

マクロ経済学第一 (社会工学科, 推奨学期: 4)

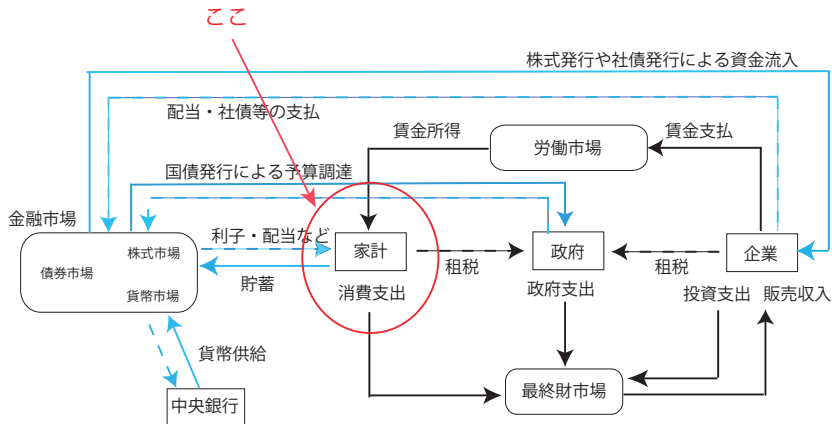
家計の消費・貯蓄行動 (その1)

大土井 涼二

社会理工学研究科 社会工学専攻

2015 年 10 月 21 日

今週と来週の2回



今週と来週の2回

テキストとの関連でいえば

- 今週：第2章の前半部分 + 補足

- 2.1 節：家計の消費行動
- 2.2 節：家計はどのように消費を決定しているか

(*) 「2.5 節：補論」の内容も 2.2 節と密接に関連しているので今回解説

- 来週：残り + 補足

- 2.3 節：貯蓄関数
- 2.4 節：消費に関するいくつかの仮説

用語解説

- 可処分所得 (**disposable income**): 所得 から税金, 社会保障費などの支払いを差し引いた, 正味の所得フロー
 - 可処分所得の最も身近な例: 毎月の手取り給与
 - ただし下線部の所得には銀行預金の利子所得や, (株主であれば) 配当, (地主であれば) 地代も含まれる.
- 消費, 貯蓄, 可処分所得をそれぞれ C , S , Y_D とすると、

$$S = Y_D - C$$

(*) S は負の値をとることもある. その場合, 「マイナスの貯蓄」は 借入 (**borrowing**) と解釈される.

用語解説

- $S = Y_D - C$ の両辺を Y_D で割る :

$$\frac{S}{Y_D} = 1 - \frac{C}{Y_D}$$

- C/Y_D : 平均消費性向 (average propensity to consume, APC)
- S/Y_D : 貯蓄率 (saving rate)
- $S = Y_D - C$ を Y_D で微分 :

$$\frac{dS}{dY_D} = 1 - \frac{dC}{dY_D}$$

- dC/dY_D : 限界消費性向 (marginal propensity to consume, MPC)
- dS/dY_D : 限界貯蓄性向 (marginal propensity to save, MPS)

注意

- $S = Y_D - C$ は「所得 Y_D から消費を C だけすれば残りが S の貯蓄になる」ということを表した，いわば恒等的に成り立つ関係式に過ぎない．

(このスライドの 1 ページ目の資金フローの矢印を参照)



- 家計主体による C の決定を表す式 が別に必要．
 - これは，ミクロ経済学において予算制約だけでは各財の需要量を導出するのに不十分であることと非常によく似ている．

家計はどのように消費を決定しているか

家計はどのように消費を決定しているか？



- 分析方法その1：「現在の消費が，現在の可処分所得に依存する」と仮定して，その関係を表す関数を こちらで外生的に与える．

- 例：

$$C = a + bY_D$$

ここで， a ， b はパラメータ．

- この式を $S = Y_D - C$ に代入することにより，貯蓄 S が $(1 - b)Y_D - a$ と導出
- パラメータ a ， b に仮定される条件，また上記の消費関数が現実にはフィットするか等について次回に解説

家計はどのように消費を決定しているか

家計はどのように消費を決定しているか？



- 現在のマクロ経済学のスタンス：ミクロ経済学同様，効用最大化から消費の決定を論じる
 - ミクロで「効用最大化 → 需要関数」が内生的に導出されたように，このやり方であれば消費と所得の関係が内生的に導かれる．
- 消費と貯蓄の，それぞれの目的（メリット）を考えることからスタート
 - 消費の目的 → 消費すれば現在の効用が上昇
 - 貯蓄の目的 → 貯蓄すれば将来の消費が可能 → 将来の効用が上昇

ポイント

- 「貯蓄 $\rightarrow$ 将来消費 $\uparrow$ $\rightarrow$ 将来効用 $\uparrow$ 」を，現時点で考慮の対象にしていることがポイント



異時点間のトレード・オフが存在

- 以下では、「現在 vs. 将来」を考える上でもっともシンプルな，2 期間の消費プラン問題を考える．

家計の効用関数

- 家計の効用関数：

$$U(C_1, C_2) = u(C_1) + \frac{1}{1 + \rho} u(C_2)$$

- C_t : t 期の消費 ($t \in \{1, 2\}$) ,
- $u(C)$: 各期の効用関数.

仮定

$$u'(C) > 0, \quad u''(C) < 0.$$

- $\rho > 0$: 時間に関する主観的割引率 (subjective discount rate)

消費と貯蓄の選択：ウォーミングアップ

ウォーミングアップ問題：

- 大きさが W のケーキをプレゼントされ，これを今日 ($t = 1$) と明日 ($t = 2$) で食べる問題を考える．
- この問題は以下のように定式化される：

$$\begin{aligned} \max_{C_1, C_2} \quad & u(C_1) + \frac{1}{1 + \rho} u(C_2) \\ \text{s.t.} \quad & C_1 + C_2 \leq W \end{aligned}$$

- 用語解説：
 - 実行可能プラン：制約条件を満たす C_1 と C_2 の組
 - 最適消費プラン：上記の最大化問題の解を与える C_1 と C_2 の組

消費と貯蓄の選択：ウォーミングアップ

- 要するに，

—— 最適消費プラン ——

最適消費プラン問題 $\Leftrightarrow$ 消費可能な財の消費を，各期にどれだけ割り当てるべきか，を解く問題



- ミクロ経済学で習った効用最大化問題と (ほぼ) 同じ数学的構造を持つ。
- 従って，基本的には その際に習った方法 で解いてくればよい。
- ただし，これは異なる時点に渡る最適化なので，次のスライドのような発想を持って解くとその経済的意味がわかりやすい。

ウォーミングアップ問題

- 第2期になったとする。
 - 昨日の時点で C_1 を消費済み。これは もう動かせない過去。
 - 従って、今日の彼(彼女)が解くことができる問題は

$$\max_{C_2} u(C_2) \quad \text{s.t.} \quad C_2 \leq \underbrace{W - C_1}_{\text{ここは変化しない}}$$

- 上記の最大化問題の解を C_2^* とする。 $\Rightarrow u'(C) > 0$ より、

$$C_2^* = W - C_1$$

つまり、与えられた効用関数の仮定のもとでは、第2期は残ったケーキを全部食べるのが最適

ウォーミングアップ問題

- 第 1 期の段階で，明日の自分の行動を織り込み済みのはず
↓
- 第 1 期の効用最大化問題：

$$\max_{C_1} u(C_1) + \frac{1}{1+\rho} \underbrace{u(W - C_1)}_{\text{第 2 期の自分の行動を織り込む}}$$

- この問題の解 C_1^* が満たすべき必要条件 (1 階の条件)：

$$u'(C_1^*) = \frac{1}{1+\rho} u'(W - C_1^*)$$

(*) 上記の式は，効用最大化の解が満たす十分条件でもある (各自証明せよ).

ウォーミングアップ問題

$$u'(C_1^*) = \frac{1}{1+\rho} u'(W - C_1^*)$$

消費のオイラー方程式 (Euler equation) と呼ばれる .

- オイラー方程式の経済的解釈 :

- 左辺 : C_1^* から少し今日のケーキ消費を増やした場合の効用上昇

($\because$) 今日のケーキ消費 $\uparrow \Rightarrow$ 今日の効用 $\uparrow$

- 右辺 : C_1^* から少し今日のケーキ消費を増やした場合の効用下落

($\because$) 今日のケーキ消費 $\uparrow \Rightarrow$ 明日のケーキ消費 $\downarrow \Rightarrow$ 明日の効用 $\downarrow$

効用が最大化されている $\Leftrightarrow$ 両者が等しい (各自, 理由を考察せよ)

消費と貯蓄の選択

- 上記のウォーミングアップ問題を，毎時点所得を得る問題に拡張
- 家計の各時点の予算制約式：

$$\text{第 1 期： } Y_1 = C_1 + S,$$

$$\text{第 2 期： } Y_2 + (1 + r)S \geq C_2.$$

Y_t : t 期の可処分所得 (ただし利子所得をのぞく),
 r : 利子率

- 家計が第 1 期に解く効用最大化問題は

$$\max_{C_1} u(C_1) + \frac{1}{1 + \rho} u\left(Y_2 + (1 + r)(Y_1 - C_1)\right)$$

消費と貯蓄の選択

- 消費のオイラー方程式：

$$u'(C_1) = \frac{1+r}{1+\rho} u'(C_2)$$

- 最適消費計画 (C_1^*, C_2^*) と貯蓄 S^* の3変数は、以下から決定：
 - オイラー方程式
 - 各期の予算制約式 (2本)

(*) u をある関数に特定化すれば、これら3変数を明示的に導くことが可能。

- 特定化の例 1: $U = \ln C_1 + \frac{1}{1+\rho} \ln C_2$.

このときの各変数は以下のように決まる (証明は板書)

$$C_1 = \frac{1}{2+\rho} \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right), \quad C_2 = \frac{(1+\rho)(1+r)}{2+\rho} \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right)$$

オイラー方程式の解釈

- オイラー方程式を次のように書き換え：

$$(1 + \rho) \frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = 1 + r$$

- 各辺の意味

- 左辺：将来消費の現在消費に対する限界代替率 (MRS)

⇔ 現在消費を 1 単位減少させた時に，効用が不変に保たれる将来消費の増加分

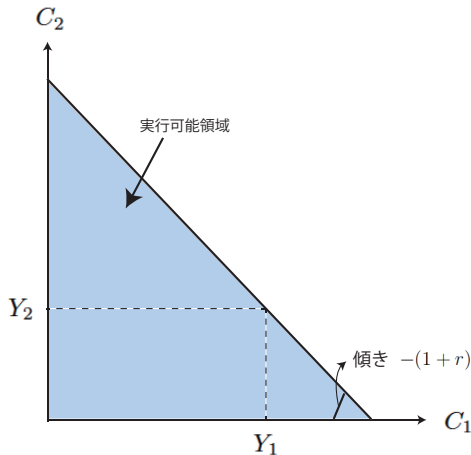
- 右辺：貯蓄によって得られる元利所得 (元利 = 元本 $1 +$ 利子 r)

⇔ 現在消費を 1 単位減少させた時に，実現可能となる将来消費の増加分

効用最大化 ⇔ 両者が釣り合っている

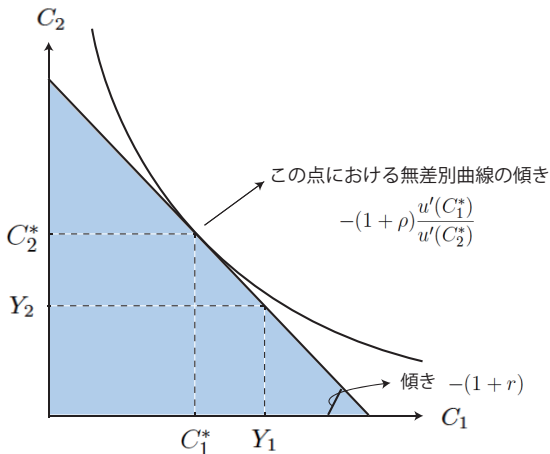
効用最大化の図による理解

- 各期の予算制約 → 実行可能領域 $C_1 + \frac{C_2}{1+r} \leq Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$



効用最大化の図による理解

- 最適消費プラン



最適消費プランの特徴

このモデルの中の家計主体は.....

- 現在だけでなく、将来の所得も織り込んで消費を決めている：
 - 従って、ある二人の間で現在の所得が同じでも、将来見込まれる所得に違いがあればこの二人の消費プランは異なってくる。
- 消費を時点にわたって平準化している。
 - もうすこし柔らかくいうと、どちらか一方の期に偏って消費するのではなく、どちらの期にもまんべんなく消費できるようにプランを立てている。
 - この結果の背景には、無差別曲線の凸性
(*) 各期の効用関数 u が厳密に凹である ($u'' < 0$) であることが、無差別曲線が凸であることの十分条件となっていることを示せ。

最適消費プランの性質

- (C_1^*, C_2^*) に影響を与えるもの
 $\Rightarrow Y_1, Y_2, r, \rho$
- 分類すると
 - ① Y_1 : 計画を立てる現在時点で把握可能
 - ② Y_2, r : 将来時点の変数なので, 現時点で主体は予測

次回

- 将来所得を見越したうえで、消費を時点にわたって平準化する、という結果



その背後には、「家計主体が貯蓄/借入を行う」、という行動

- 現在所得が将来に比べて極めて高い場合（例：退職直前のサラリーマン）
⇒ 貯蓄して退職後に備える
- 現在所得が将来に比べて極めて低い場合（例：就職が決まった学生さん）
⇒ 初任給を見越してちょっと奮発して買い物



- 回りのテーマその1：貯蓄
 - 最適消費プランと貯蓄の関係
 - 所得や利子率の変化に、家計主体は貯蓄をどう変化させるか。
- 回りのテーマその2：消費に関する幾つかの仮説