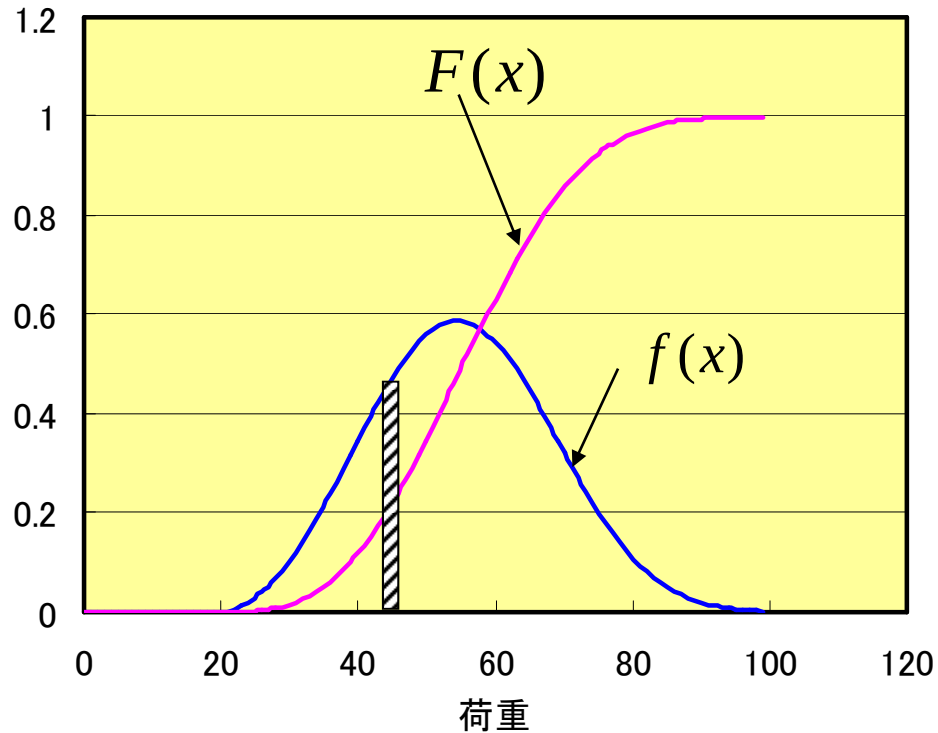


単繊維の強さ

単繊維の強さにはバラツキがある.

統計的手法 : statistical approach

確率論的手法 : probabilistic approach



荷重 $x \sim x + dx$ で繊維が切れる確率 $f(x)dx$

$f(x)$: 確率密度関数

Probabilistic density function

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx \quad F(\infty) = 1$$

繊維が荷重 x までに切れる確率

累積分布関数

cumulative distribution function

$f(x)$ 正規分布, 対数正規分布...などがあるが

ワイブル(Weibull)分布が, 繊維の破断の様相を最もよく表すとされている

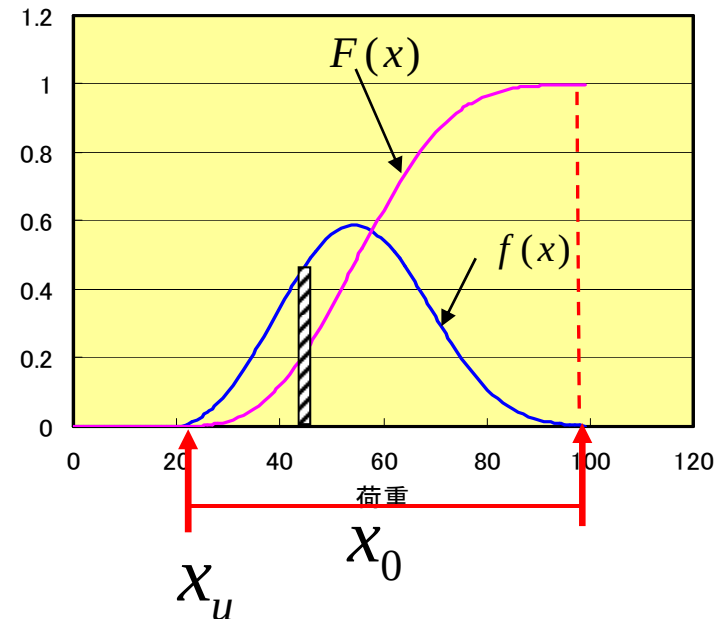
ワイブル分布

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^m\right]$$

m : 形状パラメータ

x_0 : 尺度パラメータ

x_u : 位置パラメータ



繊維が切れる荷重の期待値 $E = x_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) + x_u \approx x_0 + x_u$

ガンマ関数 $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$

Coefficient of Variance
= 標準偏差 / 期待値 (平均値)

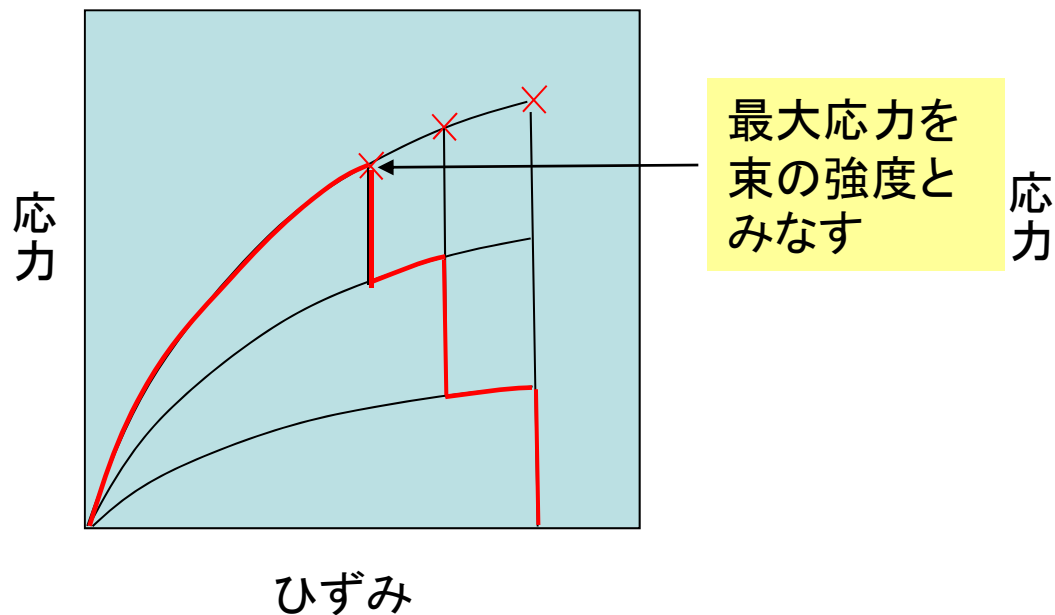
$$CV = \frac{\sqrt{\Gamma(1 + 2/m) - \Gamma^2(1 + 1/m)}}{\Gamma(1 + 1/m) + x_u / x_0}$$

繊維の束の強度

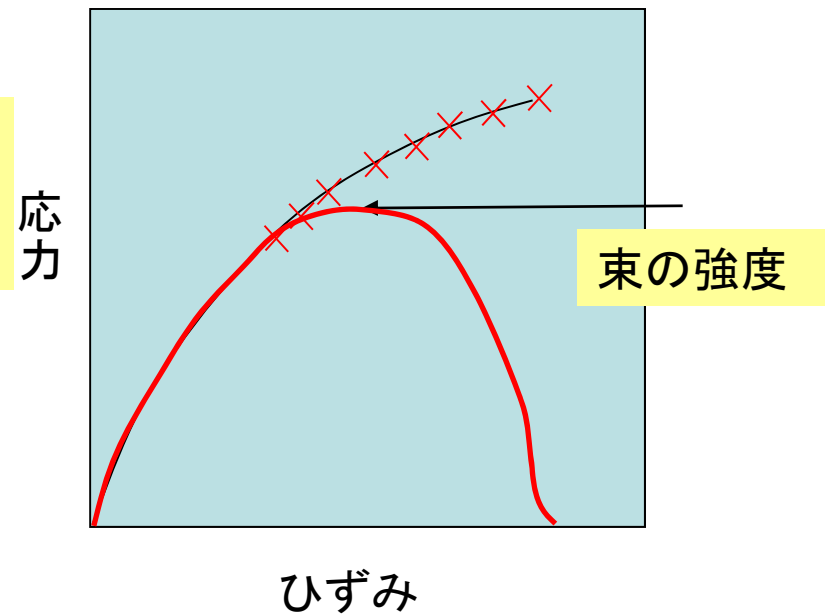
繊維の束の強度 σ_b は繊維強度の
平均値 $\bar{\sigma}$ より低い

$$\frac{\sigma_b}{\bar{\sigma}} = \left(\frac{1}{me} \right)^{1/m} \frac{1}{\Gamma(1+1/m)}$$

m	$\sigma_b / \bar{\sigma}$
1	1/e=37%
2~5	50~65%
5~15	65~80%
∞	100%



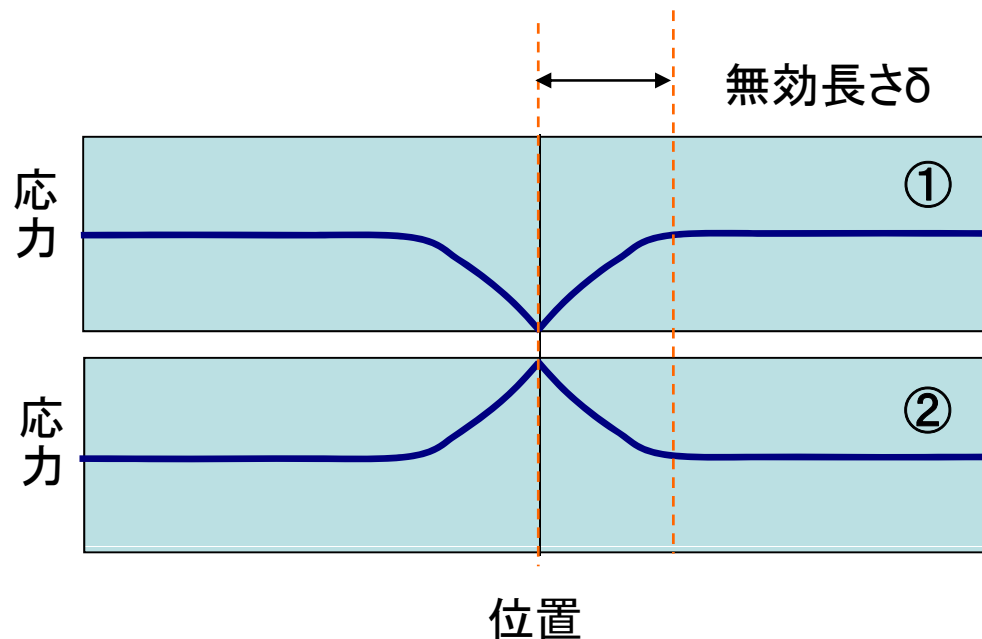
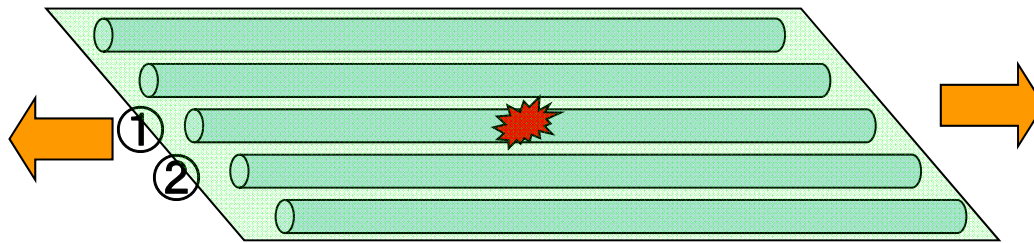
3本の繊維の束の引張試験



十分に本数が多い繊維の束の引張試験

繊維強化複合材料

繊維の束の繊維間を接着すると
その強度は繊維強度の平均値
より高くなり得る



仮定:

1本の繊維が切れると、周りの繊維
が応力を負担する。

破断点からある程度離れた所(δ)
で、荷重の再分配により破断点の
影響がなくなる

δの範囲で全ての繊維が切れなけ
れば、複合材料は破壊しない

$$\frac{\sigma_b}{\bar{\sigma}} = \left(\frac{n}{me} \right)^{1/m} \frac{1}{\Gamma(1 + 1/m)}$$

$$n = L / \delta$$

$\bar{\sigma}$: 長さ L の繊維の平均強度

単繊維の平均強度は試料長が大きいほど小さい。
長さ方向に強度分布があり、最も弱いところが切
れる(最弱環仮説)