

# 第3回

# 光変調符号

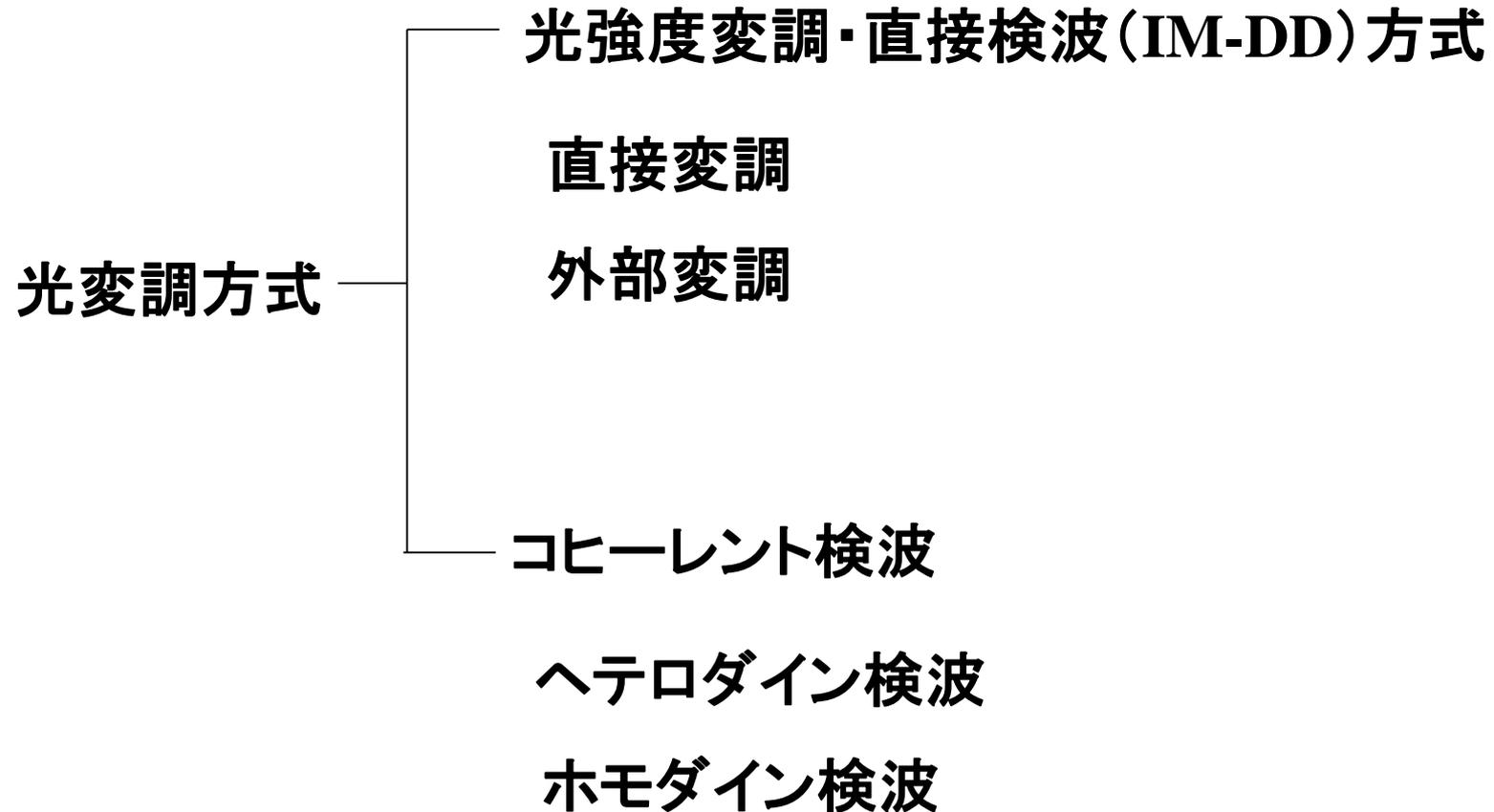
## 講義スケジュール(1)

	日付	内容
第1回	10/6	光通信システム(基礎・長距離基幹系)
第2回	10/13	光通信システム(メトロ・アクセス・LAN・インターコネクション)
<b>第3回</b>	<b>10/20</b>	<b>光変調符号</b>
第4回	10/27	光変復調技術(強度変調・位相変調)
第5回	11/10	光変復調技術(デジタル・コヒーレント関連技術)
第6回	11/17	光ファイバのモード特性(波動方程式)
第7回	11/24	光ファイバのモード特性(偏波)
第8回	12/1	ファイバの伝送特性(分散による伝送限界)

## 講義スケジュール(2)

	日付	内容
第9回	12/8	ファイバの伝送特性(分散補償技術)
第10回	12/15	光増幅器
第11回	12/22	ビット誤り率(強度変調・直接検波)
第12回	1/5	ビット誤り率(コヒーレント、多値変調、光増幅)
第13回	1/19	波長多重(WDM)伝送(分散マネジメント技術)
第14回	1/26	波長多重(WDM)伝送(変調技術)
第15回	2/2	光スイッチング技術・最新の光通信関連技術

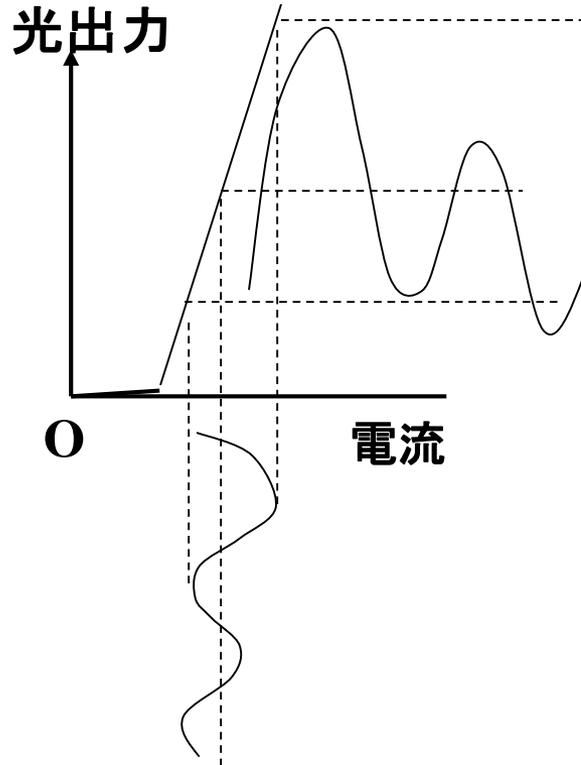
# 光信号の変調方式の種類



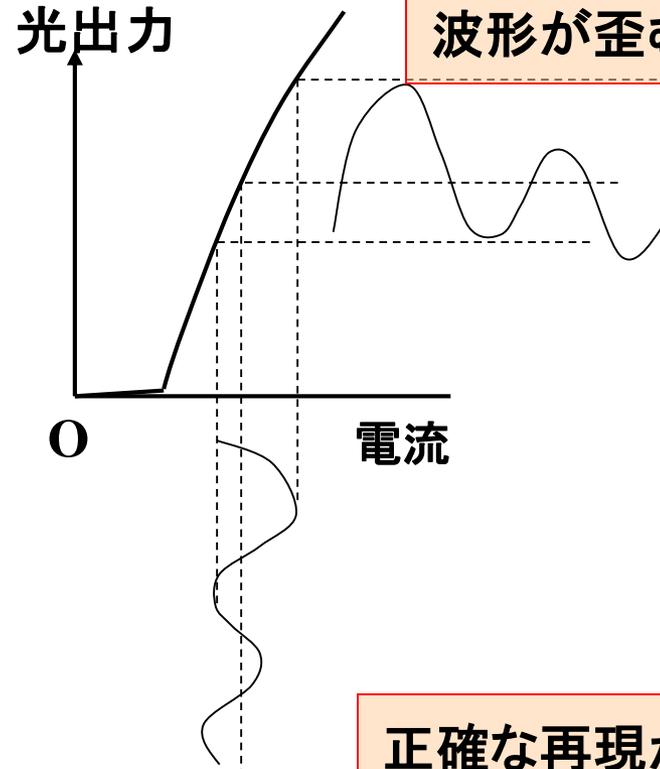
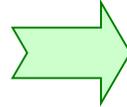
# 変調符号と変調信号 (バイナリ符号)

# デジタル方式の利点

## アナログ方式

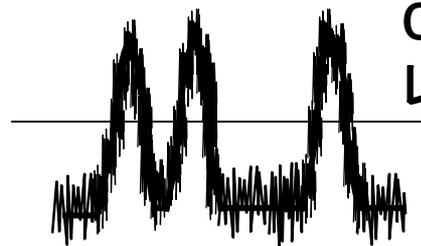


線形性の劣化

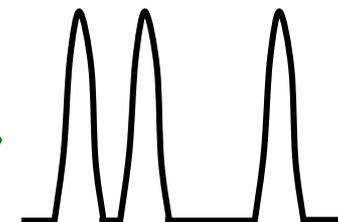


高出力側の波形が歪む

## デジタル方式

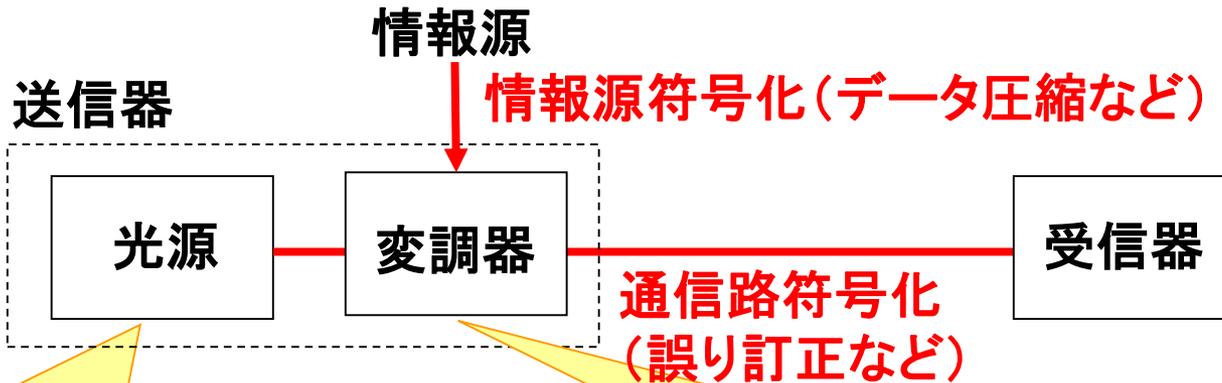


0・1識別  
レベル



正確な再現が可能

# 信号伝送における送信の役割

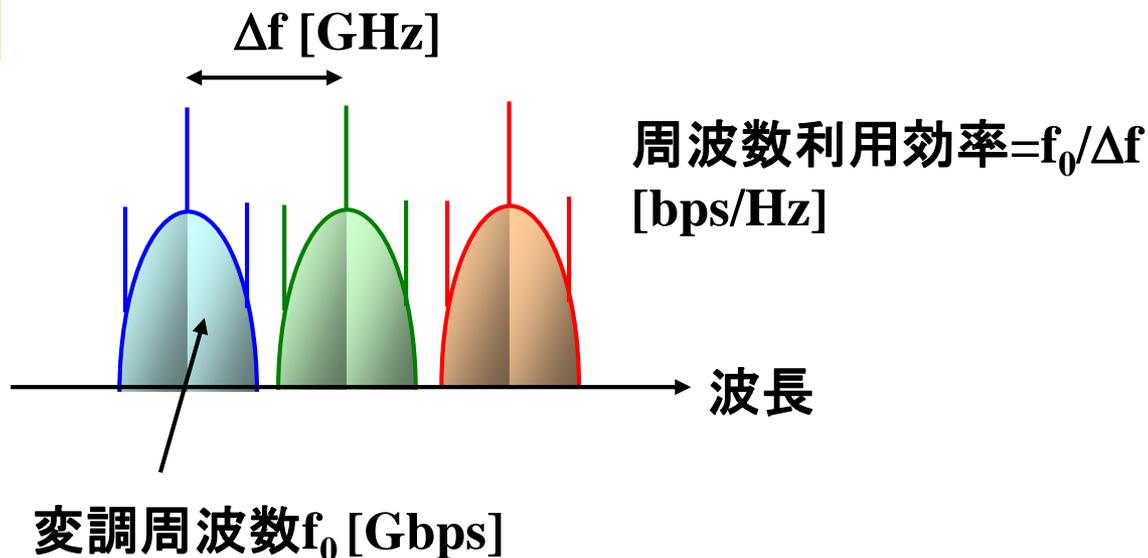


## 半導体レーザー(LD)

- ・必要なパワーを与える
- ・高周波数の搬送波(約190THz)

## 変調器

- ・符号化により情報伝達



# 変調信号の数式表現(1)

変調信号(電界成分)の一般的表記:

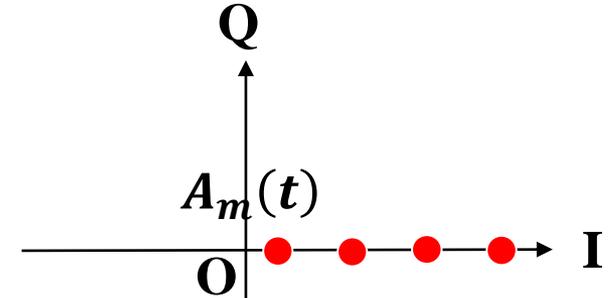
$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$ : 電界振幅

$f_c$ : 搬送波周波数

$\theta_m(t)$ : 位相

コンスタレーション



強度変調(MASK, PAMM):

$M$ 値 ( $\log_2 M$ ビット) / シンボル

$A_m(t)$ : 可変,  $\theta_m(t)$ : 定数

たとえば、

$$A_m(t) = 1 + A_m \cos[2\pi f_m t] \longrightarrow 1 - A_m \sim 1 + A_m$$

の範囲で周期 $f_m$ で  
正弦波状に変化(アナログ)

$$A_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} A_i g(t - iT_m) \longrightarrow i \text{ はビット位置を表す変数。}$$

$g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$   
で振幅1, それ以外では0の  
矩形波(デジタル)

ここに1, 0などのビット系列(振幅)が入る

## 変調信号の数式表現(2)

位相変調(MPSK):

└─  $M$ 値/シンボル

$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$ : 定数,  $\theta_m(t)$ : 可変

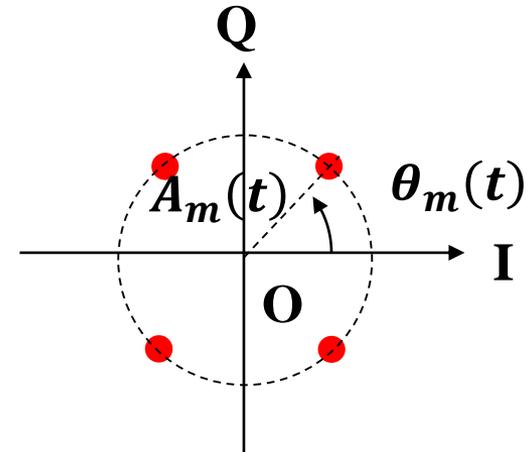
たとえば、

$$\theta_m(t) = A_m \cos[2\pi f_m t]$$

$$\theta_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} A_i g(t - iT_m)$$

ここに位相の値(0,  $\pi$ など)  
の数値列が入る

コンスタレーション



→  $-A_m \sim A_m$   
の範囲で周期 $f_m$ で  
正弦波状に変化(アナログ)

→  $i$ はビット位置を表す変数。  
 $g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$   
で振幅1, それ以外では0の  
矩形波

## 直交振幅変調

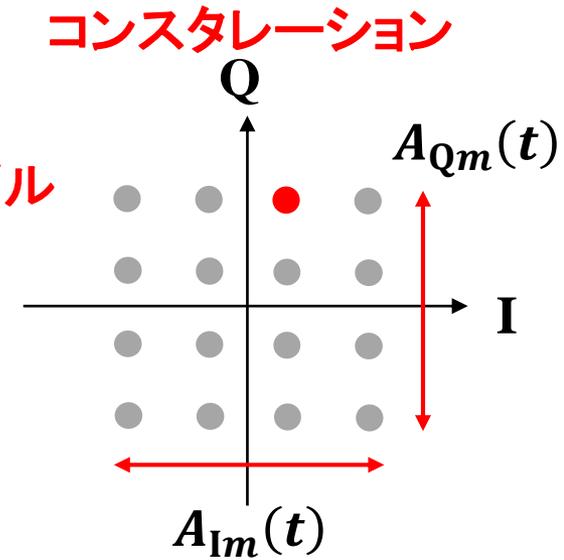
(Quadrature Amplitude Modulation, MQAM):

└─ M値/シンボル

水平(同相)・垂直(直交位相)成分での表示

$$\begin{aligned} s(t) &= A_{Im}(t)\cos[2\pi f_c t] + A_{Qm}(t)\sin[2\pi f_c t] \\ &= \sqrt{(A_{Im}(t))^2 + (A_{Qm}(t))^2} \cos[2\pi f_c t - \varphi(t)] \end{aligned}$$

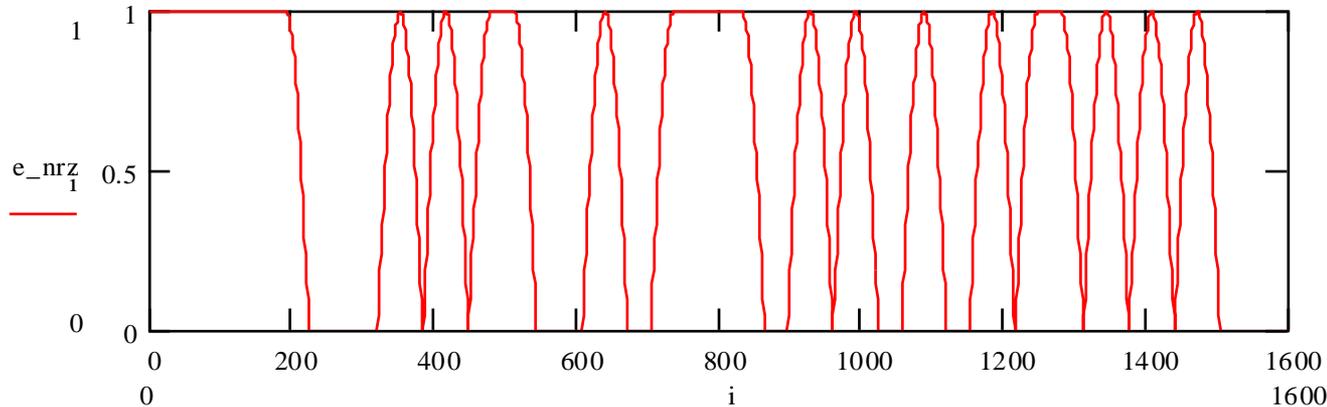
$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left[ \frac{A_{Qm}(t)}{A_{Im}(t)} \right]$$



## M系列(Maximal-length linear shift register sequences, M-sequences)とは？

- 擬似ランダム符号 (Pseudo random code, PN code) の一種
- 符号長 $m$ のM系列の周期:  $2^m - 1$

### 符号長7のM系列の解析例

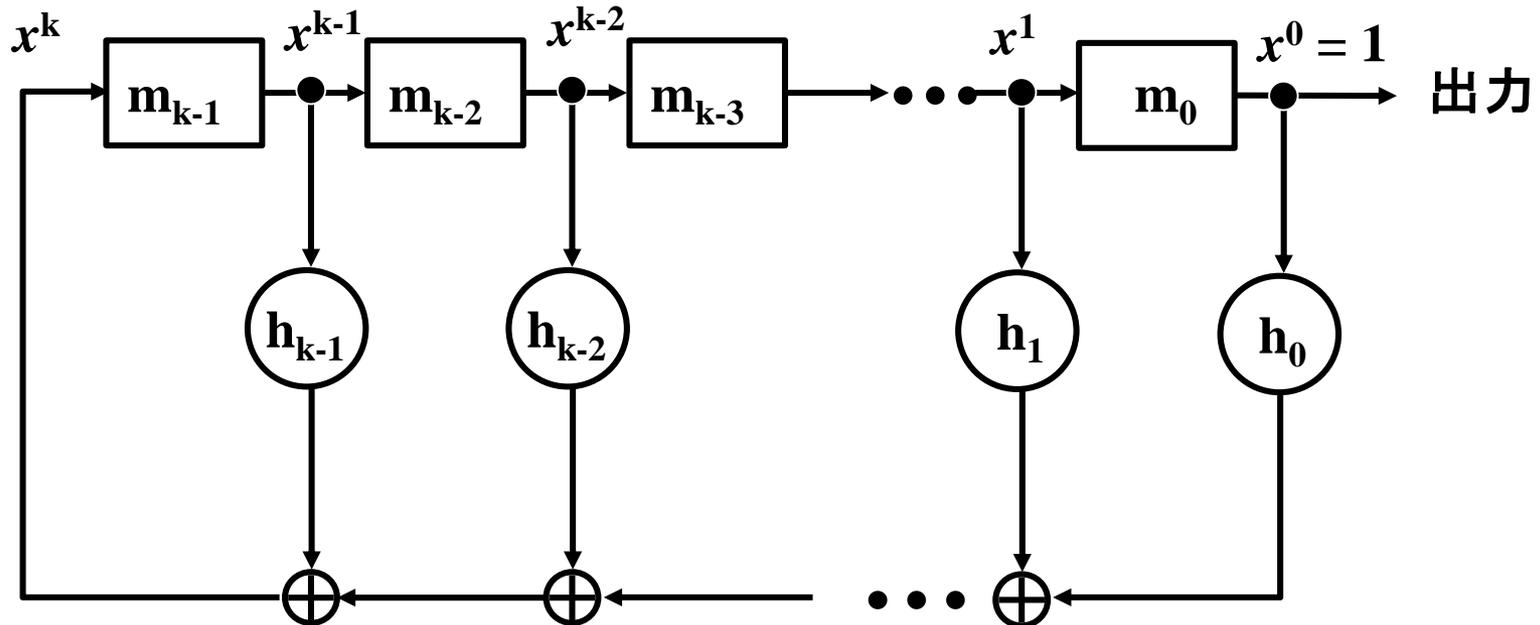


1111111000010101100010011110010100100101101010100000110010000111010111001110001  
1011001100000010001111101001101000101111011011101

1ビットずつずらして見た7ビットの符号がすべて異なる (all 0以外すべてを含み、各符号は1回のみ出現)

## M系列の生成

線形帰還シフトレジスタ(Linear Feedback Shift Register, LFSR)系列を用いる。



$$m_{n+k} = h_{k-1}m_{k-1} \oplus h_{k-2}m_{k-2} \oplus \dots \oplus h_1m_1 \oplus h_0m_0$$

で生成される系列  $\{c_n\}$  から求められる ( $n = 0, 1, 2, \dots$  は計算のステップ数)。

$h_i = 0$  または  $1$ ,  $\oplus$  は排他的論理和

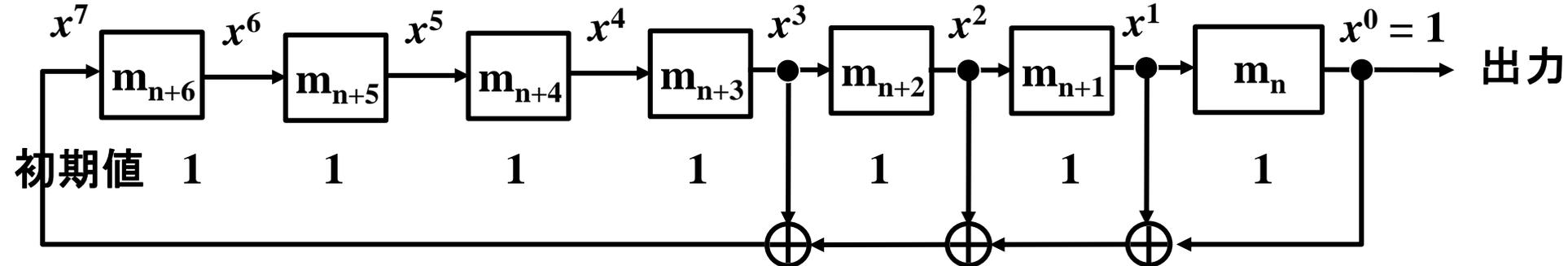


$h(x) = x^k + h_{k-2}x^{k-1} + \dots + h_1x + 1$  という多項式で表現する。

## 7次M系列の生成例(1)

7次M系列には数種類が知られているが、一例として以下の多項式を用いる場合を示す。

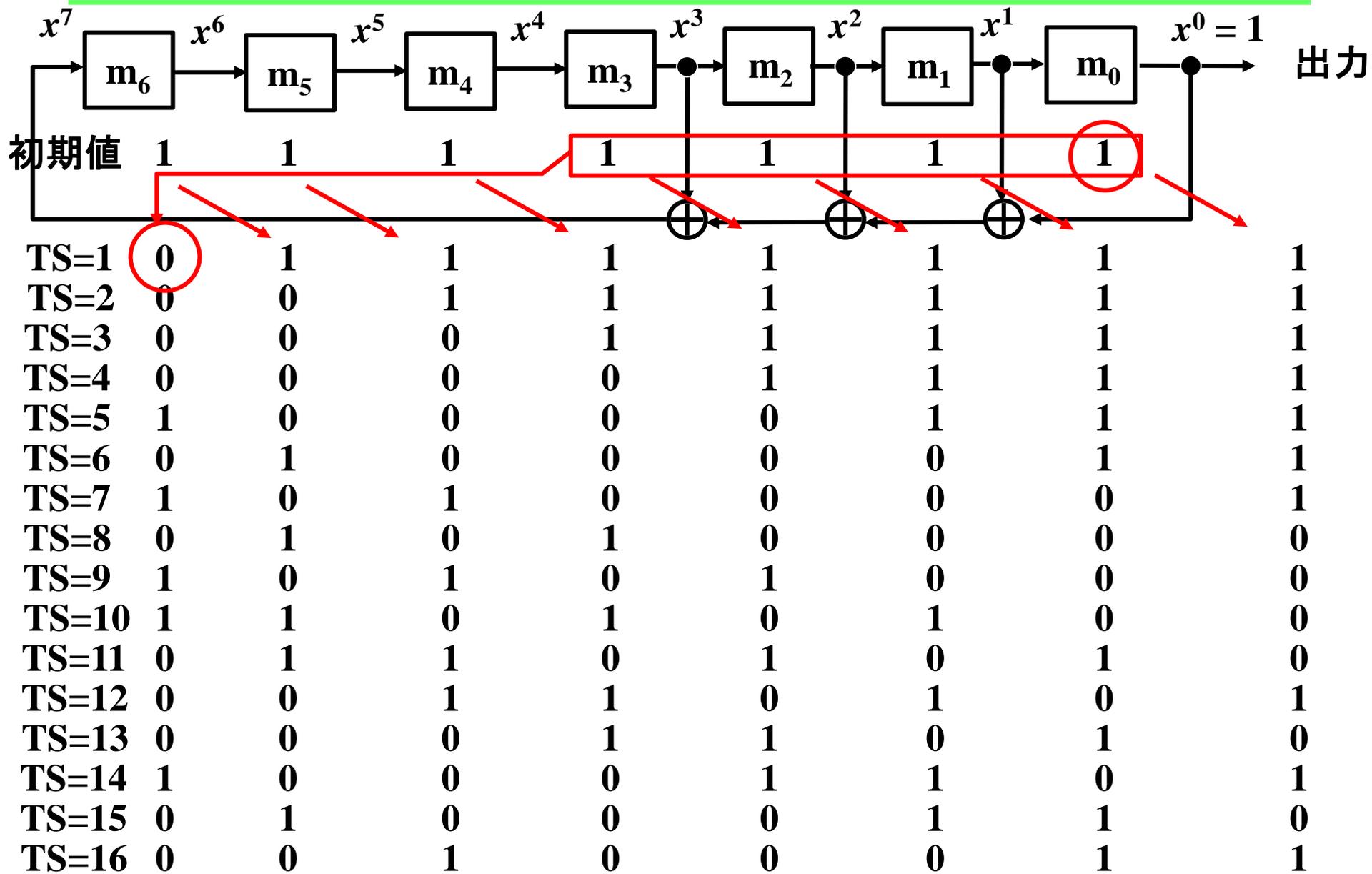
$$h(x) = x^7 + x^3 + x^2 + x + 1$$



### 【計算手順】

- ・シフトレジスタの初期化
- ・先頭を出力
- ・演算し、演算結果を最後尾入力に移動
- ・格納数値のシフト
- ・以上の繰り返し

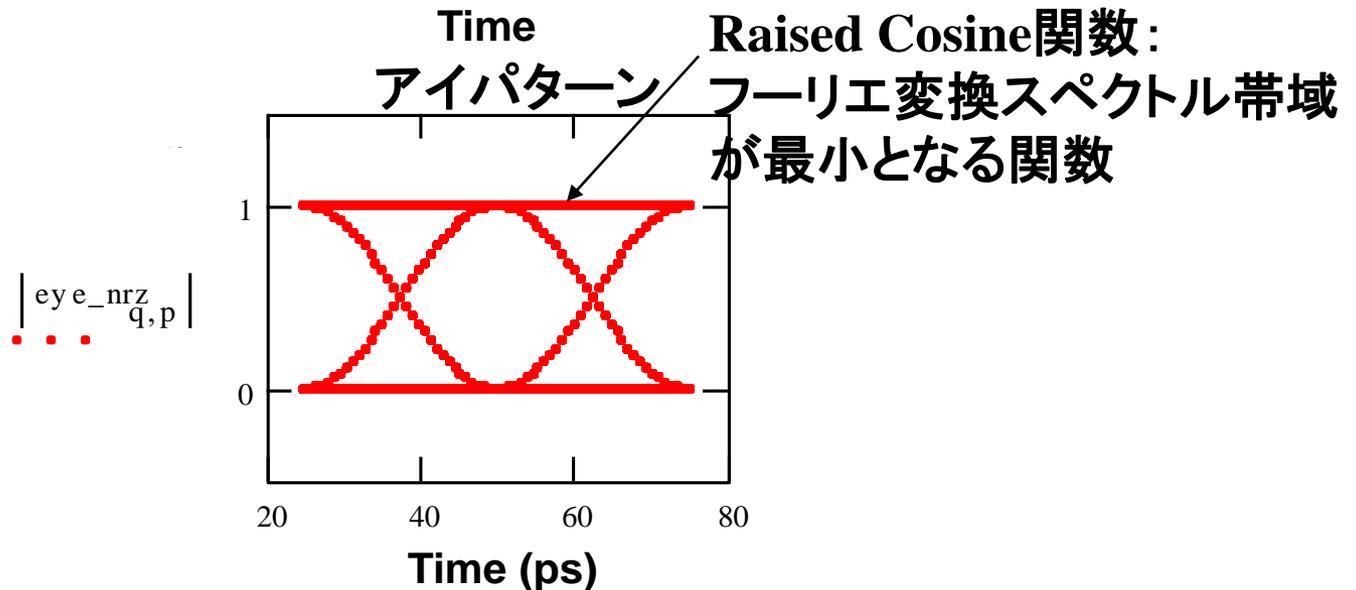
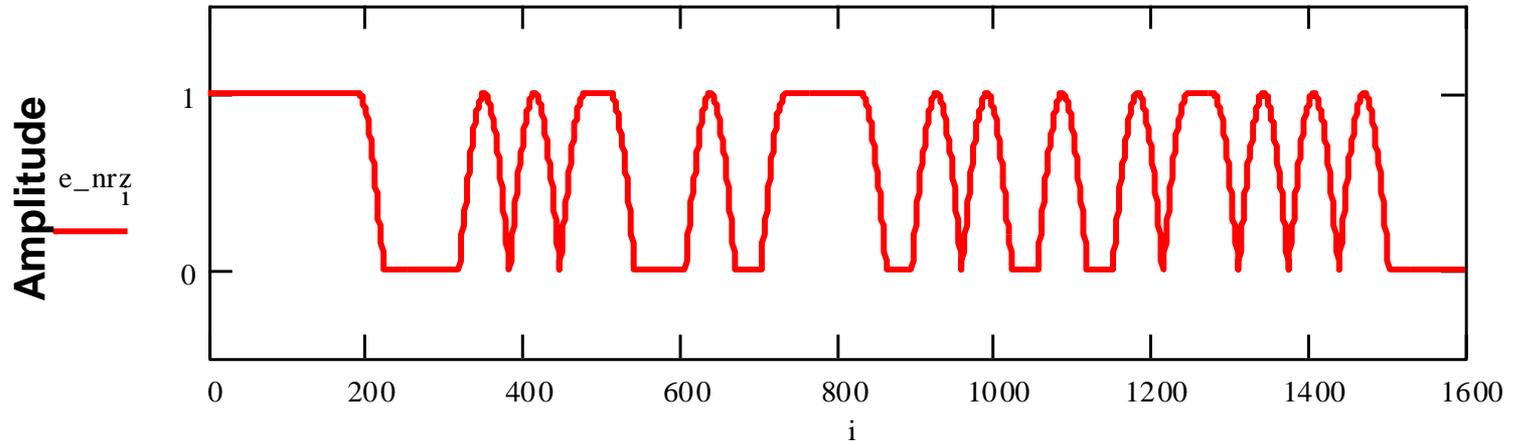
## 7次M系列の生成例(2)



# NRZ符号(符号長7のM系列)(1)

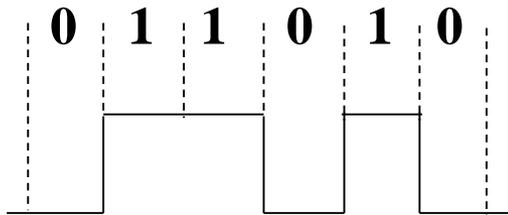
計算の参考:『Mathcadによる光システムの基礎』 小関 健, 原田一成 共著, 森北出版

### 時間波形(電界振幅)



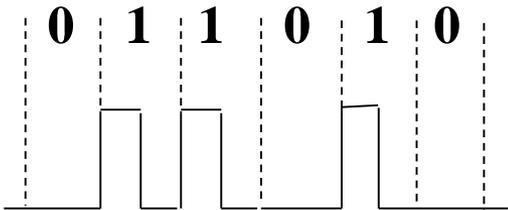
## NRZとRZ方式

### NRZ (Non Return-to-Zero)



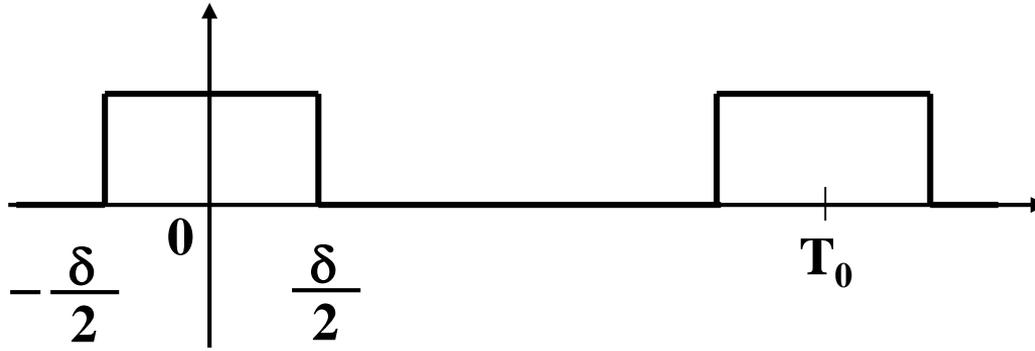
- 1シンボル(インターバル)の符号を変化させない。
- GbE, 10GbE, SONET/SDHなど  
実用光通信システムで使用

### RZ (Return-to-Zero)



- 1シンボル(インターバル)の符号を必ず0に戻す。
- 40Gbps以上の高速DWDM,  
短パルス光源(パルス幅<10ps)の  
研究用など。

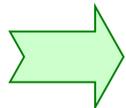
## 繰り返し周期を持つパルス波形の帯域



$$f(t) = \begin{cases} A(-\frac{\delta}{2} \leq t \leq \frac{\delta}{2}) \\ 0(\frac{\delta}{2} < t < T_0 - \frac{\delta}{2}) \end{cases}$$

このパルス列をフーリエ級数展開すると、

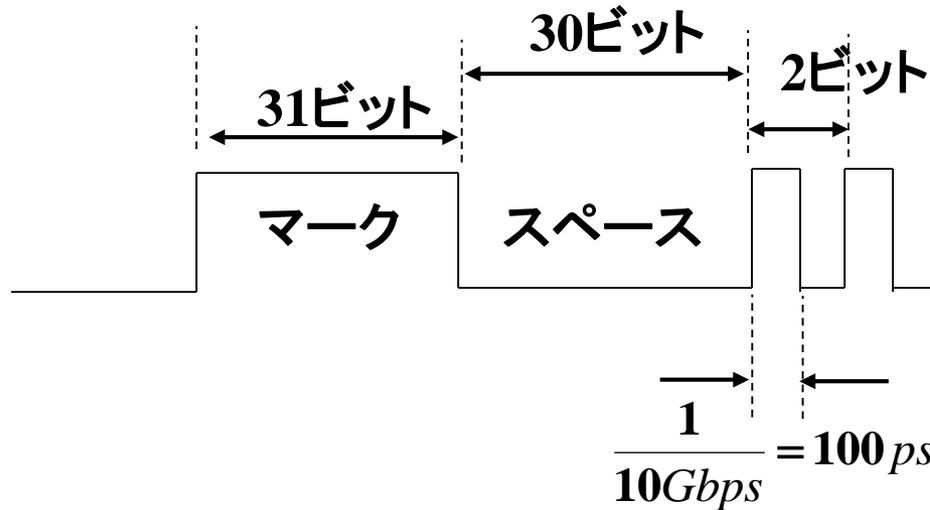
$$f(t) = \frac{A\delta}{T_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi\delta}{T_0}\right) \cos\left(2\pi \frac{n}{T_0} t\right)$$



基本周波数  $1/T_0$

## NRZ変調の信号帯域

10Gbps,  $2^{31}-1$  PRBS (Pseudo Random Bit Sequence), マーク率1/2



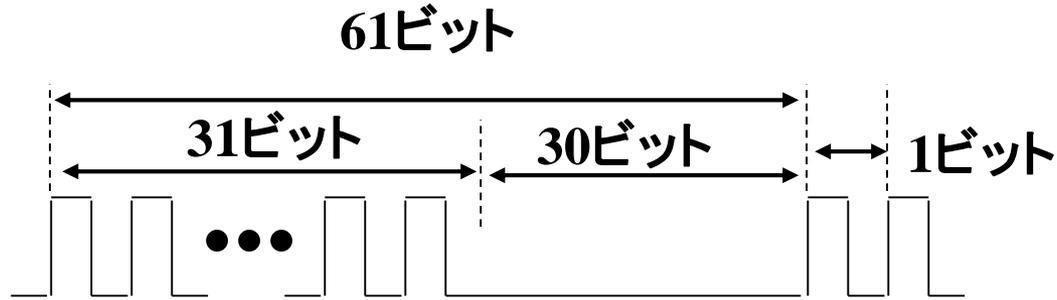
最低周波数

$$10G \div 61\text{ビット} = 164\text{MHz}$$

最高周波数

$$10\text{Gbps} \div 2 = 5\text{GHz}$$

# RZ変調の信号帯域



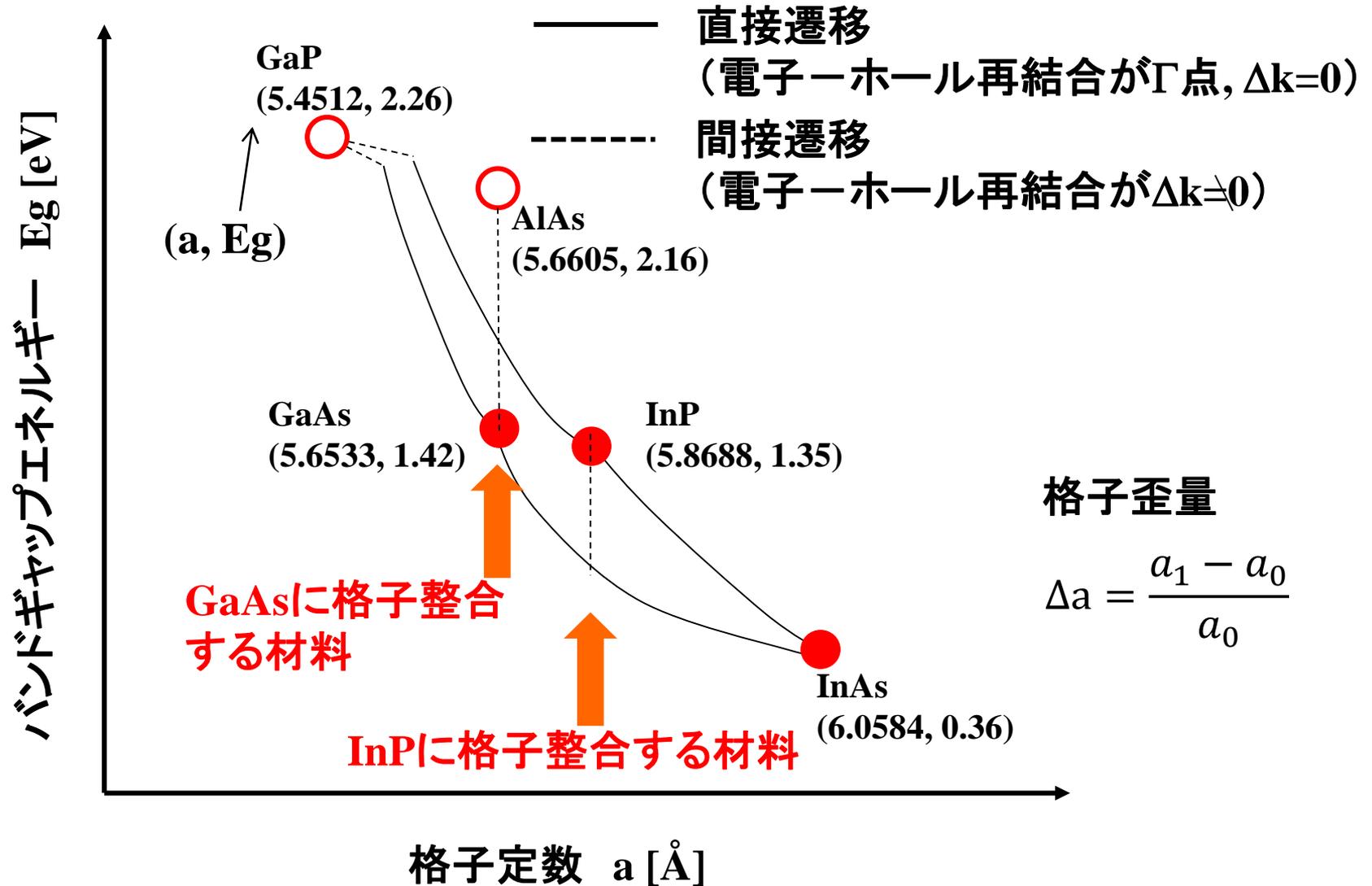
最高周波数

$$10\text{Gbps} \div 1 = 10\text{GHz}$$

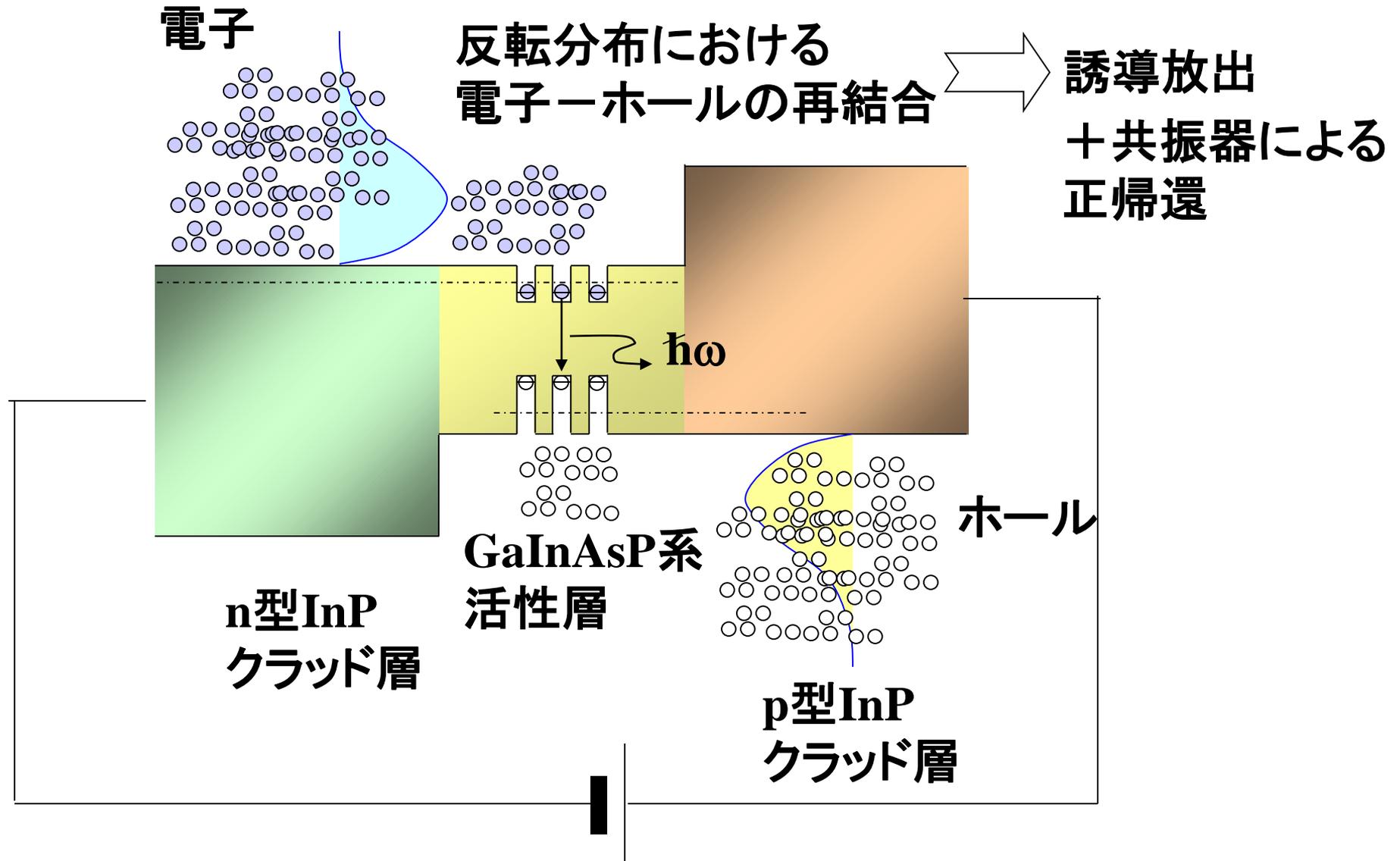
# 送信器用光源



# 格子定数とバンドギャップ・エネルギー



# 半導体レーザーの動作原理



## 発振条件(導波路型)



利得係数  $g$

活性層吸収係数  $\alpha_{ac}$

クラッド層吸収係数  $\alpha_{cl}$

活性層厚  $d$

光閉込係数  $\Gamma$

パワー  
反射率  $R_1$

パワー  
反射率  $R_2$

位相変化  
 $\phi_1$

位相変化  
 $\phi_2$

$$R_1 R_2 \exp \left[ \Gamma g (2L) - \Gamma \alpha_{ac} (2L) - (1 - \Gamma) \alpha_{cl} (2L) - j \left[ \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda_0} (2L) - \phi_1 - \phi_2 \right] \right] = 1$$

**発振利得条件**

**発振波長条件**

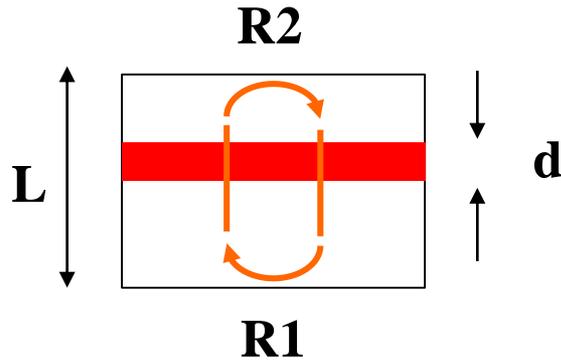
**縦モード間隔**

$$\Gamma g = \Gamma \alpha_{ac} + (1 - \Gamma) \alpha_{cl} + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

$$\lambda_0 = \frac{2n_{eff}L}{m}$$

$$\Delta\lambda_0 = -\frac{\lambda_0^2}{2n_{eff}L}$$

## 発振条件(面発光型)



$$R_1 R_2 \exp \left[ g(2d) - \alpha_{ac}(2d) - \alpha_{cl}(2(L-d)) - j \left[ \frac{2\pi n_{eff}}{\lambda_0} (2L) - \varphi_1 - \varphi_2 \right] \right] = 1$$

$$\Gamma g = \Gamma \alpha_{ac} + (1 - \Gamma) \alpha_{cl} + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

ただし、  $\Gamma = \frac{d}{L}$



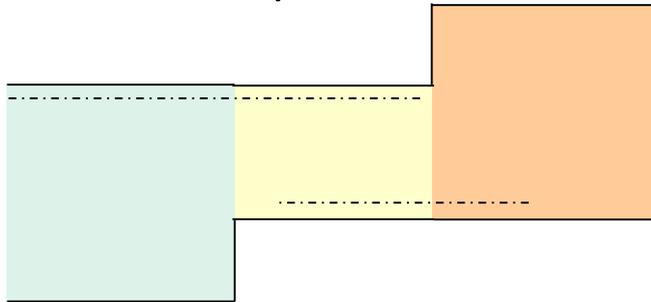
**$L \sim \lambda$ なので、 $R > 99.5\%$ が必要**

**$L \sim \lambda$ なので、 $\Delta\lambda_0 > 50\text{nm}$   
(利得帯域内で単一縦モード)**

# 発光層の構造

## バルク構造

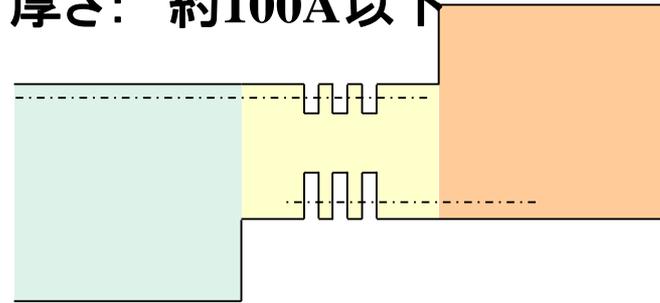
活性層が一種類  
厚さ: 約 $0.1\mu\text{m}$



## 量子井戸構造

Quantum Well (QW)

活性層が2種類の周期構造  
厚さ: 約 $100\text{\AA}$ 以下



- 発光効率向上  
低閾値電流・高スロープ効率

# 格子歪の良し悪し

$$\Delta a = \frac{a_1 - a_0}{a_0}$$

基本は格子整合が必要



格子欠陥による発光効率低下を防ぐ

しかし。。。

- 格子欠陥が発生しない程度の薄膜(臨界膜厚)以下であれば、発光効率向上が得られる場合あり。



歪量子井戸構造

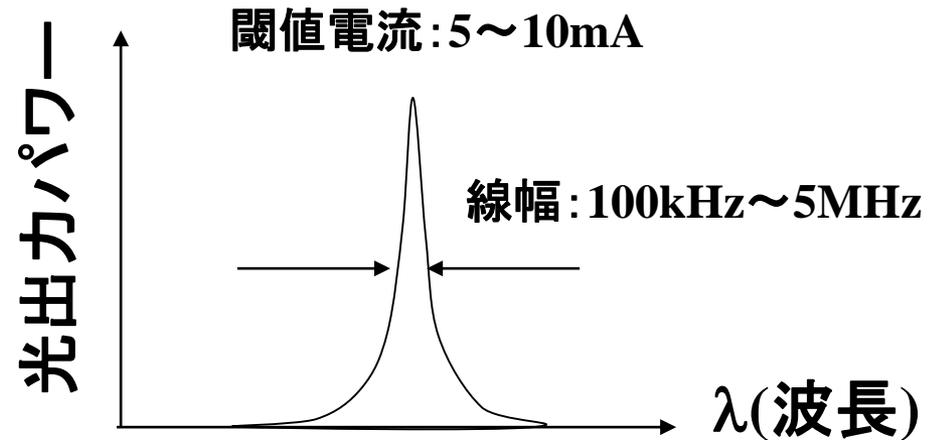
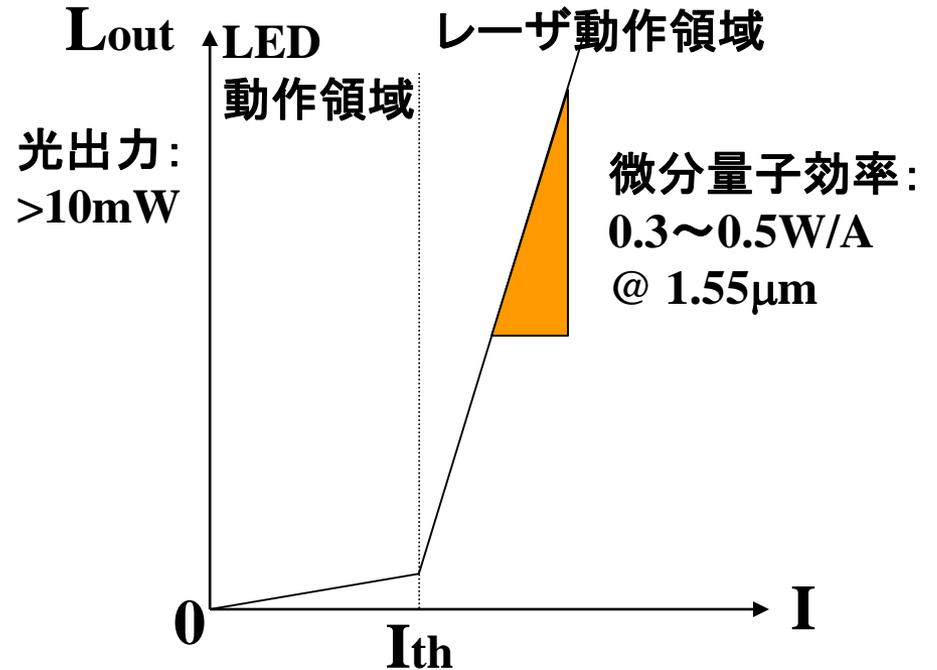
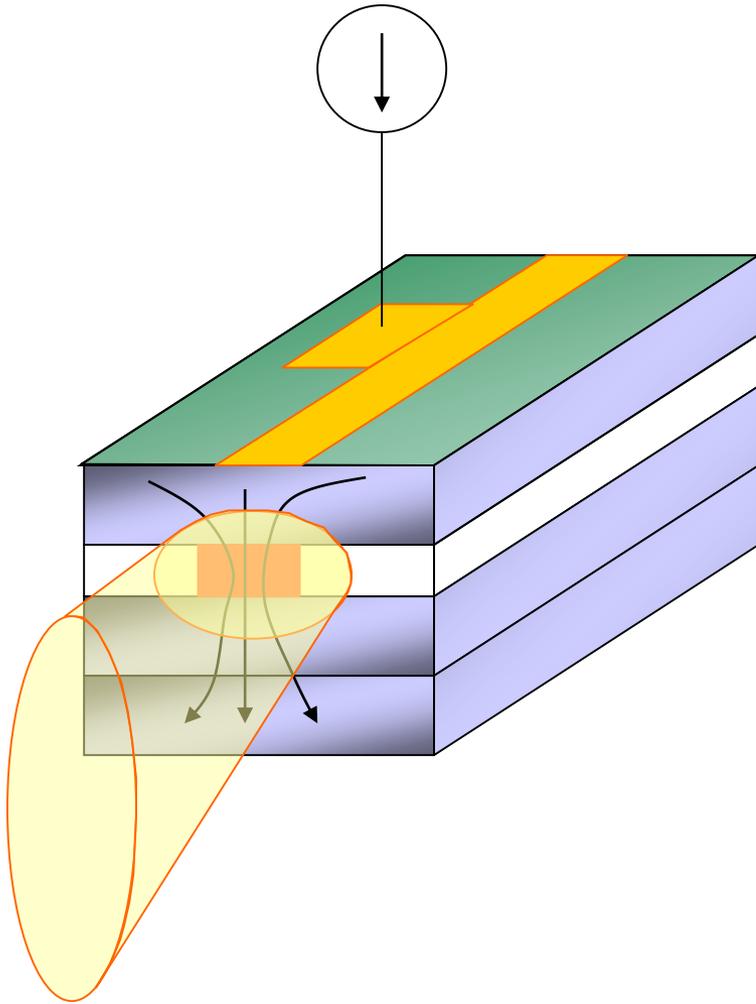
$\Delta a > 0$  : 圧縮歪

$\Delta a < 0$  : 伸張歪



無歪量子井戸構造より  
低閾値電流・高スロープ効率

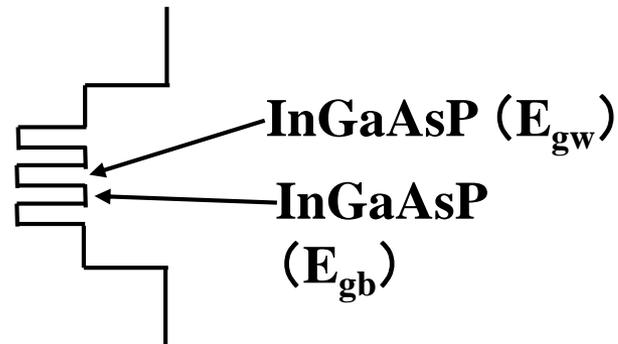
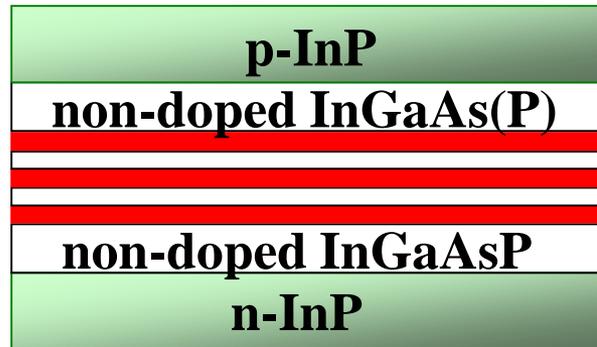
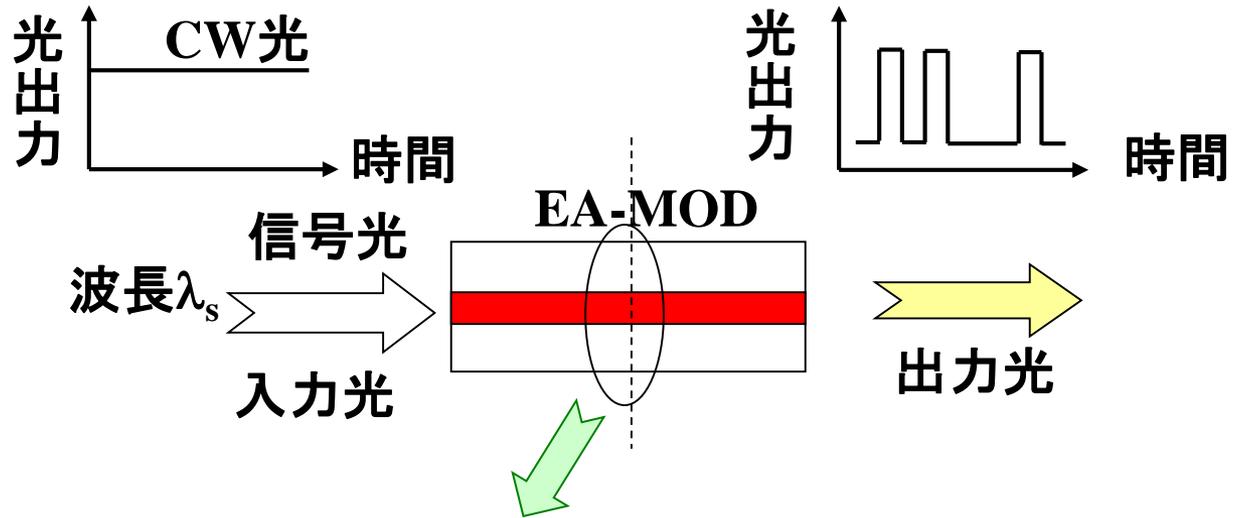
# 半導体レーザーの基本特性



# 光変調器(電界吸収型変調器)

# 光変調器の動作原理(1) (電界吸収型)

EA Modulator (EAM): 電界吸収型変調器

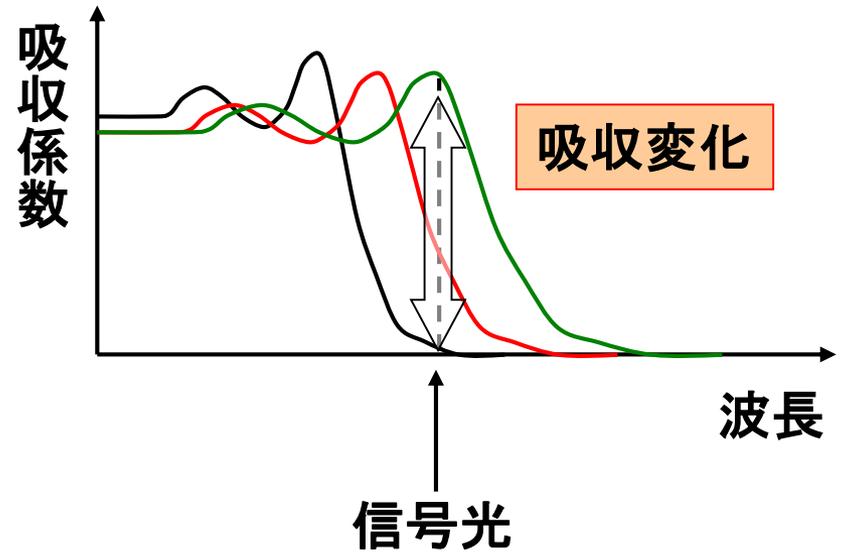
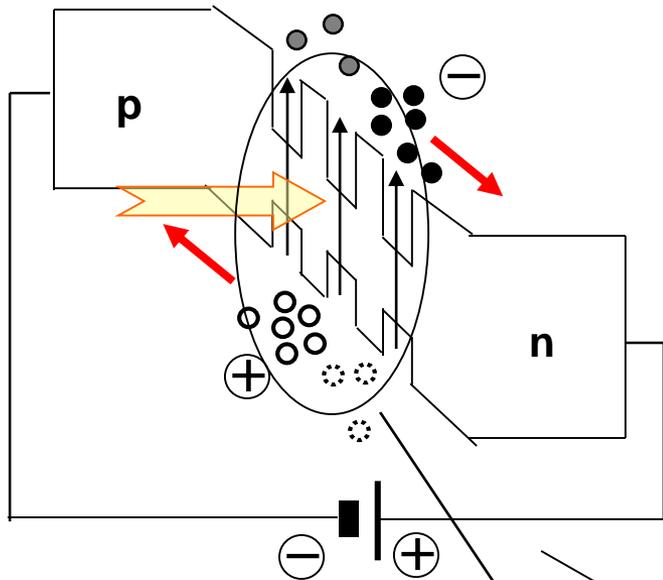


# 量子閉じ込めシュタルク効果 (Quantum Confined Stark Effect, QCSE)

pin構造に逆バイアス電圧を印加



- ・吸収端波長が長波長にシフト
- ・吸収ピーク値が減少



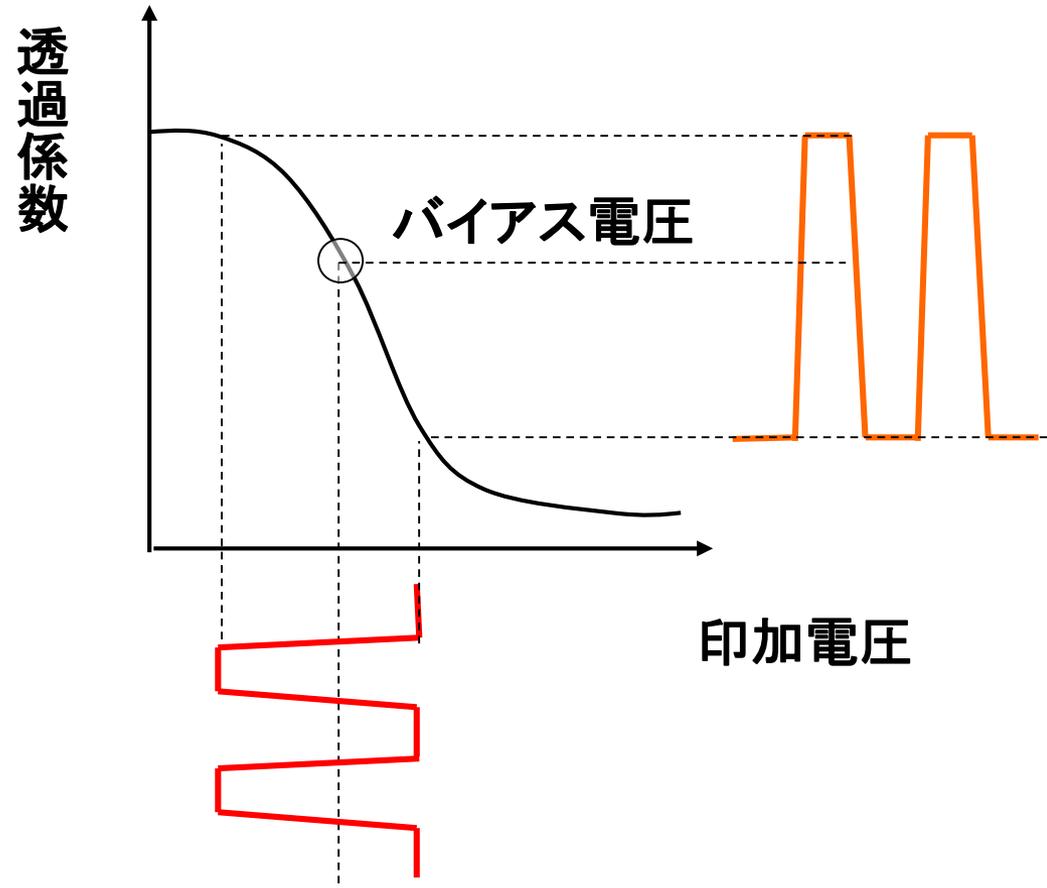
エネルギーシフト量:

$$\Delta E = \frac{\pi^2 - 15}{24\pi^4} (m_e + m_h) e^2 F^2 \frac{L_z^4}{\hbar}$$

$m_e$ : 電子の有効質量,  $m_h$ : ホールの有効質量  
 $F$ : 外部電界,  $L_z$ : QW厚

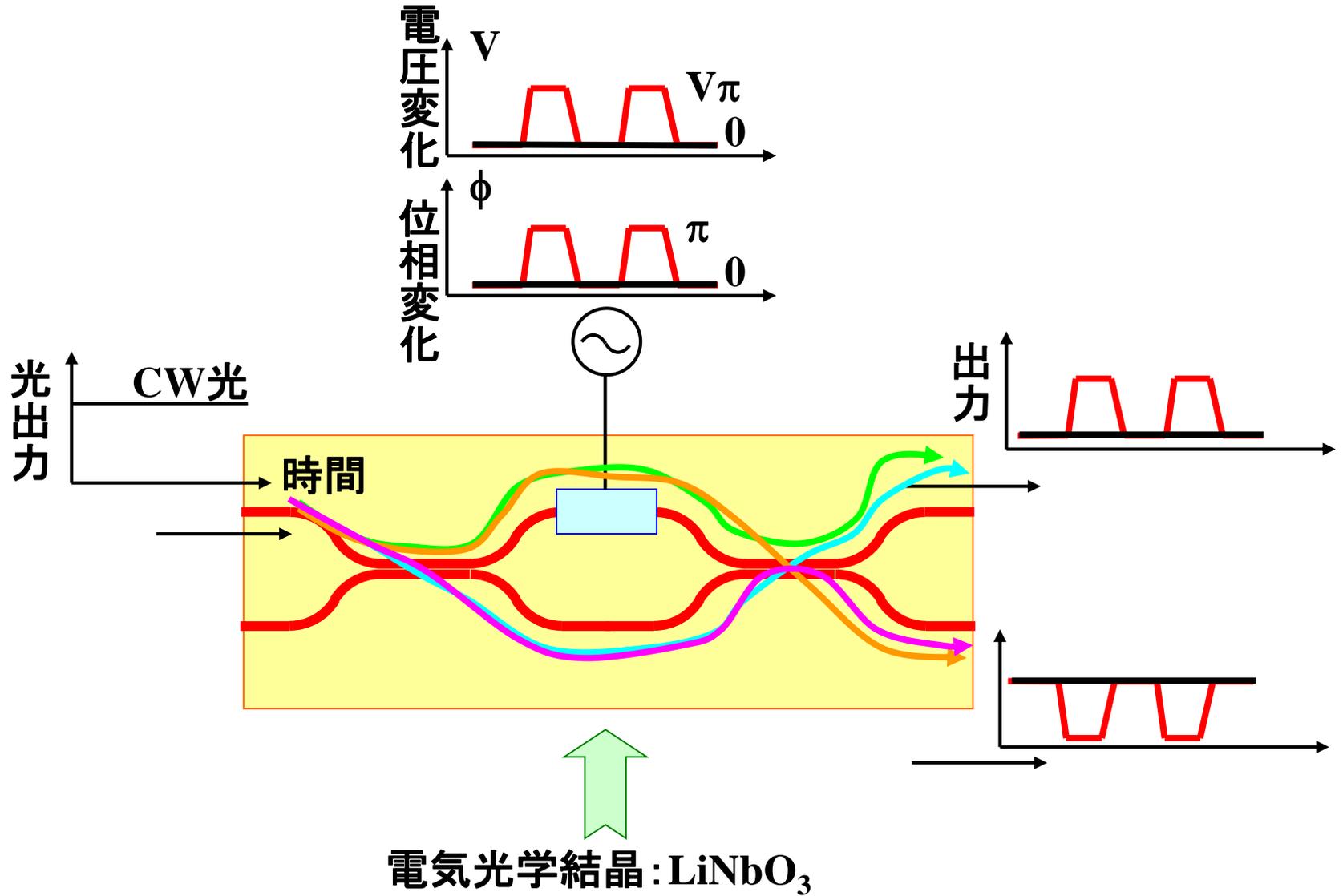
- ・実効的なエネルギーギャップ減少
- ・電子とホールの空間的重ね合わせ積分が減少

# EAMによる符号化



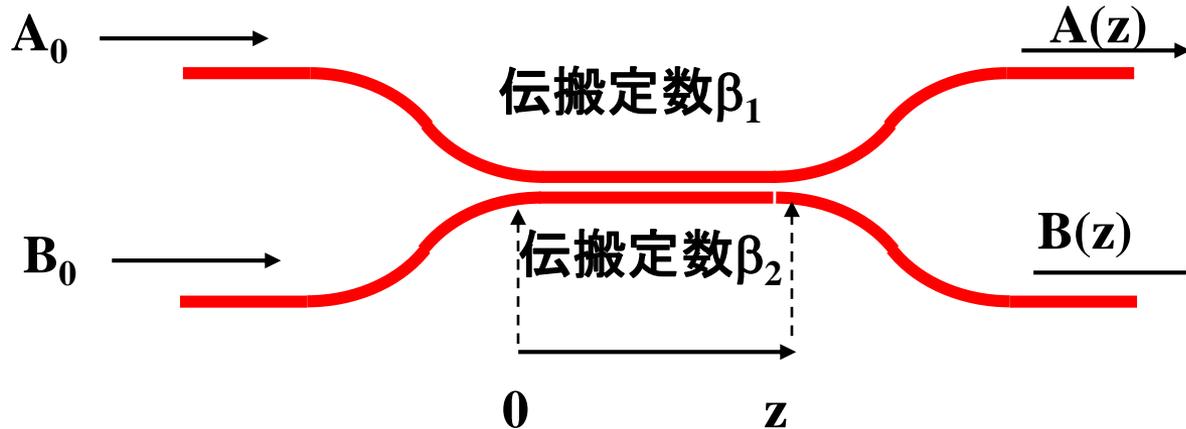
# マツハツエンダー型光変調器

# 光変調器の動作原理(2) (電気光学結晶のマツハツエンダー型)



# モード結合導波路(1)

## 結合導波路の基本形



### モード結合方程式

$$\frac{dA}{dz} = -j\kappa_{12}B \exp\{-j(\beta_2 - \beta_1)z\} \quad (3.1)$$

$$\frac{dB}{dz} = -j\kappa_{21}A \exp\{j(\beta_2 - \beta_1)z\} \quad (3.2)$$

式(3.1)を微分して式(3.2)を代入

$$\frac{d^2 A}{dz^2} + j2\Delta \frac{dA}{dz} + \kappa^2 A = 0 \quad (3.3)$$

ただし

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \kappa_{12} \times \kappa_{21}^* \\ 2\Delta &= \beta_2 - \beta_1 \end{aligned}$$

## 結合導波路の結合係数

式(3.1)の $\kappa_{12}$ は対称構造において以下の式で表される。

$$\kappa_{12} = \frac{\kappa_0^2}{\beta_0} \frac{1}{\gamma a} \frac{\exp(-\gamma d)}{1 + \left(\frac{\kappa_0}{\gamma}\right)^2}$$

ただし  $\kappa_0 = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta_0^2}$

$$\gamma = \sqrt{\beta_0^2 - k_0^2 n_2^2}$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$n_1$ : コアの屈折率

$n_2$ : クラッドの屈折率

$a$ : コア幅の1/2

$d$ : 2つのコアの間隔

$\lambda_0$ : 真空中の波長

$q$ を未知数とし、

$$A(z) = [a_1 e^{jqz} + a_2 e^{-jqz}] \exp(-j\Delta z) \quad (3.4)$$

$$B(z) = [b_1 e^{jqz} + b_2 e^{-jqz}] \exp(j\Delta z) \quad (3.5)$$

式(3.4), (3.5)を式(3.1)、(3.2)に代入し、

$$a_1 + a_2 = A(0) \quad (3.6)$$

$$b_1 + b_2 = B(0) \quad (3.7)$$

を満足する定数 $a_1, a_2, b_1, b_2$ を求めると、以下の一般解を得る。

$$A(z) = \left\{ \left[ \cos(qz) + j \frac{\Delta}{q} \sin(qz) \right] A(0) - j \frac{\kappa}{q} \sin(qz) B(0) \right\} \exp(-j\Delta z) \quad (3.8)$$

$$B(z) = \left\{ -j \frac{\kappa}{q} \sin(qz) A(0) + \left[ \cos(qz) - j \frac{\Delta}{q} \sin(qz) \right] B(0) \right\} \exp(j\Delta z) \quad (3.9)$$

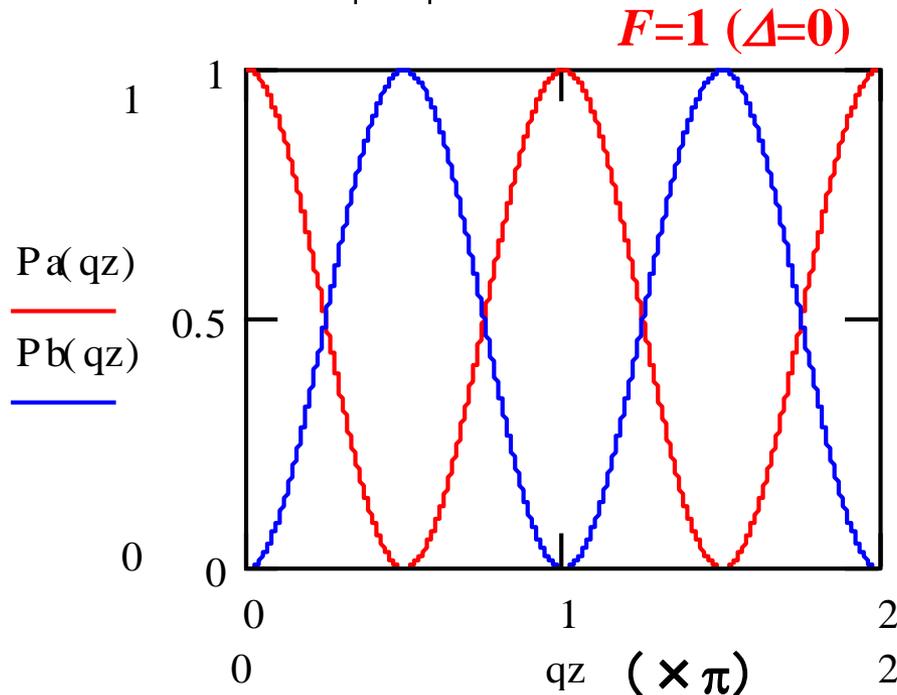
ただし、 $q = \sqrt{\kappa^2 + \Delta^2}$

## モード結合導波路(3)

片方の導波路のみに光が入射された場合、 $A(0)=A_0$ ,  $B(0)=0$ なので

$$P_a(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_0|^2} = 1 - F \sin^2(qz) \quad (3.10)$$

$$P_b(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_0|^2} = F \sin^2(qz) \quad (3.11) \quad \text{ただし } F = \left(\frac{\kappa}{q}\right)^2$$



$$L_c = \frac{\pi}{2q} \text{ のとき、}$$

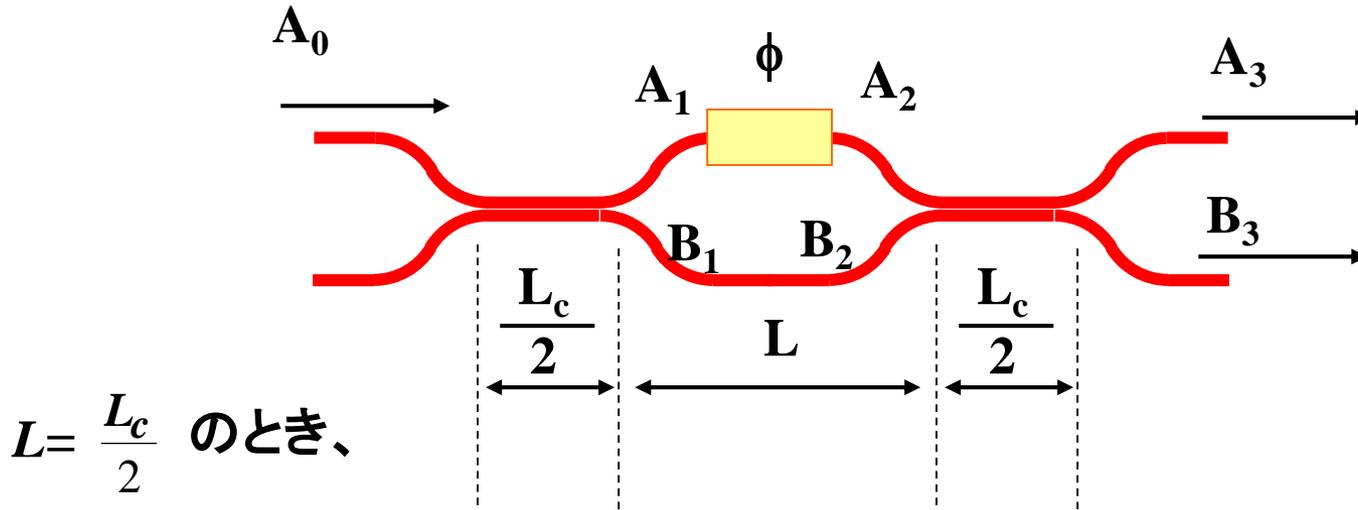
$$P_a(L_c) = 0, P_b(L_c) = A_0$$

➡  $L_c$ : 結合長

2本の導波路が同一構造の場合 ( $\beta_1 = \beta_2$  または  $\Delta = 0$ )、式(3.8), (3.9)は以下のようになる。

$$\begin{cases} A(z) = A(\mathbf{0}) \cos(\kappa z) - jB(\mathbf{0}) \sin(\kappa z) & (3.12) \\ B(z) = -jA(\mathbf{0}) \sin(\kappa z) + B(\mathbf{0}) \cos(\kappa z) & (3.13) \end{cases}$$

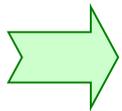
# マツハツエンダー型導波路の解析(1)



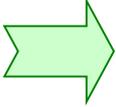
上側と下側の導波路が同じ構造(等位相)であるとすると、 $\Delta=0$

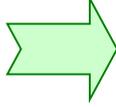
$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = A_0 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{A_0}{\sqrt{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} e^{j \cdot 0} \quad (3.14) \\ B_1 = -j A_0 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -j \frac{A_0}{\sqrt{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} e^{-j \frac{\pi}{2}} \quad (3.15) \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \text{位相が } \frac{\pi}{2} \text{ ずれている}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \exp(-j\beta L) \quad (3.16) \\ B_2 = -j \frac{A_0}{\sqrt{2}} \exp(-j\beta L + j\phi) \quad (3.17) \end{array} \right.$$



式(3.16)、(3.17)を式(3.12)、(3.13)のA(0)、B(0)に代入


$$\left\{ \begin{array}{l} A_3 = -jA_0 \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \exp(-j\beta L + j\frac{\phi}{2}) \quad (3.18) \\ B_3 = -jA_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \exp(-j\beta L + j\frac{\phi}{2}) \quad (3.19) \end{array} \right.$$

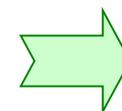

$$\left\{ \begin{array}{l} |A_3|^2 = |A_0|^2 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (3.20) \\ |B_3|^2 = |A_0|^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (3.21) \end{array} \right.$$

$\phi=0$ のとき、 $|A_3|^2 = 0, |B_3|^2 = 1$

$\phi=\pi$ のとき、 $|A_3|^2 = 1, |B_3|^2 = 0$

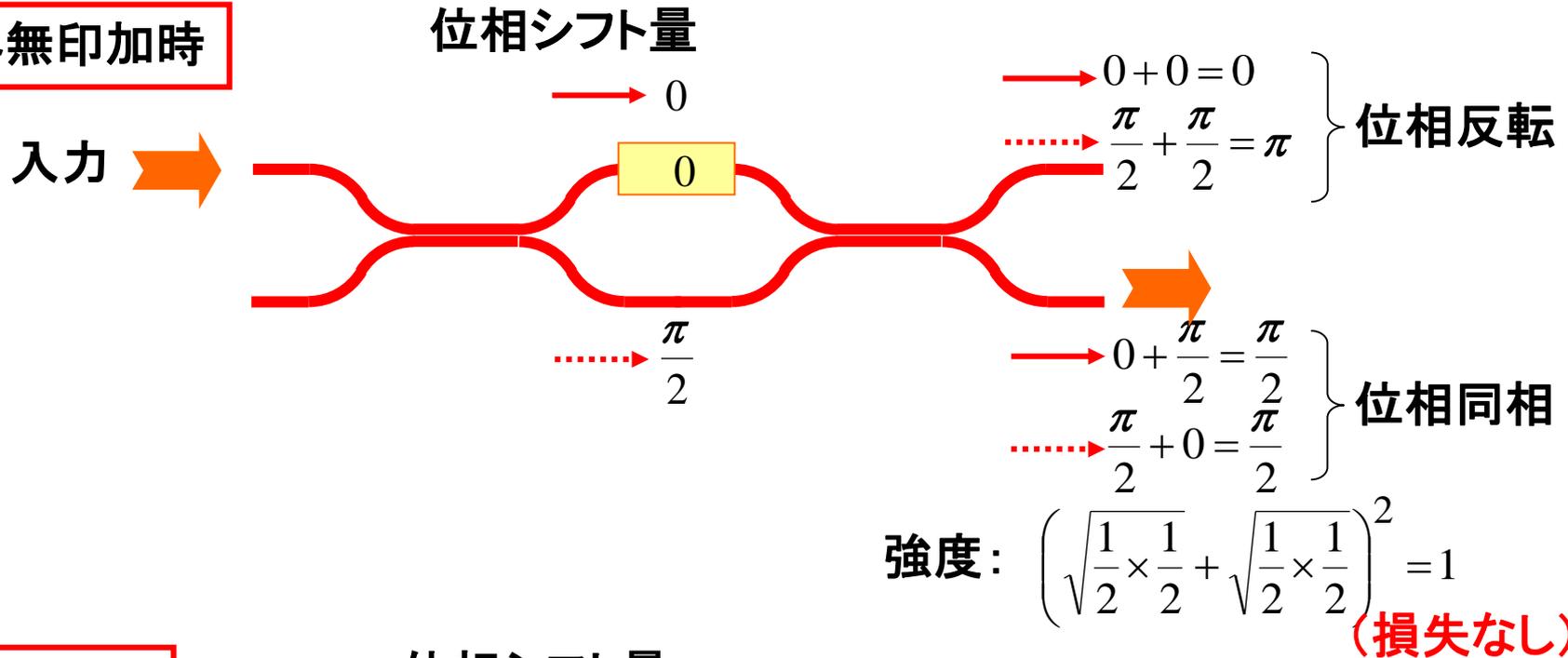
$\phi = \frac{\pi}{2} + \delta\phi$  となるようにバイアスを加えると、

$$|A_3|^2 \cong \frac{1}{2} |A_0|^2 (1 + \delta\phi) \quad (3.22)$$

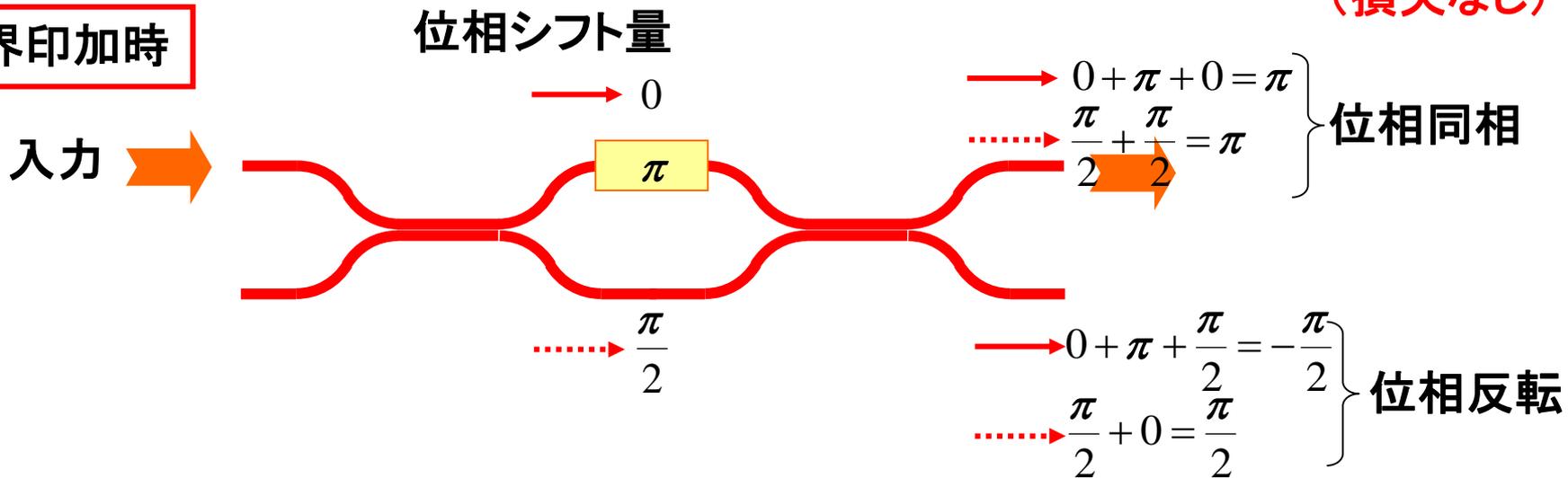


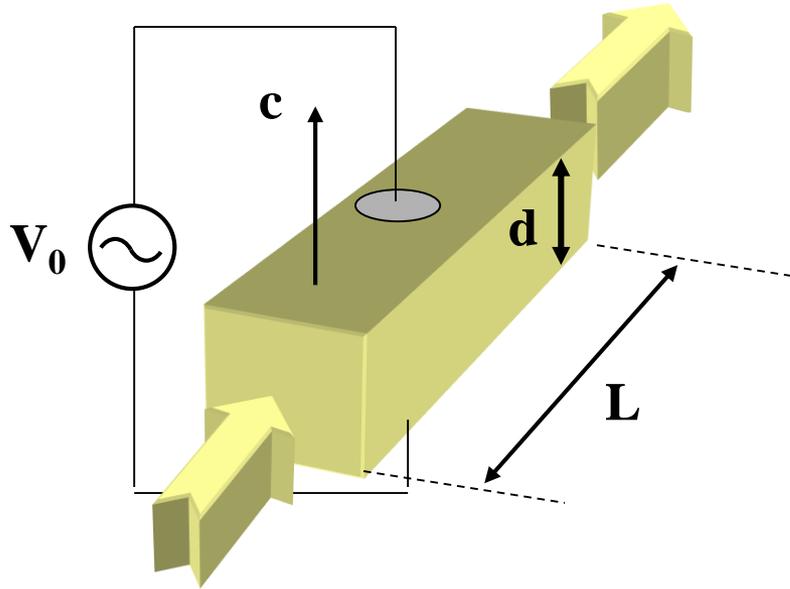
$\delta\phi$ に比例した  
強度変化が得られる

電界無印加時

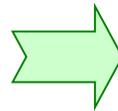


電界印加時





$$\delta\phi = \frac{\pi n_e^3 r_{33} L}{d \lambda} V_0$$



ポッケルス効果: 屈折率変化が印加電圧  
の1乗に比例

# 光受信器

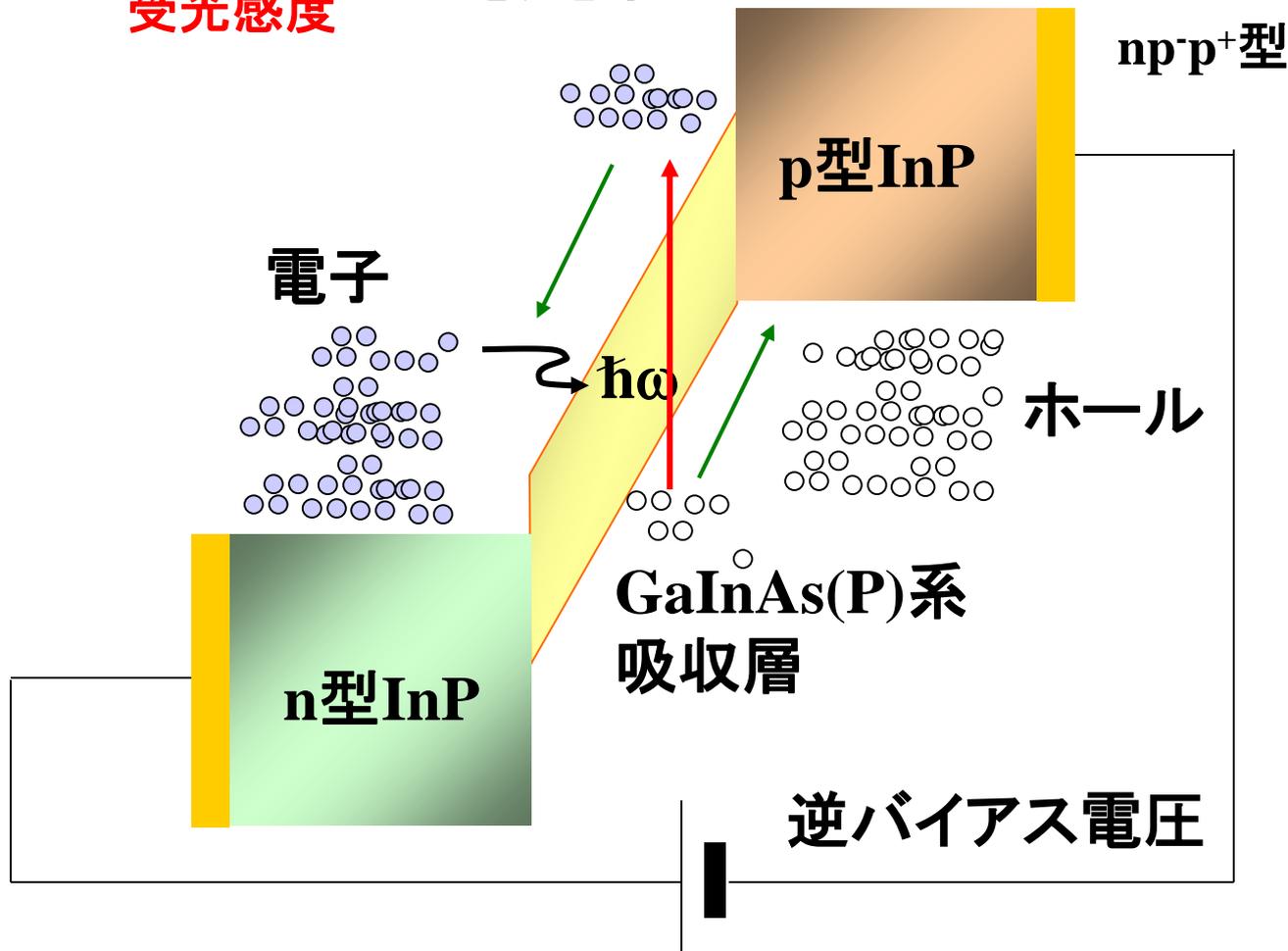
# フォトディテクタの動作原理(1)

## pin-PDの構造

発生電流:  $I = e \eta_i \frac{P_{in}}{h\omega}$

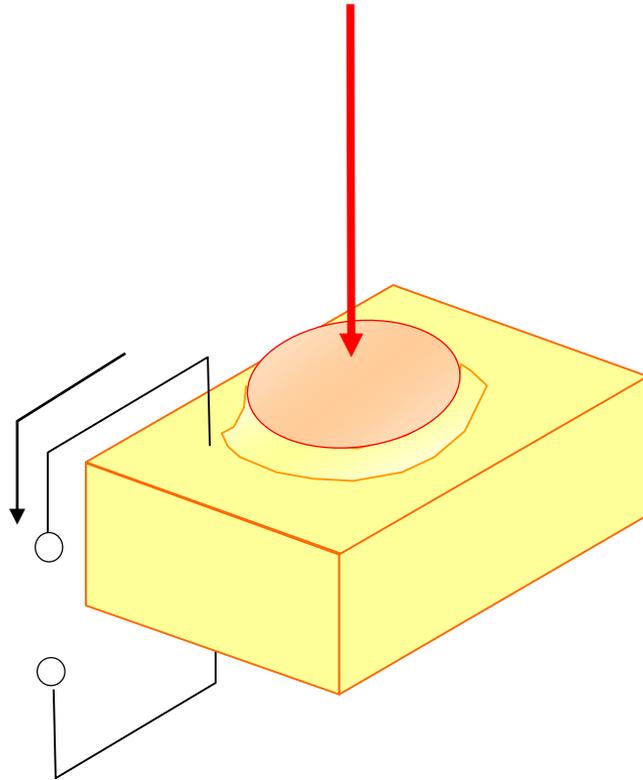
受光感度

受信光の吸収により発生する電子数(効率は内部量子効率として考慮)に電子素量を掛けて電流を導出

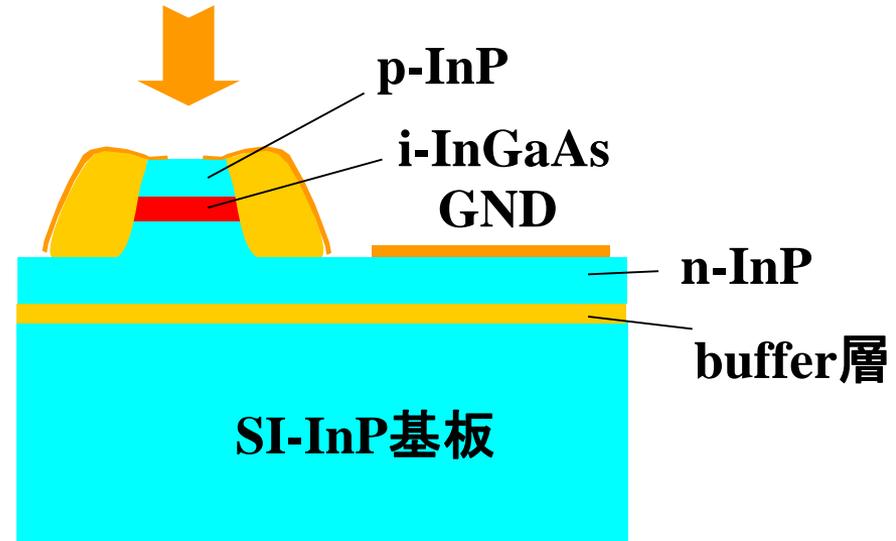


# 面入射型PDの構造

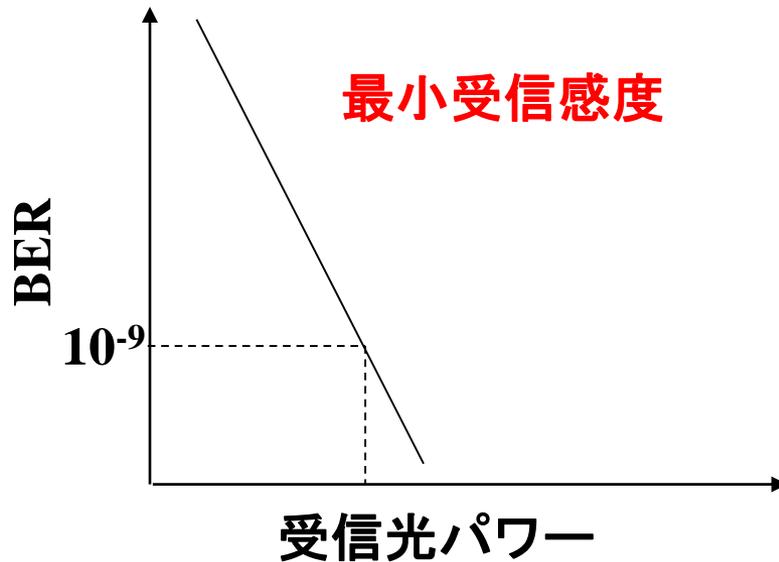
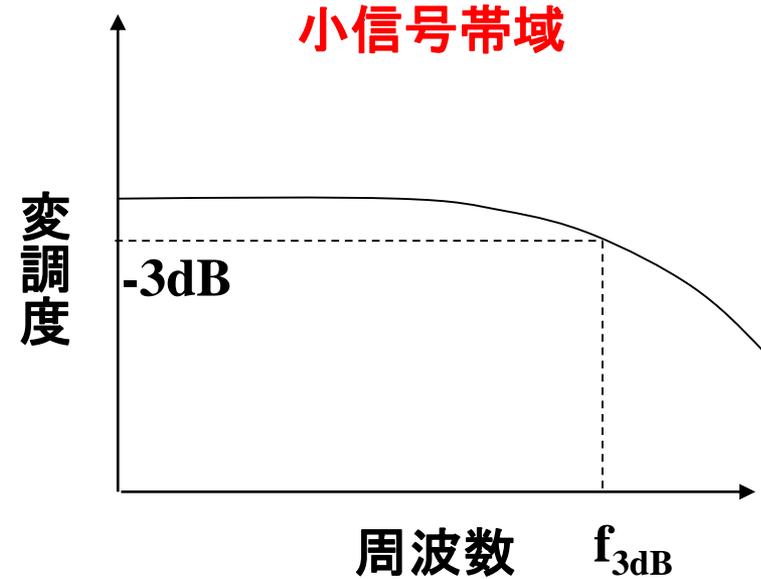
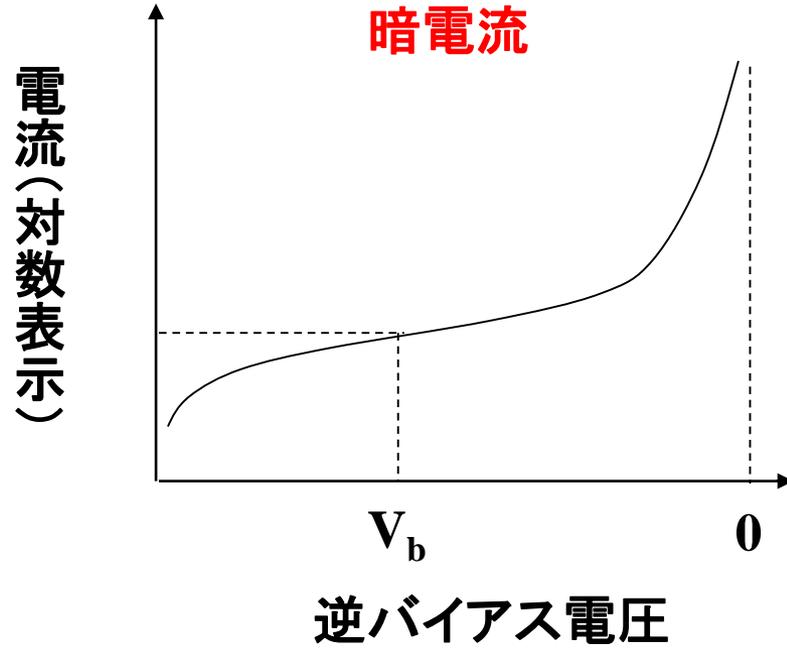
鳥瞰図



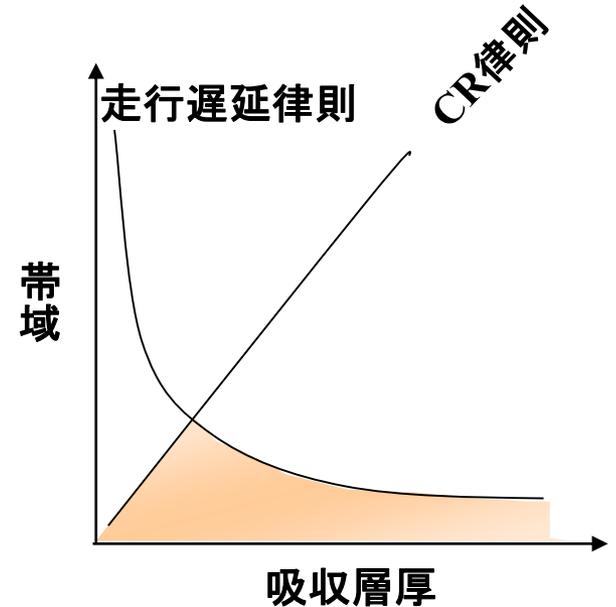
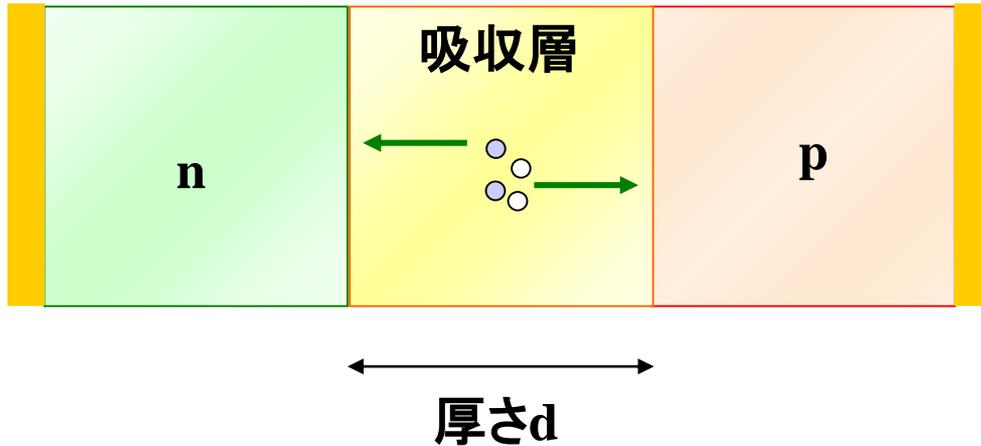
断面図



# pin-PDの基本特性



## 走行遅延・CR時定数のトレードオフ



- 光励起電流 (Photocurrent): 厚さが**薄い**方が走行遅延小 → 広帯域
- 平行平板キャパシタ: 厚さが**厚い**ほうが低容量 → 広帯域

➡ 目標帯域に対して適した吸収層厚が存在

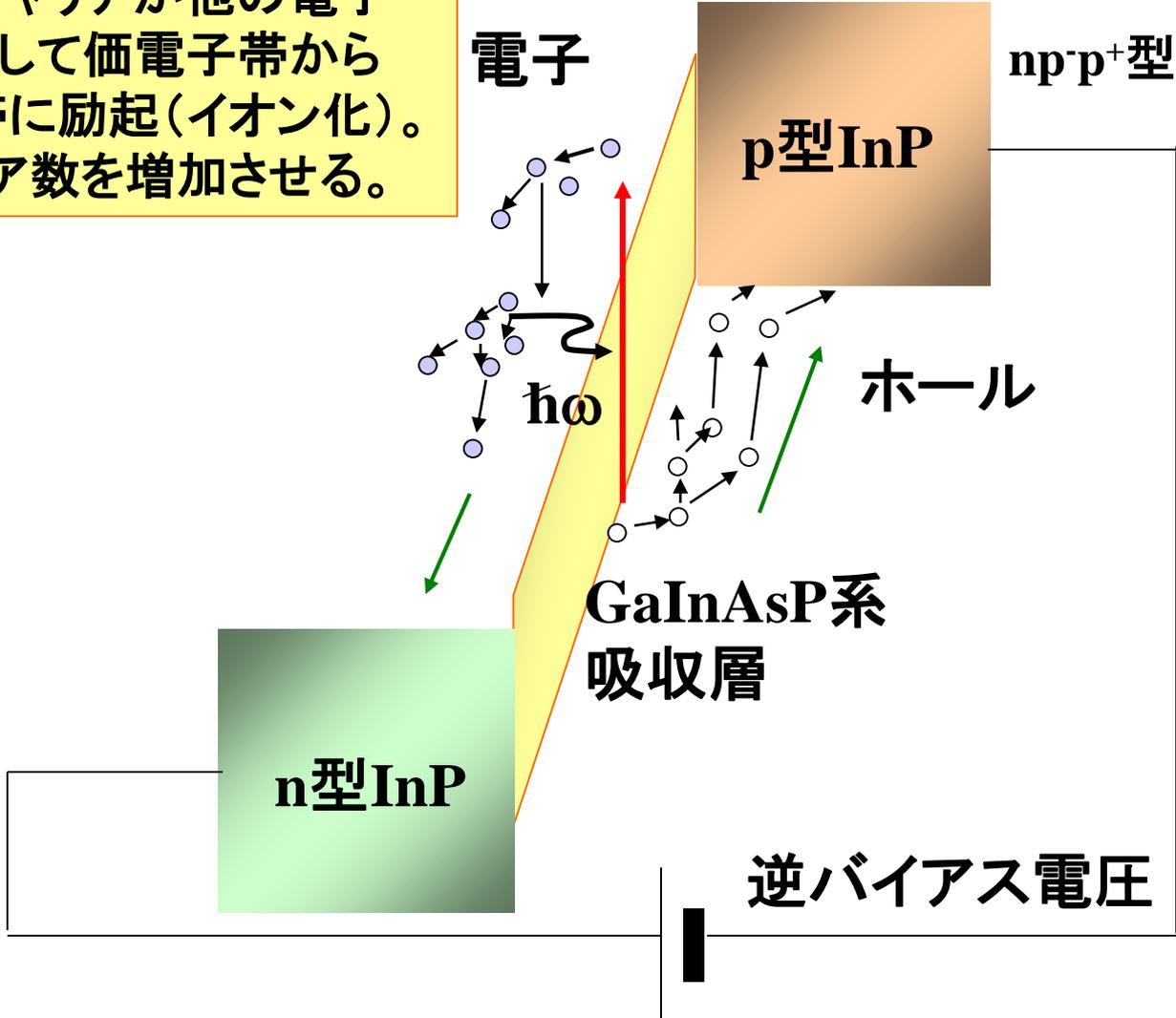
ただし、吸収層が薄いと受信感度が劣化の影響あり( $\propto 1 - \exp(-\alpha d)$ )

$\alpha$ : 吸収係数

## フォトディテクタの動作原理(2)

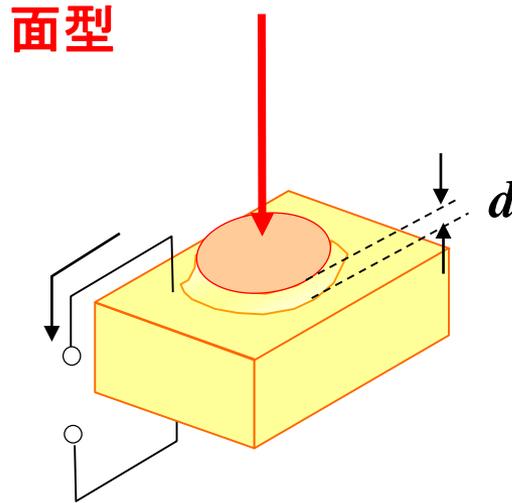
### APD (Avalanche Photodiode) の構造

走行キャリアが他の電子と衝突して価電子帯から伝導帯に励起(イオン化)。キャリア数を増加させる。



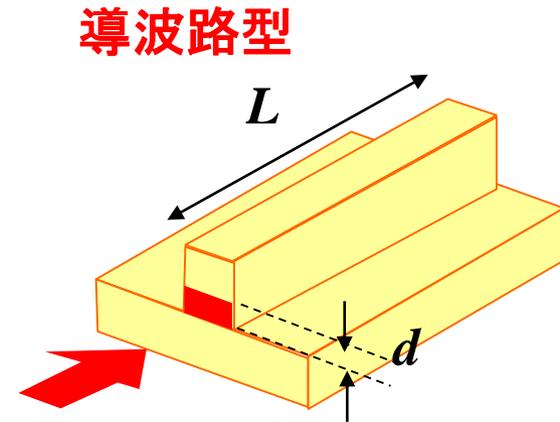
## 面型から導波路型へ

### 走行遅延・受信感度のトレードオフ



$$\text{受信感度 (吸収率)} \propto 1 - \exp(-\alpha d)$$

$d$ を厚くすると感度は上がり  
CR時定数も低減するが、  
走行遅延劣化が起きる



$$\text{受信感度 (吸収率)} \propto 1 - \exp(-\alpha L)$$

$L$ を長くすると感度があがり  
走行遅延と独立に最適化設計化  
( $L$ 短尺化によるCR低減は必要)