

デジタル電子回路

第12回

状態割当と隣接性

状態遷移表をカルノーマップとして見たときに、縦と横の両方でできるだけ纏められれば、論理関数は簡単に成る。

Q \ x	0	1
00	0	0
01	0	1
11	1	1
10	0	0

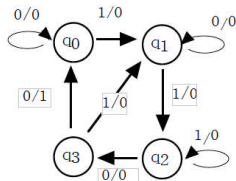
横のグループは、状態 q_0 から隣接している入力 x_0 と x_1 によって出来る状態 q_0, q_1 同士を出来るだけ状態変数を同じに成る様にすれば出来る
→ q_0, q_1 間に
第一種隣接性 があると呼ぶ。

縦のグループは、同じ入力 x によって同じ状態 q_1 に遷移する二つの状態 q_0, q_1 同士を出来るだけ状態変数を同じに成る様にすれば出来る
→ q_0, q_1 間に
第二種隣接性 があると呼ぶ。

出力関数も含めて考えると、二つの異なる状態から同じ入力で同じ出力になるとき、その最初の二つの状態は隣接している。(第三種の隣接性)

状態割当と隣接性

次にどのように状態割当て、変わるかを見よう。



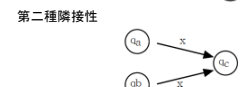
状態遷移図より、状態遷移表を求めて

現状態 q	次状態 q'		出力y	
	入力 x 0	入力 x 1	入力 x 0	入力 x 1
q_0	q_0	q_1	0	0
q_1	q_1	q_2	0	0
q_2	q_3	q_2	0	0
q_3	q_0	q_1	1	0

状態割当と隣接性

現状態 q	次状態 q'
入力 x 0	入力 x 1

q_0	$q_0 \rightarrow q_1$	$q_0 \rightarrow q_1$
q_1	$q_1 \rightarrow q_2$	$q_1 \rightarrow q_2$
q_2	$q_2 \rightarrow q_3$	$q_2 \rightarrow q_3$
q_3	$q_3 \rightarrow q_0$	$q_3 \rightarrow q_1$



$q_0 \rightarrow q_1$ $q_1 \rightarrow q_2$ $q_0 \rightarrow q_3$ $q_2 \rightarrow q_3$
は二回づつ隣接している 一回だけ

$q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_0$ と隣接させると7回全て満たされる。

$q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_2 \rightarrow q_0$ と隣接させると、3回しか満たされない。

状態割当と隣接性

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

というふうに7回満たされる形で状態割当てを行うと...

$$Q'_1 = Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_2$$

$$Q'_2 = x + \overline{Q_1} \cdot Q_2$$

状態割当と隣接性

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

というふうに3回しか満たされない形で状態割当てを行うと...

$$Q'_1 = Q_1 \cdot \overline{Q_2} + x \cdot \overline{Q_1} \cdot Q_2$$

$$Q'_2 = x \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} + x \cdot Q_1 \cdot Q_2 + \overline{x} \cdot \overline{Q_1} \cdot Q_2 + \overline{x} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_2}$$

関数の複雑さが全く違う。

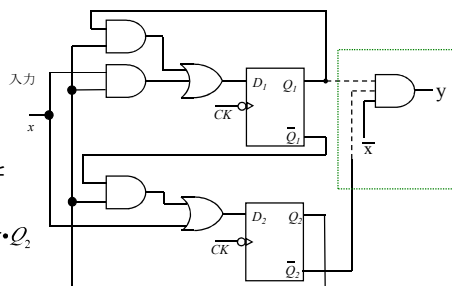
D-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 D-FF回路を作ると

$$Q_1' = Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_2$$

$$Q_2' = x + \bar{Q}_1 \cdot Q_2$$



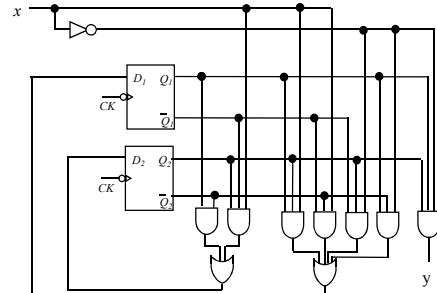
D-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

という前回の
 状態遷移関数が
 4回しか隣接性
 が満たされない
 状態割当てで
 D-FF回路を作ると

$$Q_1' = Q_1 \cdot \bar{Q}_2 + x \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_2$$

$$Q_2' = x \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_1 \cdot Q_2 + \bar{x} \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_2 + \bar{x} \cdot Q_1 \cdot \bar{Q}_2$$



JK-FFでの状態割当による変化

現状態
 q
 入力 x
 0 1

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 今度はJK-FF
 を使って
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'	J1	K1	J2	K2
	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1
00	00 01	0 0	φ φ	0 1	φ φ
01	01 11	0 1	φ φ	φ φ	0 0
11	10 11	φ φ	0 0	φ φ	1 0
10	00 01	φ φ	1 1	0 1	φ φ

JK-FFでの状態割当による変化

現状態
 q
 入力 x
 0 1

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 今度はJK-FF
 を使って
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'	J1	K1	J2	K2
	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1
00	00 01	0 0	φ φ	0 1	φ φ
01	01 11	0 1	φ φ	φ φ	0 0
11	10 11	φ φ	0 0	φ φ	1 0
10	00 01	φ φ	1 1	0 1	φ φ

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = Q_2$$

$$J_2 = x, K_2 = x \cdot Q_1$$

JK-FFでの状態割当による変化

現状態
 q
 入力 x
 0 1

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

じゃ、4回しか
 隣接性が満たさ
 れない
 状態割当てで
 JK-FFを用いて
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'	J1	K1	J2	K2
	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1
00	00 01	0 0	φ φ	0 1	φ φ
01	01 10	0 1	φ φ	φ φ	0 1
11	00 01	φ φ	1 1	φ φ	1 0
10	11 10	φ φ	0 0	1 0	φ φ

JK-FFでの状態割当による変化

現状態
 q
 入力 x
 0 1

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

じゃ、4回しか
 隣接性が満たさ
 れない
 状態割当てで
 JK-FFを用いて
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'	J1	K1	J2	K2
	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1
00	00 01	0 0	φ φ	0 1	φ φ
01	01 10	0 1	φ φ	φ φ	0 1
11	00 01	φ φ	1 1	φ φ	1 0
10	11 10	φ φ	0 0	1 0	φ φ

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = Q_2$$

$$J_2 = K_2 = x \cdot Q_1 + x \cdot Q_1$$

JK-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

隣接性にもとづいた状態割当は、JKでは効果があまりない。
でもJK-FFでも状態割当を失敗すると悪化する場合があるのも事実である！

ワン・ホット・コードによる状態割当

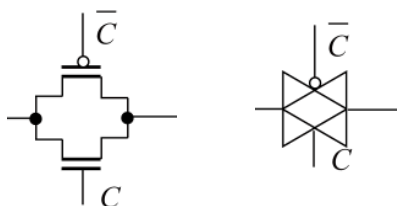
いままでの考え方
フリップフロップの数はできるだけ減らしたい。
その上で、それを駆動する組み合わせ関数を減らしたい。

でも、フリップフロップは
パスゲートロジックというこれから示す方法
を使うと大量に安価に供給できる。
回路が簡単に組める方が、設計が容易だったりする。

→ 新しい考え方
ワン・ホット・コード
D-FFの遅延回路はいくらでもあるとき、
一つの状態を一つの状態変数に割り当てた方が
設計が簡単。
ただし、ある状態にあるとき、
割り当てられた状態変数だけが1で
それ以外の状態変数は0とする。

パス(トランスミッション)ゲート

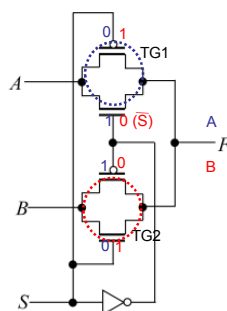
通常のCMOSと異なる構成で論理回路を作ろうとした新しい概念



n-MOSFETとp-MOSFETを用いたスイッチ：トランスミッションゲートには常に相補的(CとC̄)な信号を入力する。

パスゲートロジック

トランスミッションゲートを用いても論理回路を構成可能。
(今までのCMOS論理回路の考え方とは異なる思想)



TG(トランスミッションゲート)には常に相補的な入力がある。

S="1" TG2が導通し、Bが出力に現れる。→ BS

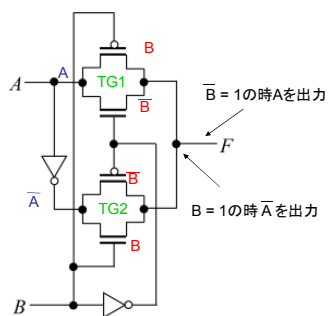
S="0" TG1が導通し、Aが出力に現れる。→ AS

S=1 TG2が導通、TG1は遮断
TG2の出力にBが出てくる。BS

S=0 TG1が導通、TG2は遮断
TG1の出力にAが出てくる。AS

この動作でマルチプレクサ(切替器)を簡単に作れる

パスゲートロジックによるXOR



TG1: $\bar{B} = 1$ がゲートに
入力された時に導通

Aを出力: (A,B)=(0,0)の時 0
(A,B)=(1,0)の時 1

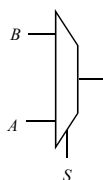
TG2: B = 1 がゲートに
入力された時に導通

Aを出力: (A,B)=(0,1)の時 1
(A,B)=(1,1)の時 0

トランジスタ数: 8個

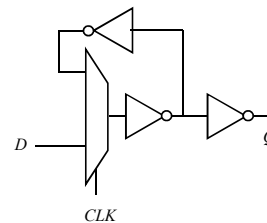
Dラッチ

マルチプレクサ



トランスミッションゲートを用いて
CLKの有無によって、
スイッチを切り替える
S=1でB、S=0でA

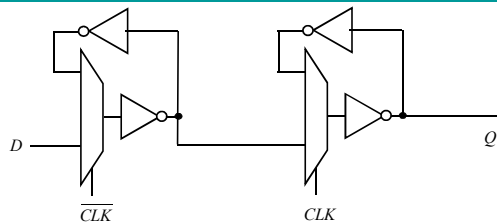
Dラッチ



CLK=1でデータ保持状態
CLK=0からCLK=1に
切り替わる瞬間の
特性で保持状態が決まる。

CLK=0の状態は透過(トランスペアレント)する。

マスタースレーブD-FF

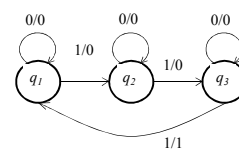


CLK=0でデータ保持状態
CLK=1からCLK=0に
切り替わる瞬間の
特性で保持状態が決まる。

CLK=1でデータ保持状態
CLK=0からCLK=1に
切り替わる瞬間の
特性で保持状態が決まる。

両方の組み合わせで透過(トランスペアレント)な状態が無くなる

ワン・ホット・コードによる状態割当



$q_1 = (1\ 0\ 0)$

$q_2 = (0\ 1\ 0)$

$q_3 = (0\ 0\ 1)$

というふうに状態割当てを行う

現状態 q	次状態q'		出力y	
	入力 x 0	入力 x 1	入力 x 0	入力 x 1
q ₁	q ₁	q ₂	0	0
q ₂	q ₂	q ₃	0	0
q ₃	q ₃	q ₀	0	1

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

Q_1, Q_2, Q_3 について入力状態を
求める必要がある。
しかし、
許されない入力状態が多いので、
ドントケアは非常に多い

		x, Q ₁			
Q ₂ , Q ₃		00	01	11	10
	00	φ			φ
	01		φ	φ	
	11	φ	φ	φ	φ
	10		φ	φ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

		x, Q ₁			
Q ₂ , Q ₃		00	01	11	10
	00	φ			φ
	01		φ	φ	
	11	φ	φ	φ	φ
	10		φ	φ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	<u>100</u>	<u>010</u>
010	010	001
001	001	100

		x, Q ₁			
Q ₂ , Q ₃		00	01	11	10
	00	φ	1	0	φ
	01		φ	φ	
	11	φ	φ	φ	φ
	10		φ	φ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	<u>010</u>	<u>001</u>
001	001	100

		x, Q ₁			
Q ₂ , Q ₃		00	01	11	10
	00	φ	1	0	φ
	01		φ	φ	
	11	φ	φ	φ	φ
	10	0	φ	φ	0

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

	x, Q ₁						x, Q ₁						x, Q ₁				
Q ₂ , Q ₃	Q ₁ '	00	01	11	10		Q ₂ '	00	01	11	10		Q ₃ '	00	01	11	10
	00	φ	1	0	φ		00	φ	0	1	φ		00	φ	0	0	φ
	01	0	φ	φ	1		01	0	φ	φ	0		01	1	φ	φ	0
	11	φ	φ	φ	φ		11	φ	φ	φ	φ		11	φ	φ	φ	φ
	10	0	φ	φ	0		10	1	φ	φ	0		10	0	φ	φ	1

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

	x, Q ₁						x, Q ₁						x, Q ₁				
Q ₂ , Q ₃	Q ₁ '	00	01	11	10		Q ₂ '	00	01	11	10		Q ₃ '	00	01	11	10
	00	φ	1	0	φ		00	φ	0	1	φ		00	φ	0	0	φ
	01	0	φ	φ	1		01	0	φ	φ	0		01	1	φ	φ	0
	11	φ	φ	φ	φ		11	φ	φ	φ	φ		11	φ	φ	φ	φ
	10	0	φ	φ	0		10	1	φ	φ	0		10	0	φ	φ	1

$$Q_1' = \bar{x} \cdot Q_1 + x \cdot Q_3$$

$$Q_2' = \bar{x} \cdot Q_2 + x \cdot Q_1$$

$$Q_3' = \bar{x} \cdot Q_3 + x \cdot Q_2$$

ワン・ホット・コードによる状態割当

$$\text{でも、 } Q_1' = \bar{x} \cdot Q_1 + x \cdot Q_3$$

$$Q_2' = \bar{x} \cdot Q_2 + x \cdot Q_1$$

$$Q_3' = \bar{x} \cdot Q_3 + x \cdot Q_2$$

→枝をひとつひとつ積項に書けば
それは簡単化されている。
状態遷移図から
そのまま回路が生成できる。

の積項は、

