equiv \partial^2 F/(\partial L)^2 < 0$.
3. 一次同次：$\forall\lambda \neq 0, \forall(K,L) \in \Re^2_+$, $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K,L)$.

$(*)$ 仮定 2 と 3 よりこの関数 F は凹関数 (concave function) である．しかし厳密な凹関数 (強凹関数，strictly concave function) とは限らない.

- 企業価値最大化最大化問題

$$\max_{K_2, L_1, L_2} V_0 = \frac{1}{1+r_1}\left[F(K_1, L_1) - w_1 L_1 - \underbrace{(K_2 - K_1)}_{=I} + V_1\right]$$

ただし

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{1+r_2}\left[F(K_2, L_2) - w_2 L_2 - \underbrace{(0 - K_2)}_{\text{マイナスの実物投資}}\right] \\ &= \frac{F(K_2, L_2) - w_2 L_2 + K_2}{1+r_2}. \end{aligned}$$

- 一階条件：

$$F_K(K_2, L_2) = r_2, \tag{5}$$

$$F_L(K_t, L_t) = w_t, \quad t = 1, 2. \tag{6}$$

(∗) 関数 F が一次同次より，$F(K, L) = F_K(K, L)K + F_L(K, L)L$ が任意の (K, L) について成立する [1]．これと一階条件 (5), (6) 式を V_t の定義式に代入することにより，

$$V_1 = K_2, \quad V_0 = \frac{1 + F_K(K_1, L_1)}{1 + r_1} K_1. \tag{7}$$

が成立する．また，簡単化のため，以下では第 1 期に

$$r_1 = F_K(K_1, L_1)$$

が成立することを仮定しよう．これにより，$V_0 = K_1$ が成立する．

1.3 市場均衡条件

- **労働市場均衡：**総労働供給は $\overline{L}$ で固定されていることより，企業による労働需要 L_t は常に $\overline{L}$ に等しい：

$$L_t = \overline{L}, \quad t = 1, 2. \tag{8}$$

- **資産市場均衡：**閉鎖経済より，企業はこの国の家計により所有されている．従って，家計の保有する資産残高は企業価値 (株式) に等しくなる．

$$A_t = V_t \quad t = 0, 1. \tag{9}$$

1.4 長期マクロ経済均衡

- (3), (7) 及び (9) 式を家計の予算制約式 (1), (2) 式に代入することにより，各期の予算制約式を

$$w_1\overline{L} + r_1K_1 = C_1 + K_2 - K_1,$$

$$w_2\overline{L} + (1 + r_2)K_2 = C_2$$

と書きなおすことができる

- (5), (6) より，$w_t\overline{L} + r_tK_t = F(K_t, \overline{L})$．以下では，$f(K_t)$ を $F(K_t, \overline{L})$ と定義．

$\Downarrow$

[1] $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$ を λ に関して微分し，それを $\lambda = 1$ で評価することで導出される．

- 従って，上の 2 本の式は最終的に

$$K_2 - K_1 = f(K_1) - C_1, \tag{10}$$

$$K_2 + f(K_2) = C_2. \tag{11}$$

と書き直される．これは各期の財市場均衡条件に他ならない．

最後に，(5) をオイラー方程式 (4) 式に代入することで

$$(1+\rho)\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = 1 + f'(K_2), \tag{12}$$

が得られる．ここで，$f'(K_2) \equiv F_K(K_2, \overline{L})$.

K_1 を所与として，C_1, C_2, K_2 が (10)-(12) 式から決定される．これらの変数が定まると，それに応じて $r(\equiv f'(K_2))$, Y_t, I などの変数が導出される．

1.5 モデルが閉じているか？

- 一般均衡モデルが正しく解けることを，「モデルが閉じている」という．では，正しく解けているかどうかをどう確認すればよい？

  $\Downarrow$

- ワルラス法則が成立しているかをチェックすればよい．

  ワルラス法則 (Walras' law)

  全ての市場の超過需要の総和は恒等的にゼロとなる

  $\Rightarrow$ n 個の市場を考えたとき，$n-1$ 個の市場が均衡すれば，残りの市場は必ず均衡する．

  $\Rightarrow$ n 本の市場均衡条件式の内，分析に使えるのは ($\Leftrightarrow$ 独立なのは) $n-1$ 本.

- **ワルラス法則成立のチェック：** 労働市場均衡 (8) 式，資産市場均衡 (9) 式，及び第 1 期の財市場均衡条件 (10) 式を異時点間の家計の予算制約式に代入することにより，第 2 期の財市場均衡条件 (11) が自ずと満たされることをチェックする．

  $\Rightarrow$ 簡単なので各自でチェックすること．

  $\Downarrow$

  (含意) 従って，均衡導出の際にはどれか 1 本の式を均衡条件から外す．

  $\Rightarrow$ この節の分析では，均衡を導出する際に異時点間の家計の予算制約式を用いていないことに注意．

  ($*$) 対照的に，前節の分析では異時点間の予算制約式 (19) 式を用いるかわりに，第 2 期の財市場均衡を均衡条件式から外している．

2　政府の経済活動とマクロ経済

2.1　政府活動の導入〜政府の予算制約

- ここでの政府行動：
  - 第 1 期：G_1 の政府支出を行うため，T_1 の税を家計から徴収し，加えて B だけの国債を発行
  - 第 2 期：G_2 の政府支出と $(1+r)B$ の国債償還に必要な資金を捻出するため，T_2 の税を家計から徴収
- 政府の予算制約：

$$B = G_1 - T_1, \tag{13}$$

$$T_2 = G_2 + (1+r)B. \tag{14}$$

- また，この政府活動の導入に伴い，家計の予算制約は以下のように変更される．

$$Y_1 - T_1 = C_1 + S, \tag{15}$$

$$Y_2 - T_2 + (1+r)S = C_2. \tag{16}$$

2.2　実質 GDP の決定

2.2.1　家計行動と企業行動

- 第 2 章と同様の方法により，(15), (16) 式を使って家計の異時点間の予算制約式を次のように導出できる．

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 - T_1 + \frac{Y_2 - T_2}{1+r}. \tag{17}$$

また，(13), (14) 式より，政府についても以下の異時点間の予算制約式を得る．

$$G_1 + \frac{G_2}{1+r} = T_1 + \frac{T_2}{1+r}. \tag{18}$$

この (18) 式と生産関数の定義を使って，家計の異時点間の予算制約式 (17) は次のように書きなおすことができる．

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = F(K_1) - G_1 + \frac{F(K_2) - G_2}{1+r}, \tag{19}$$

- 一方，やはり第 2 章で学んだように，C_1 と C_2 は以下のオイラー方程式で関係付けられている．

$$(1+\rho)\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = 1 + r. \tag{20}$$

Y_t, G_t, r を所与として，消費 C_1, C_2 は (19), (20) 式から決定される．

- 第 3 章での分析より，企業価値最大化の条件は

$$F'(K_2) = r. \tag{21}$$

2.2.2 財市場均衡

- 最後に，第 1 期の財市場均衡条件が

$$F(K_1) = C_1 + G_1 + \underbrace{K_2 - K_1}_{-I}, \tag{22}$$

となる．

従って，K_1, G_1, G_2 を所与として，(19)–(22) 式を満たす C_1, C_2, K_2, r が均衡となる．これら変数が定まると，付随して投資 $I(= K_2 - K_1)$, 生産 $Y_2(= F(K_2))$ が求められる．

2.3 政府活動の影響

2.3.1 リカードの等価定理

- (19)–(22) 式に含まれている政府の変数は G_1, G_2 のみ！

  $\Downarrow$

  均衡の消費，生産，投資，利子率は政府支出のみから影響を受け，租税や国債発行からは影響を受けない!

- このような均衡の性質は，リカードの等価定理 (Ricardian equivalence) として知られている．

  リカードの等価定理

  政府支出の時間流列 (この場合は $\{G_t\}_{t=1}^2$) を所与として，その財源を賄うのに国債発行を用いるか歪みのない税を用いるかで均衡配分に違いは生じない．

  (∗) リカードの等価定理の成立条件についてはマクロ経済学第二で改めて解説する．

  (∗) この定理は，あくまで所与とした政府支出の調達方法として国債と歪みのない租税とでは無差別であるという定理．従って，政府支出そのものを変化させる場合には無論均衡の消費や生産は影響を受ける．

- 以上の分析から，政府活動が均衡に影響をあたえることができるのは政府支出のみであることがわかる．

2.3.2 政府支出増加の効果 (optional)

- **政府支出の変化が均衡に与える影響は？**

  ⇒ 数学的には，(19)–(22) を K_1 以外の変数で全微分することで求めることができる．

- (21) 式を (19)，(20), (22) 式に代入して r を消去した上で全微分すると

$$(1+F'(K_2))dC_1 + dC_2 - \Phi dK_2 = -(1+F'(K_2))dG_1 - dG_2, \tag{23}$$

$$(1+\rho)u''(C_1)dC_1 - (1+F'(K_2))u''(C_2)dC_2 - u'(C_2)F''(K_2)dK_2 = 0, \tag{24}$$

$$dC_1 + dK_2 = -dG_1, \tag{25}$$

ここで

$$\begin{aligned}\Phi &\equiv \frac{F''(K_2)(C_2+G_2-F(K_2))}{1+F'(K_2)} + F'(K_2)\\ &= \frac{F''(K_2)K_2}{1+F'(K_2)} + F'(K_2),\end{aligned}$$

であり，$F'>0$, $F''<0$ より Φ の符号は一般には判定しない [2] しかし，限界生産力の弾力性の絶対値 $-F''(K_2)K_2/F'(K_2)$ が 1 を下回れば，この値は正となることが容易に確認できる．以下では Φ を仮定する．

- (24) 式を (23), (25) 式に代入し，dC_2 を消去することにより，

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dC_1 \\ dK_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+F'(K_2) & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dG_1 \\ dG_2 \end{pmatrix} \tag{26}$$

ここで

$$\begin{aligned}a_{11} &= -\left(1+F'(K_2) + \frac{1+\rho}{1+F'(K_2)}\frac{u''(C_1)}{u''(C_2)}\right) < 0,\\ a_{12} &= \Phi + \frac{F''(K_2)}{1+F'(K_2)}\frac{u'(C_2)}{u''(C_2)} > 0.\end{aligned}$$

- **将来の政府支出 G_2 の増加が均衡に与える影響**

  (26) 式より

$$\frac{dC_1}{dG_2} = \frac{1}{-a_{11}+a_{12}}\begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = \frac{-1}{-a_{12}+a_{12}} < 0, \quad \frac{dK_2}{dG_2} = -\frac{dC_1}{dG_2} > 0.$$

[2] 1 行目から 2 行目の整理に関して，第 2 期の財市場均衡 $K_2 + F(K_2) = C_2 + G_2$ を用いている．

$\Downarrow$

(結果) 将来の政府支出の増加により，現在消費は減少し，来期の資本は増加する．

(直感) 将来の可処分所得減少に備えて，第 1 期に貯蓄を増加させる．これにより現在の消費 C_1 は減少する一方，投資が促進され，K_2 は増加する．

($*$) 第 2 期の消費 C_2 がどう変化するかについては，可処分所得減少の直接効果と K_2 の増加による所得上昇の効果のうちどちらが支配的であるかに依存する．

- **現在の政府支出 G_1 の増加が均衡に与える影響**

(26) 式より

$$\frac{dC_1}{dG_1} = \frac{1}{-a_{11}+a_{12}} \begin{vmatrix} 1+F'(K_2) & a_{12} \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \frac{-(1+F'(K_2))-a_{12}}{-a_{11}+a_{12}} < 0,$$

$$\frac{dK_2}{dG_1} = \frac{1}{-a_{11}+a_{12}} \begin{vmatrix} a_{11} & 1+F'(K_2) \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{a_{11}+1+F'(K_2)}{-a_{11}+a_{12}},$$

ここで，a_{11} の定義より

$$a_{11}+(1+F'(K_2)) = -\frac{1+\rho}{1+F'(K_2)}\frac{u''(C_1)}{u''(C_2)} < 0.$$

したがって，$dK_2/dG_1 < 0$.

$\Downarrow$

(結果) 現在の政府支出の増加により，現在消費，来期の資本ともに減少する．

(直感) 現在の可処分所得の減少により，現在消費 C_1 は減少圧力を受ける．この減少圧力は貯蓄・投資行動に次の 2 つの効果を与える．

1. 消費の平準化動機により，現在消費の減少圧力を緩和すべく貯蓄を減らそうとする．($K_2\downarrow$ の効果)
2. 財市場均衡条件 (25) より，現在消費の減少により投資が促される．($K_2\uparrow$ の効果)

上記の結果は，前者の効果が後者の効果を支配する事を意味している．