

第12回

ビット誤り率
(コヒーレント、多値変調、光増幅)

講義スケジュール(1)

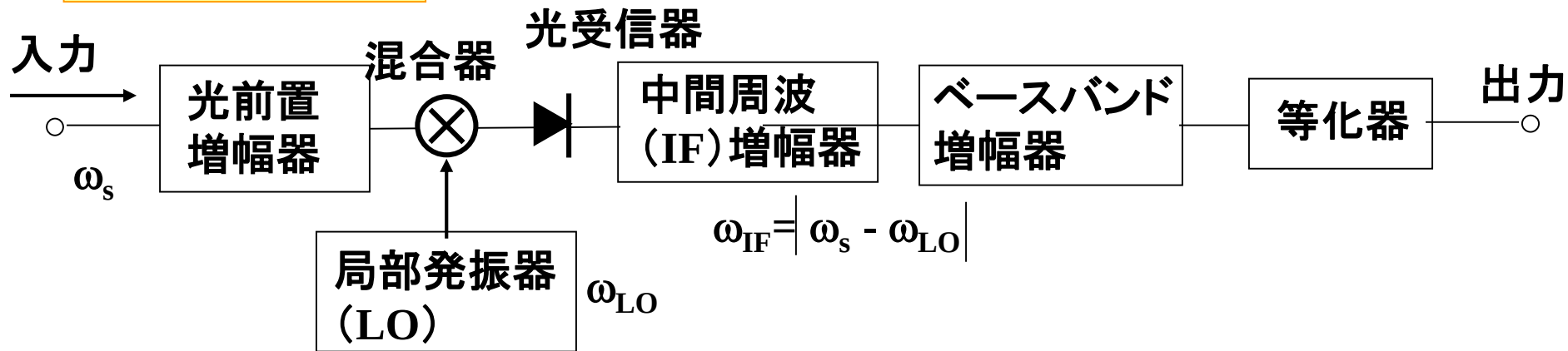
	日付	内容
第1回	10/6	光通信システム(基礎・長距離基幹系)
第2回	10/13	光通信システム(メトロ・アクセス・LAN・インターコネクション)
第3回	10/20	光変調符号
第4回	10/27	光変復調技術(強度変調・位相変調)
第5回	11/10	光変復調技術(デジタル・コヒーレント関連技術)
第6回	11/17	光ファイバのモード特性(波動方程式)
第7回	11/24	光ファイバのモード特性(偏波)
第8回	12/1	ファイバの伝送特性(分散による伝送限界)

講義スケジュール(2)

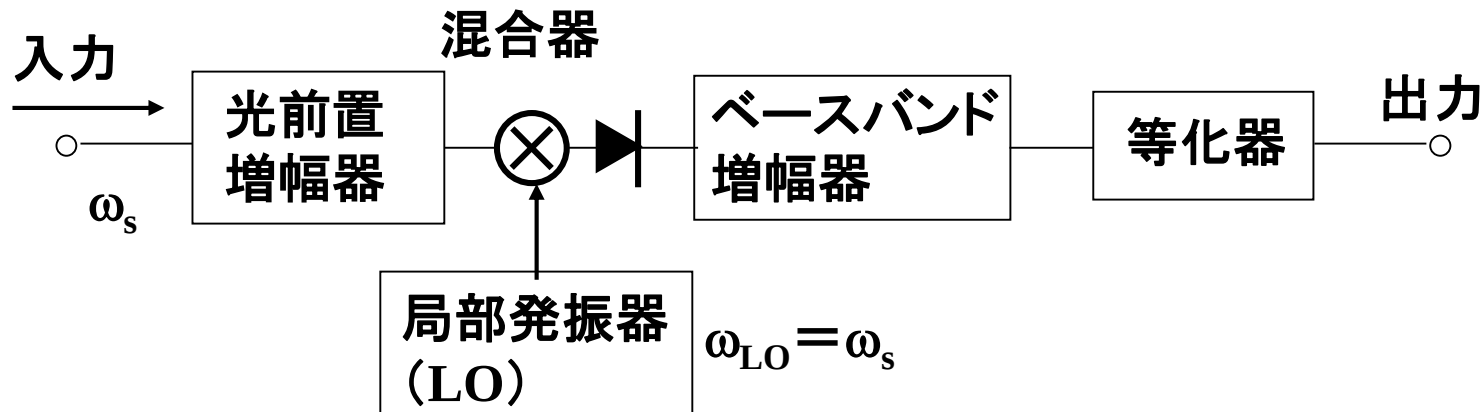
	日付	内容
第9回	12/8	ファイバの伝送特性(分散補償技術)
第10回	12/15	光増幅器
第11回	12/22	ビット誤り率(強度変調・直接検波)
第12回	1/5	ビット誤り率(コヒーレント、多値変調、光増幅)
第13回	1/19	波長多重(WDM)伝送(分散マネジメント技術)
第14回	1/26	波長多重(WDM)伝送(変調技術)
第15回	2/2	光スイッチング技術・最新の光通信関連技術

コヒーレント受信系の基本構成

ヘテロダイン検波



ホモダイン検波



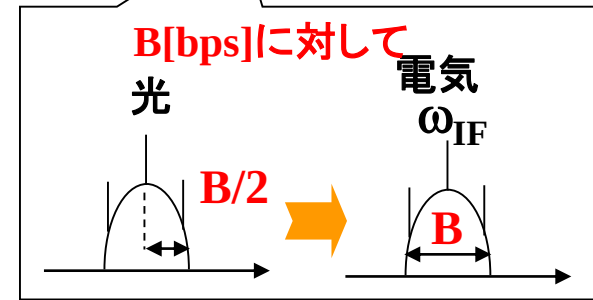
コヒーレント検波のBER特性(1)

中間周波数の受信器帯域が信号帯域の2倍

IM-DD

第11回11ページ目より、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 = \sigma_{i_s}^2 + \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 = 2e \cdot e \eta i \left(\frac{P_s}{\hbar \omega} \right) B + 2e i_d B + \frac{4kTB}{R_L} \\ \sigma_0^2 = \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 \\ S_D = e \eta i \left(\frac{P_s}{\hbar \omega} \right) \end{array} \right. \quad (12.1)$$



コヒーレント検波

コヒーレント検波では局部発振光のショット雑音が加算される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{H_1}^2 = \sigma_{i_s}^2 + \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \cong \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \\ \sigma_{H_0}^2 = \sigma_{i_d}^2 + \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \cong \sigma_{i_{th}}^2 + \sigma_{i_{LO}}^2 \\ \sigma_{i_{LO}}^2 = 2e \cdot e \eta i \left(\frac{P_{LO}}{\hbar \omega} \right) B \end{array} \right. \quad (12.2)$$

ヘテロダイン検波方式の中間周波電流 S_H を導出する。

$$\begin{cases} E_s(t) = \sqrt{2P_s} \cos \omega_s t \\ E_{LO}(t) = \sqrt{2P_{LO}} \cos \omega_{LO} t \end{cases}$$

とすると、

$$P_{tot}(t) = [E_s(t) + E_{LO}(t)]^{ms}$$

$$i(t) = e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) P_{tot}(t) = e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\sqrt{2P_s} \cos \omega_s t + \sqrt{2P_{LO}} \cos \omega_{LO} t]^{ms}$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\text{Re}\{\sqrt{2P_s} \exp(j\omega_s t) + \sqrt{2P_{LO}} \exp(j\omega_{LO} t)\}]^{ms}$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [\text{Re}\{\exp j\omega_{LO} t\} \{\sqrt{2P_s} \exp(j(\omega_s - \omega_{LO})t) + \sqrt{2P_{LO}}\}]^{ms}$$

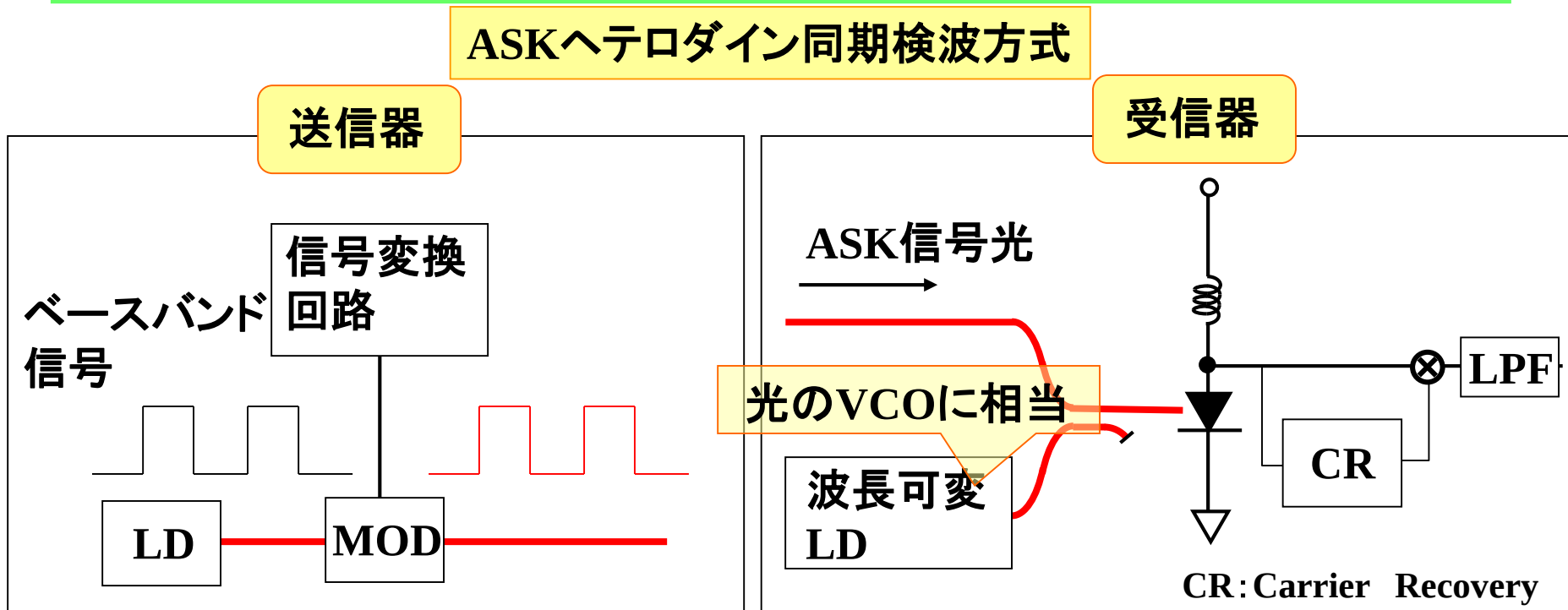
$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \left| \sqrt{2P_s} \exp j\omega_{IF} t + \sqrt{2P_{LO}} \right|^2 \quad (\omega_{IF} = \omega_s - \omega_{LO})$$

$$= e\eta i \left(\frac{1}{\hbar\omega} \right) [P_s + P_{LO} + 2\sqrt{P_s P_{LO}} \cos \omega_{IF} t] \quad (12.3)$$

$$S_H = 2\left(\frac{e\eta_i}{\hbar\omega}\right)\sqrt{P_s P_{LO}} \quad (12.4)$$

$$\therefore SNR = \frac{[S_H]^2}{\sigma_H^2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) S_H^2}{\left(\frac{\sigma_{H_1}^2 + \sigma_{H_0}^2}{2}\right)} \quad (12.5)$$

ASKのBER(1)



本章式(12.1)、(12.2)になぞらえて、

$$BER = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{S_H - D_{opt}}{\sqrt{2} \sigma_H} \right) \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{D_{opt}}{\sqrt{2} \sigma_H} \right) \right]$$

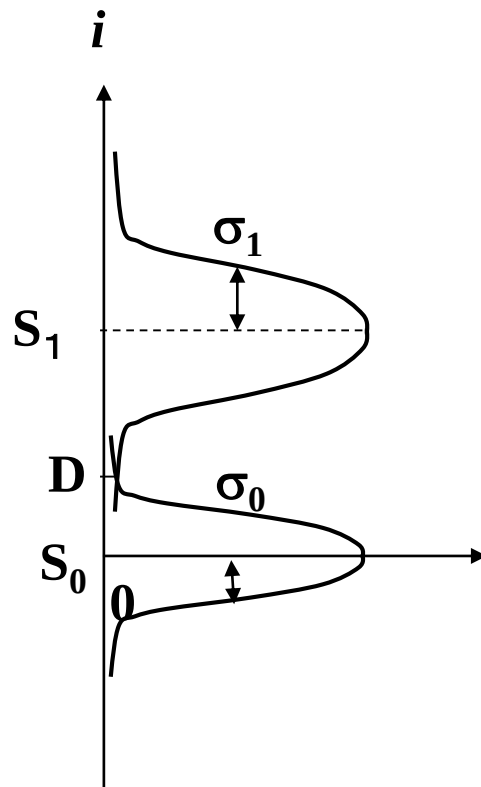
$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{S_H}{2\sqrt{2} \sigma_H} \right) \quad (D_{opt} = S_H/2 : \text{最適閾値レベル}, \sigma_H = \sigma_{H1} = \sigma_{H0})$$

(12.6)

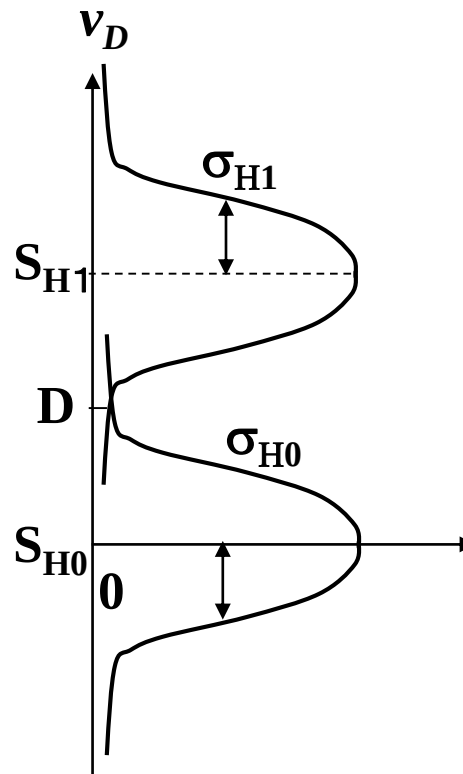
ASKのBER (2)

ASKヘテロダイン包絡線検波方式

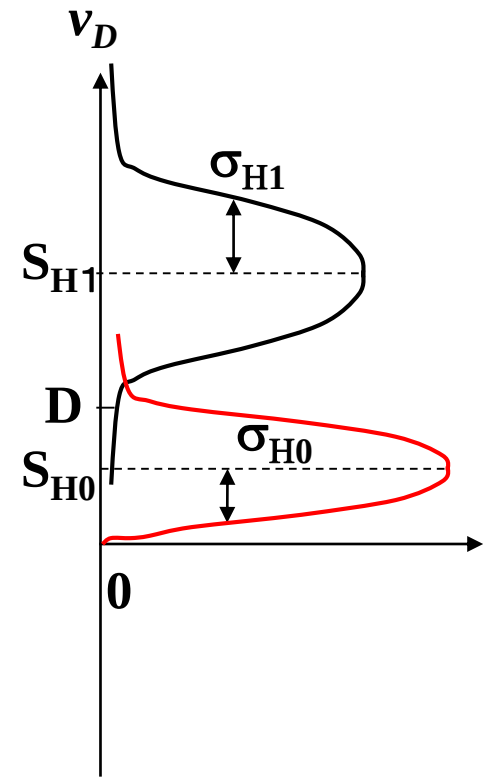
IM-DD方式



ASKヘテロダイン 同期検波方式



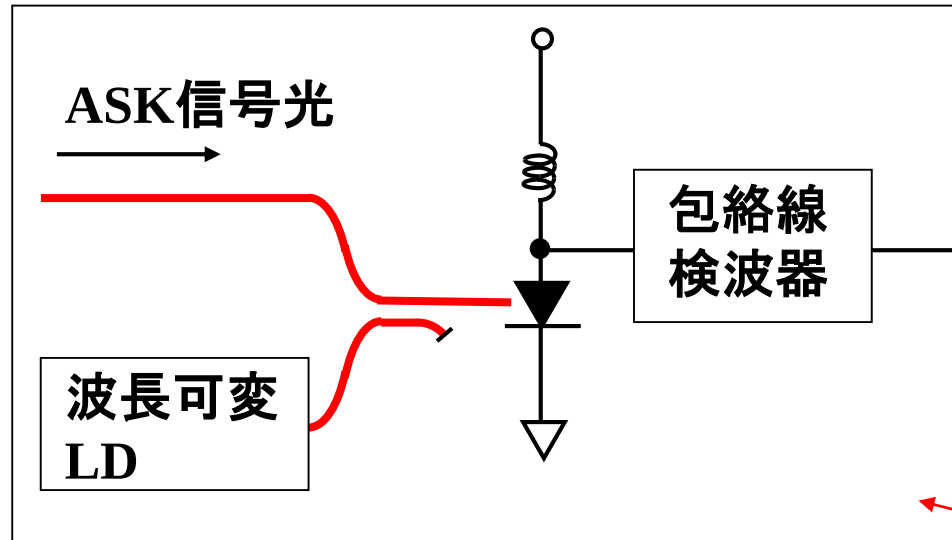
ASKヘテロダイン 包絡線検波方式



ASKのBER (3)

ASKヘテロダイン包絡線検波方式

受信器



CR削除

包絡線検波方式の出力の**確率**密度関数はライス分布に従う
(I_0 は0次の第1種変形ベッセル関数)。

$$BER = \frac{1}{2} \left[1 - \int_D^\infty \frac{r_1}{\sigma_{H1}^2} I_0 \left(\frac{S_H r_1}{\sigma_{H1}^2} \right) \exp \left(-\frac{r_1^2 + S_H^2}{2\sigma_{H1}^2} \right) dr_1 \right] \\ + \frac{1}{2} \left[\int_D^\infty \frac{r_0}{\sigma_{H0}^2} \exp \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_{H0}^2} \right) dr_0 \right]$$

ASKヘテロダイン包絡線検波方式

ただし、 x_1, x_0, y_1, y_0 はそれぞれマーク時、スペース時の両直交雑音成分であり、添字1, 0はそれぞれマーク、スペースを表す。

$$r_1 = \sqrt{(x_1 + S_H)^2 + y_1^2}$$

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

$$\overline{x_1^2} = \overline{y_1^2} = \sigma_{H1}^2$$

$$\overline{x_0^2} = \overline{y_0^2} = \sigma_{H0}^2$$

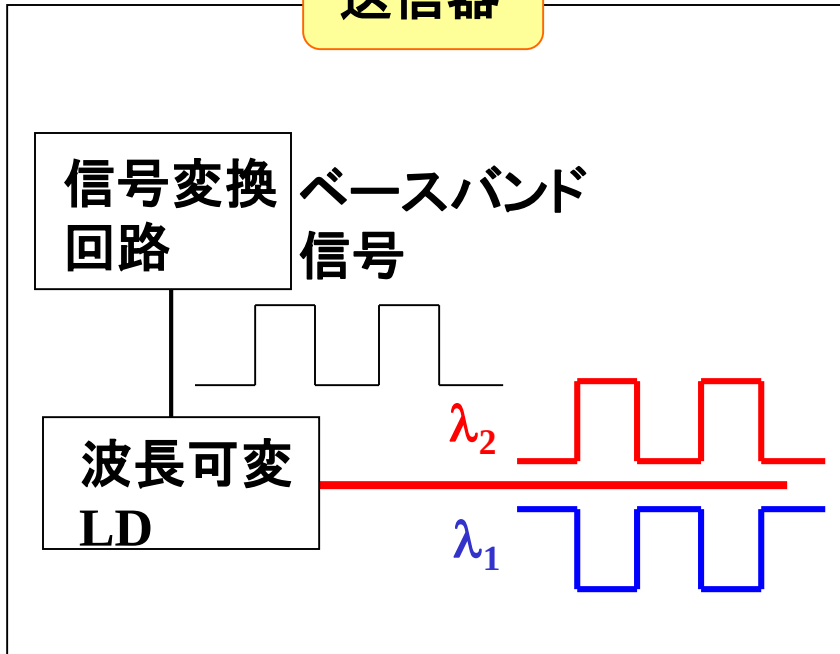
以下の変形は参考書(『コヒーレント光通信工学』(大越, 菊池著, オーム社))に任せるが、BERは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} BER &= \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_H}{2\sqrt{2}\sigma_H}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right) \\ &\cong \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right) \end{aligned}$$

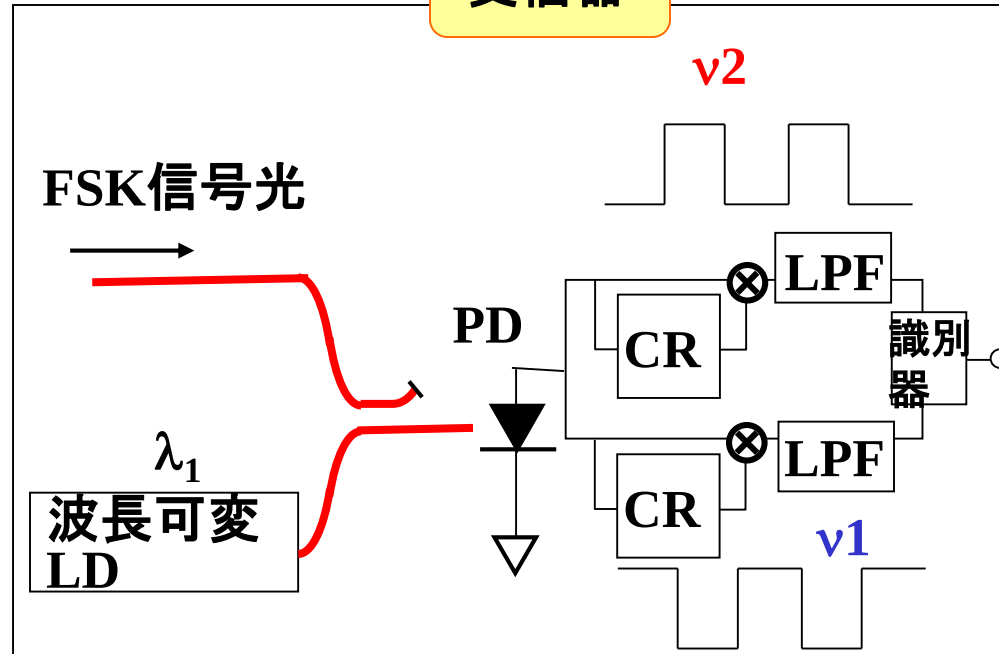
FSKのBER(1)

FSKヘテロダイン同期検波方式

送信器



受信器



CR: Carrier Recovery

受信器1の出力 v_1 の確率密度関数は、

$$p(v_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{H1}} \exp\left(-\frac{(S_H - v_1)^2}{2\sigma_{H1}^2}\right)$$

受信器2の出力 v_2 の確率密度関数は、

$$p(v_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{H0}} \exp\left(-\frac{v_2^2}{2\sigma_{H0}^2}\right)$$

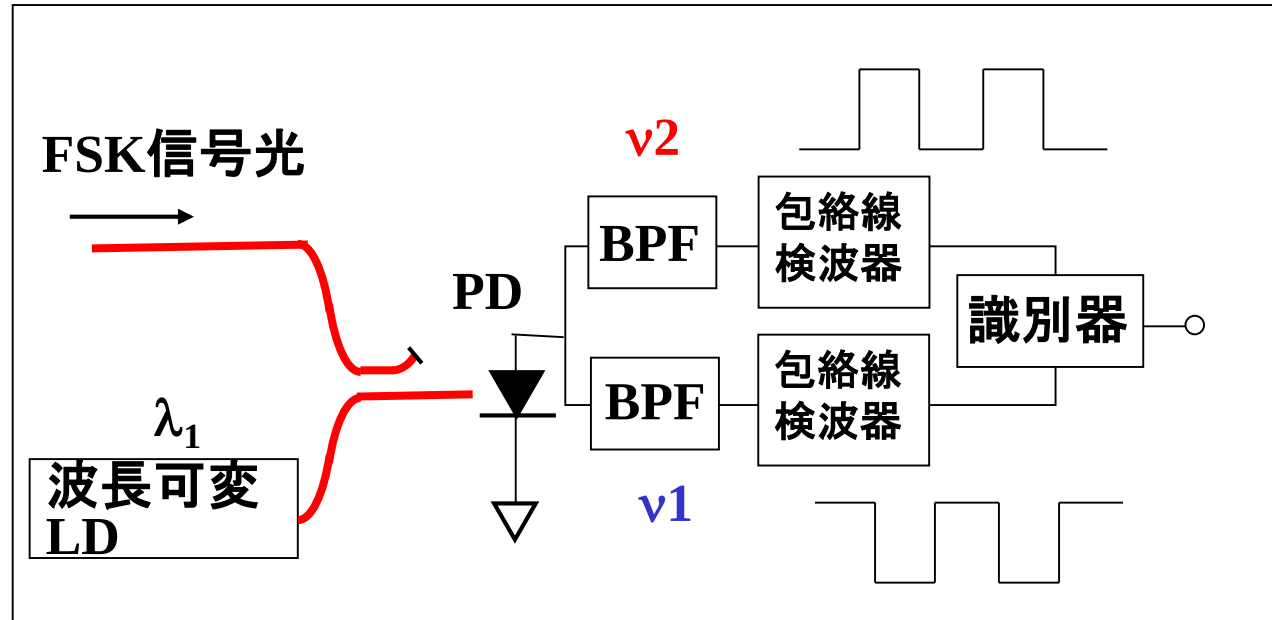
$$BER = \text{Prob}(v_1 - v_2 < 0)$$

$$= \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{S_H}{2\sigma_H}\right) \quad (12.7)$$

FSKのBER(2)

FSKヘテロダイン包絡線検波方式

受信器



波長 λ_1, λ_2 の受信器出力の確率密度関数は、ASKヘテロダイン包絡線検波方式と同様に以下のライス分布で表される。

$$p(r_1) = \frac{r_1}{\sigma_{H1}^2} I_0 \left(\frac{S_H r_1}{\sigma_{H1}^2} \right) \exp \left(-\frac{r_1^2 + S_H^2}{2\sigma_{H1}^2} \right)$$

$$p(r_2) = \frac{r_0}{\sigma_{H0}^2} \exp \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_{H0}^2} \right)$$

FSKのBER(3)

FSKヘテロダイン包絡線検波方式

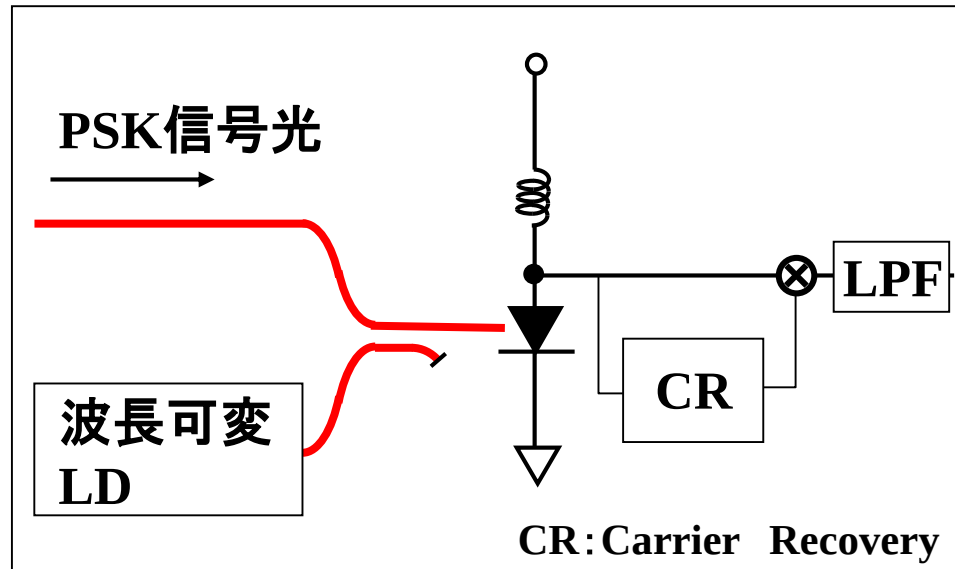
よって、

$$\begin{aligned}\text{BER} &= \text{Prob}(r_2 > r_1) \\ &= \int_{r_1=0}^{\infty} p(r_1) \left[\int_{r_2=r_1}^{\infty} p(r_2) dr_2 \right] dr_1 \\ &\cong \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{4\sigma_H^2}\right)\end{aligned}$$

PSKのBER(1)

PSKヘテロダイン同期検波方式

受信器



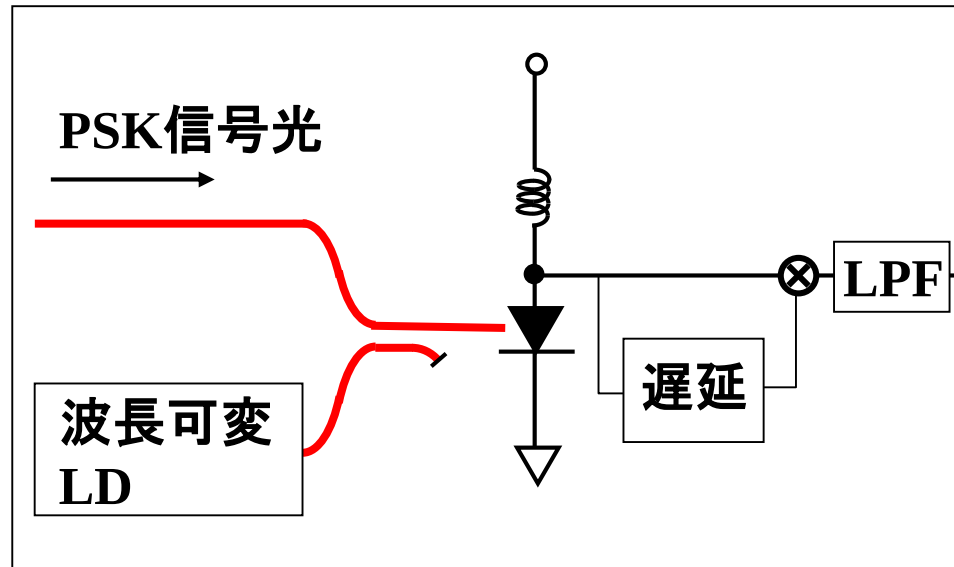
$D_{\text{opt}}=0$ より以下の式を得る。

$$\begin{aligned} BER &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left\{-\frac{(S_H - v_1)^2}{2\sigma_H^2}\right\} dv_1 + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left\{-\frac{(-S_H - v_2)^2}{2\sigma_H^2}\right\} dv_2 \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_H}{\sqrt{2}\sigma_H}\right) \end{aligned}$$

PSKのBER(2)

PSKヘテロダイン差動同期検波方式(DPSK)

受信器

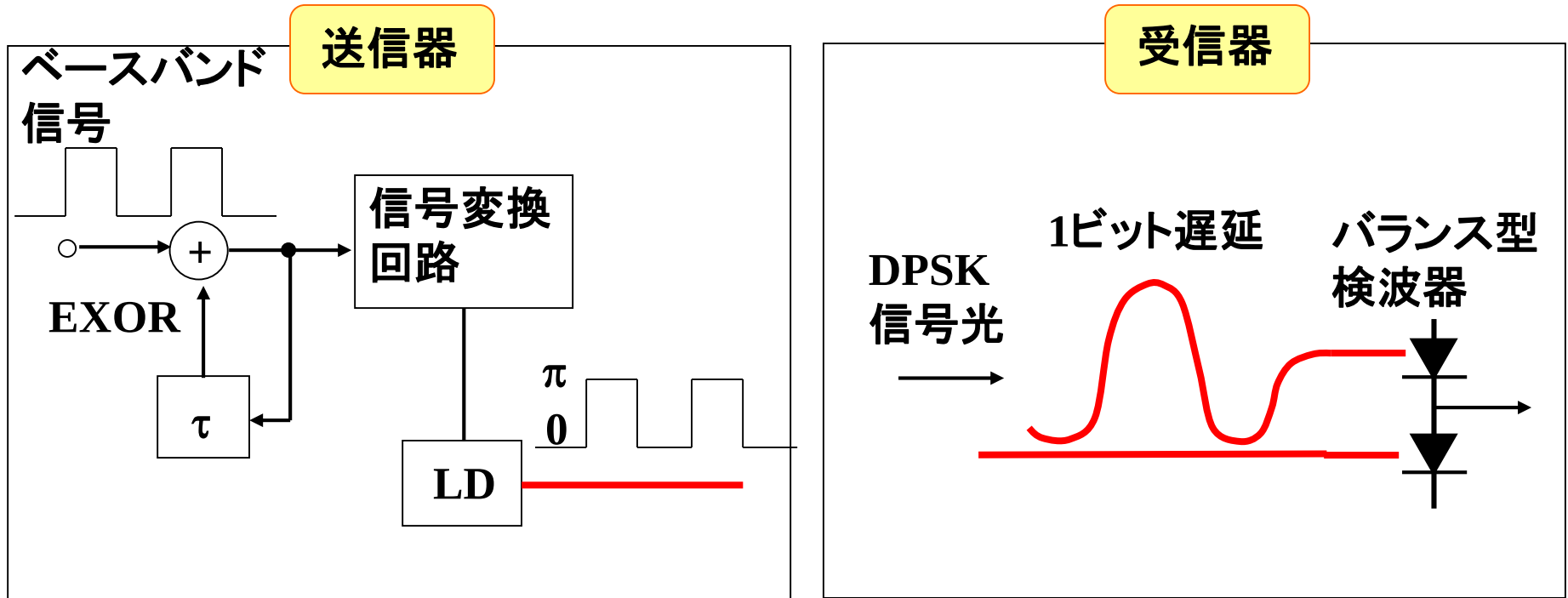


$$BER \cong \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2} \right) \quad (12.8)$$

参考文献: S. Stein, and J. Jones, “Modern Communication Principles”, McGraws Hill (1965).

PSKのBER(3)

光DPSK送受信方式



ホモダイン受信器の性能

- ホモダイン受信器: ベースバンド受信器
cf. ヘテロダイン方式: 中間周波増幅器

➡ ホモダイン受信器の増幅器帯域
= ヘテロダイン受信器の増幅器帯域 $\times 1/2$

➡ 雑音パワーが半分

$$\sigma'^2 = \frac{1}{2} \sigma_H^2$$

➡ 同じSN比に対して受信感度が半分(3dB改善)になる。

各種変復調方式の理論BER

光検波方式	変調方式	非同期検波方式	同期検波方式
直接検波 (IM-DD)	NRZ	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_D}{\sigma_1 + \sigma_0}\right)$	_____
ヘテロダイン ↓ 3dB改善	ASK	包絡線 $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{8\sigma_H^2}\right)$ $\neq$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
	FSK	包絡線 $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{S_H^2}{4\sigma_H^2}\right)$ $\neq$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
	PSK	DPSK $\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2}\right)$ $\neq$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma_H}\right)$
ホモダイン	ASK	_____	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma'}\right)$
	PSK	_____	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{S_H}{\sigma'}\right)$

$\sigma'^2 = \frac{1}{2} \sigma_H^2$

IM-DD方式のSNRについては、shot雑音限界を考える。

$$SNR = 4 \left(\eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \frac{1}{B} \right) = 4 \eta_i N_p \quad (N_p : 1 \text{ ビットあたりの光子数})$$

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{4 \eta_i N_p}}{2 \sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right)$$

コヒーレント方式については、式(12.2), (12.4), (12.5)より、

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{1}{2} \frac{S_H^2}{\sigma_H^2} = \frac{1}{2} \frac{4 \left(\frac{e \eta_i}{\hbar \omega} \right)^2 P_s P_{LO}}{2e \cdot e \eta_i \left(\frac{P_{LO}}{\hbar \omega} \right) B} \\ &= \eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \frac{1}{B} = \eta_i N_p \end{aligned}$$

光子数での最小受信感度の比較(2)

光検波方式	変調方式	受信感度@ BER=10 ⁻⁹ [photon/bit]	
		非同期検波方式	同期検波方式
直接検波 (IM-DD)	NRZ	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$	—
ヘテロダイン	ASK	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\eta_i N_p}{4} \right) = 80$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\eta_i N_p}}{2} \right) = 72$
	FSK	$\frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\eta_i N_p}{2} \right) = 40$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$
	PSK	$\frac{1}{2} \exp(-\eta_i N_p) = 20$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\eta_i N_p} \right) = 18$
ホモダイン	ASK	—	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\eta_i N_p}{2}} \right) = 36$
	PSK	—	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{2\eta_i N_p} \right) = 9$

$$10 \log \left[\left\{ \left(\frac{hc}{\lambda} \cdot B \right) \cdot N \right\} \times 10^{-3} \right]$$

$$= 10 \log \left(\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.55 \times 10^{-6}} \times 40 \times 10^9 \times 9 \times 10^3 \right)$$

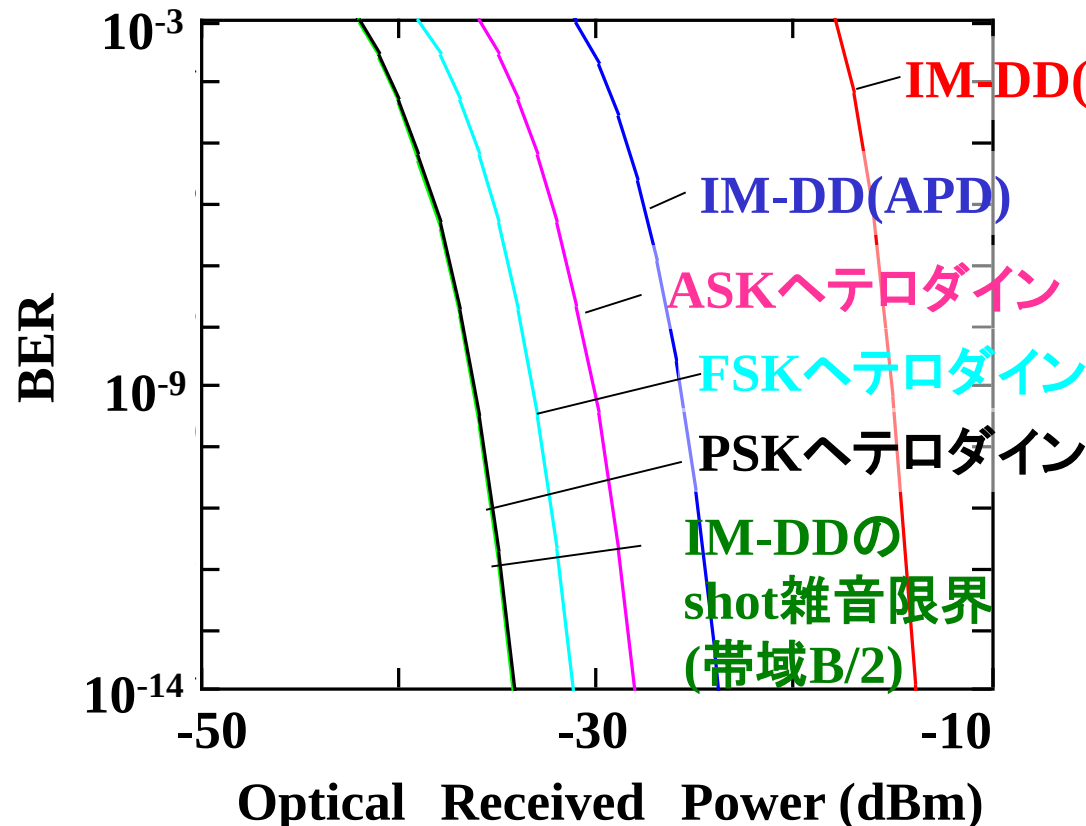
$$= -43.4 \text{ dBm} @ 40 \text{ Gbps}$$

mW単位

各種変復調方式のBER計算結果

- ・コヒーレント検波方式はIM-DD(pin-PD)より20～25dBの受信感度改善
 - ・PSKはshot雑音限界に近い受信感度が可能
- ⇒ 高強度の局部発振光による信号レベルの改善が主に寄与

40Gbps NRZ, $P_{LO}=0\text{dBm}$, 300K, $\eta_i=0.8$



※ホモダインでは
3dB感度改善

※横軸をピークパワー
で示しているのので、平
均パワーに変えると
マーク率1/2のIM-DD,
ASKは3dB低くなる。
結果、ASK heterodyne
とFSK heterodyne
は一致する。

受信感度の向上を目的とした光コヒーレント検波技術であるが、以下の技術的困難を伴う。

- ① 局部発振LDの波長を信号光の搬送波波長に正確に合わせる必要がある。
- ② 局部発振LDの発振線幅を狭くしないといけない($< 1\text{MHz}$)。
(位相雑音の原因)
- ③ 局部発振LDと信号光の位相を正確に合わせないといけない。
- ④ 局部発振LDと信号光の偏波を正確に合わせないといけない。



デジタル信号処理の発展と信号帯域の広帯域化によって、
実用レベルに達した(第5回)。

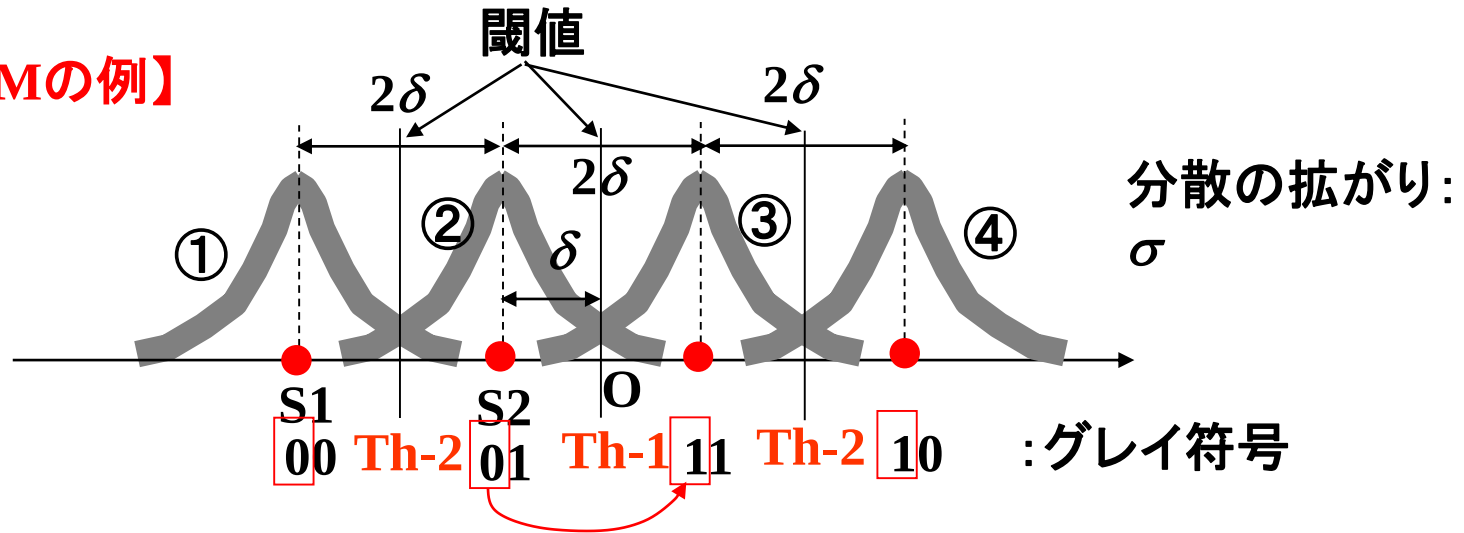
多値変調のBER

多値変調のSNRペナルティ(原理)(1)

受信信号に熱雑音のみが付加されている場合を参考:

I・Q信号は独立と見なせ、1次元信号のみによってBERを導出。

【16QAMの例】



※原点対象のためS1、S2の信号のみを考慮して導出

上位ビットの
誤り確率:

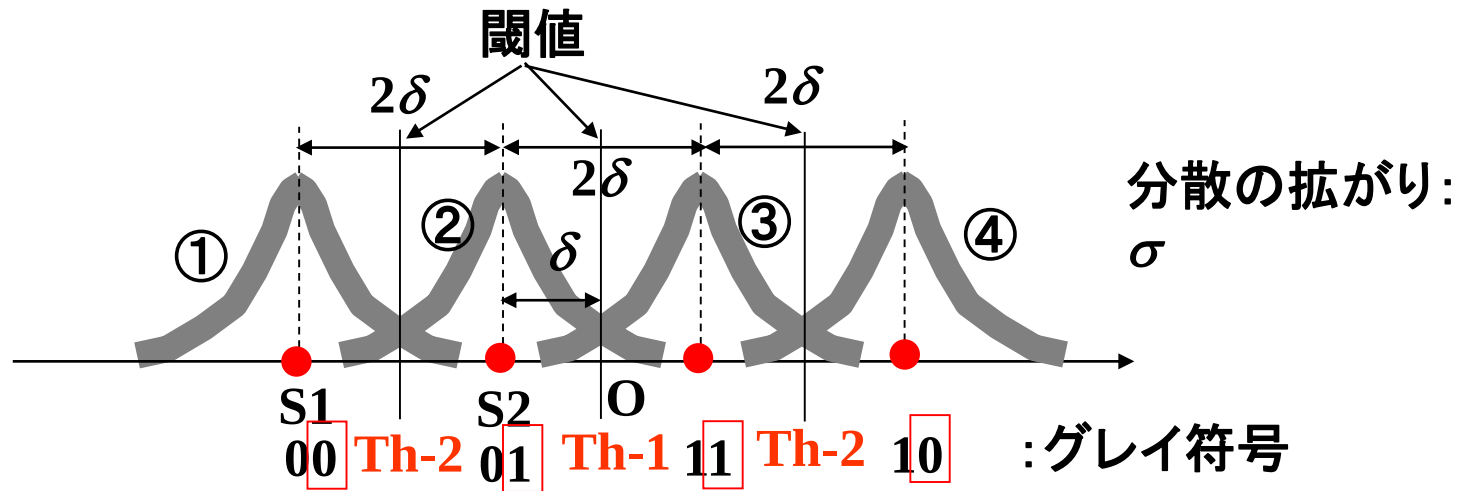
$$P_{e1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(x+\delta)}{2\sigma^2}\right\} dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(x+3\delta)}{2\sigma^2}\right\} dx$$

$\xrightarrow{\text{②がTh-1を超える誤り率}}$
 $\xrightarrow{\text{①がTh-1を超える誤り率}}$

$$\approx \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{\text{CNR}}}{10}}$$

Th-1を超えときに誤りになる

多値変調のSNRペナルティ(原理)(2)



下位ビットの
誤り確率:

$$P_{e2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-2\delta}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x+3\delta)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \quad \text{①がTh-2 } (-2\delta) \text{ 超える誤り率}$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[\int_{-\infty}^{-2\delta} \exp\left\{-\frac{(x+\delta)^2}{2\sigma^2}\right\} dx + \int_{2\delta}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x+\delta)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \right]$$

$$\approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{CNR}}{10}} \quad \text{②がTh-2 } (-2\delta) \text{ を下回る誤り率} \quad \text{②がTh-2 } (2\delta) \text{ を超える誤り率}$$

全
誤り確率:

$$\therefore P_{e,16QAM} = \frac{1}{2} (P_{e1} + P_{e2}) \approx \frac{3}{8} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{CNR}}{10}} \quad \left(\gamma_{CNR} = \frac{5\delta^2}{\sigma^2} \right) \quad \text{(16QAMの平均CNR)}$$

多値変調のSNRペナルティ(数値)

$$P_{e,BPSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{SNR}}{2}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\gamma_{CNR}}$$

$$P_{e,QPSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{CNR}}{2}}$$

$$P_{e,64QAM} \approx \frac{7}{24} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{CNR}}{42}}$$

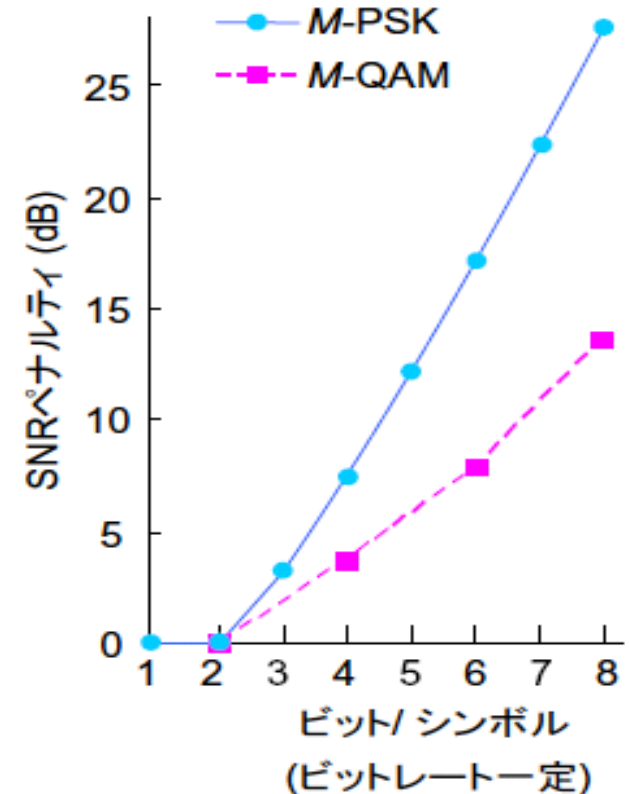
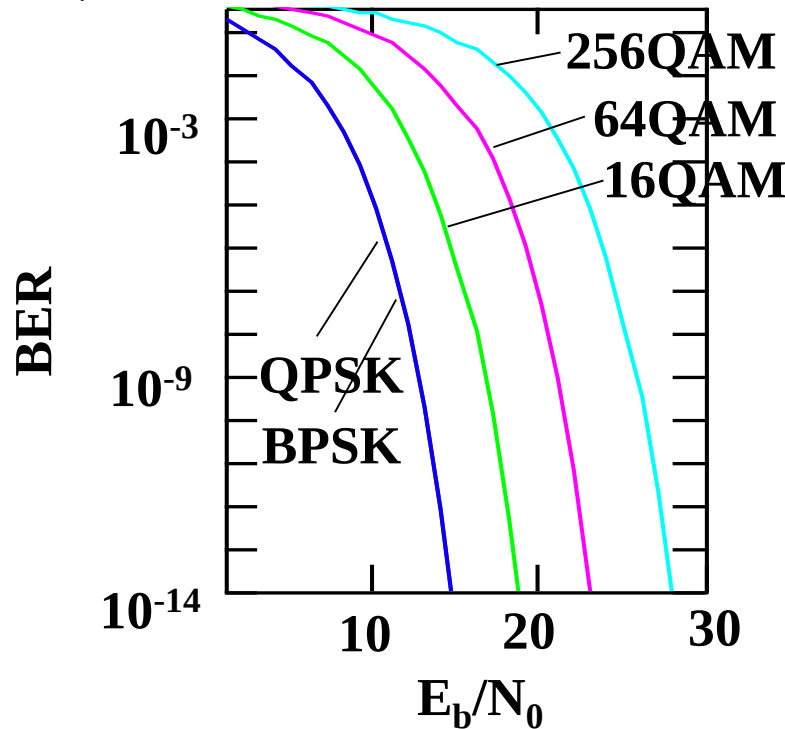
$$P_{e,256QAM} \approx \frac{15}{64} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma_{CNR}}{170}}$$

$$(\gamma_{CNR} = \frac{21\sigma^2}{\sigma^2})$$

$$(\gamma_{CNR} = \frac{85\sigma^2}{\sigma^2})$$

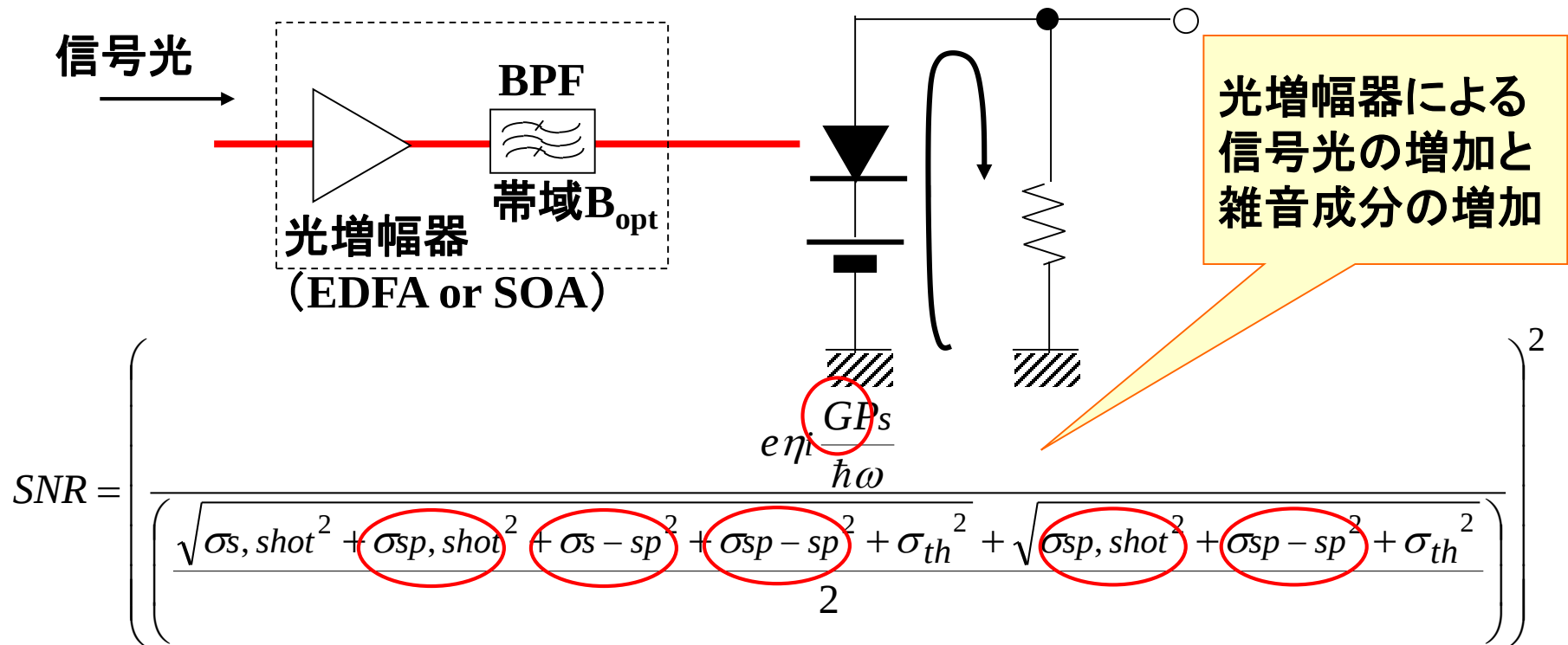
$$E_b / N_0 = CNR - 10 \log k + 10 \log (B_n T) \quad [dB]$$

k: 1シンボル当たり情報量(ビット)



光増幅器による 伝送特性・限界

光前置増幅器による最小受信感度の改善



① 信号光のショット雑音

$$\sigma_{s,shot}^2 = 2e\{e\eta_i \frac{GP_s}{\hbar\omega}\}(\frac{B}{2})$$

② ASEのショット雑音

$$\sigma_{sp,shot}^2 = 2e\{e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega} m_t B_{opt}\}(\frac{B}{2})$$

③ 信号光-ASE間ビート雑音

$$\sigma_{s-sp}^2 = 4(e\eta_i \frac{GP_s}{\hbar\omega})(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega})(\frac{B}{2})$$

④ ASE間ビート雑音

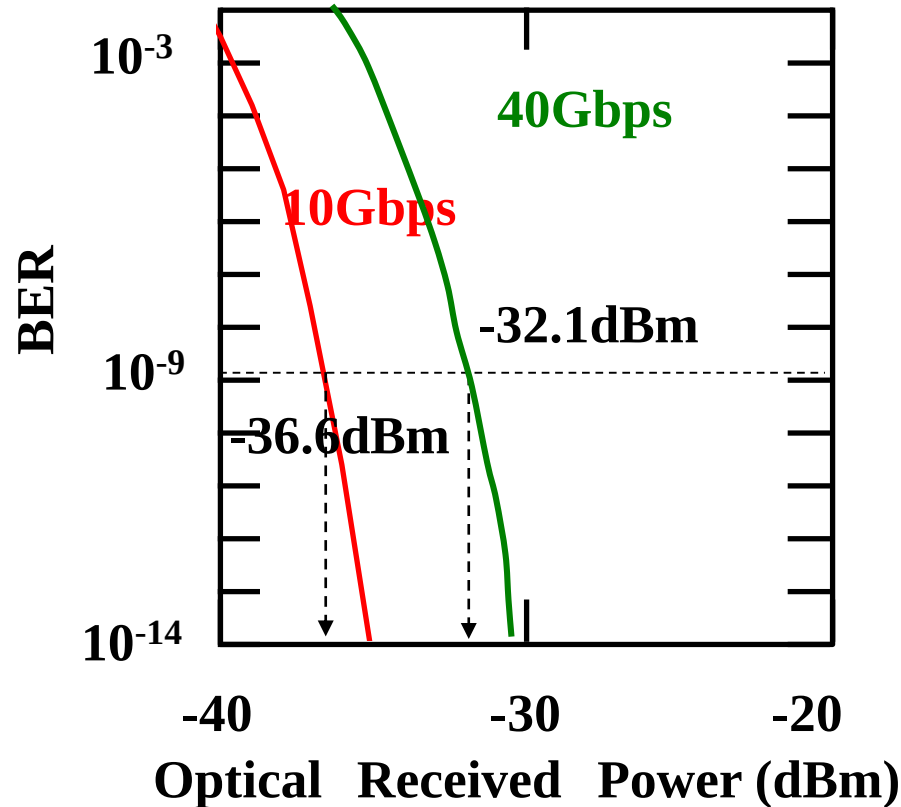
$$\sigma_{sp-sp}^2 = 4(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)n_{sp}}{\hbar\omega})^2 m_t B_{opt}(\frac{B}{2})$$

雑音帯域NRZを想定(RZでは $B/2 \rightarrow B$)
 B_{opt} の単位は[Hz]

⑤ 熱雑音

$$\sigma_{th}^2 = \frac{4kT}{RL}(\frac{B}{2})$$

NRZ, 300K, $\eta_i=0.8$, $R_L=50\Omega$



※横軸はNRZのマーク率1/2
として平均パワーで換算
(ピークパワーは3dB大きくなる)

光前置増幅器によるSNR改善効果(1)

光増幅器(OAMP)の有無によるSNRの比較 (増幅 G +伝送損失 L)

OAMPなし

熱雑音が支配的のとき

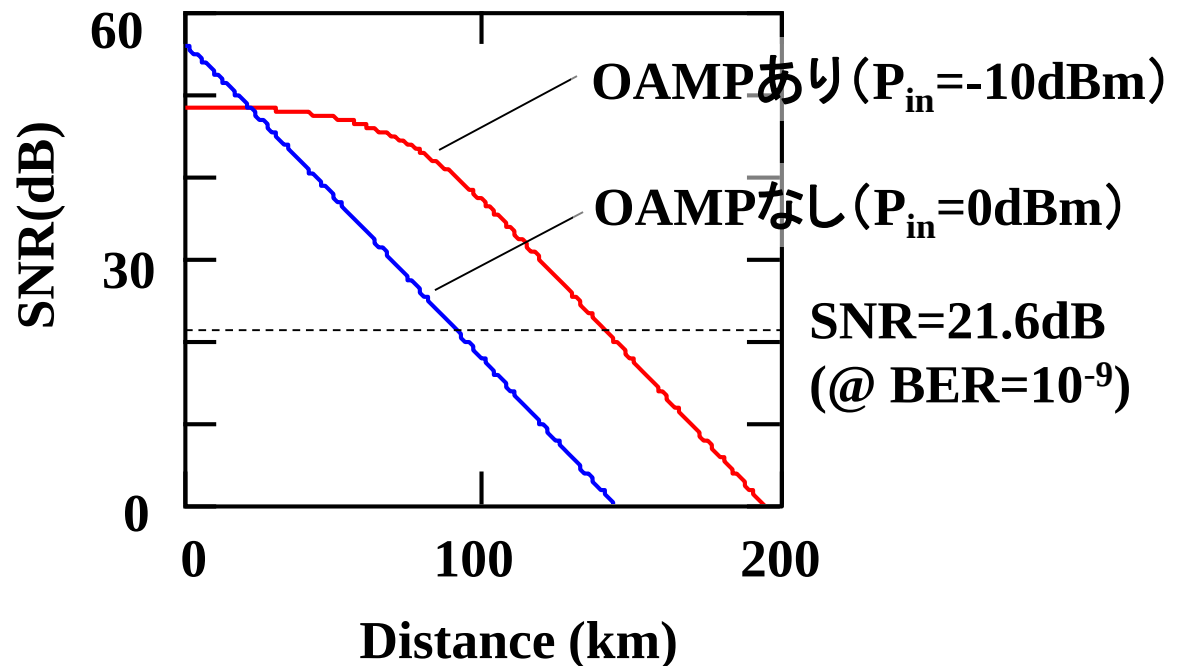
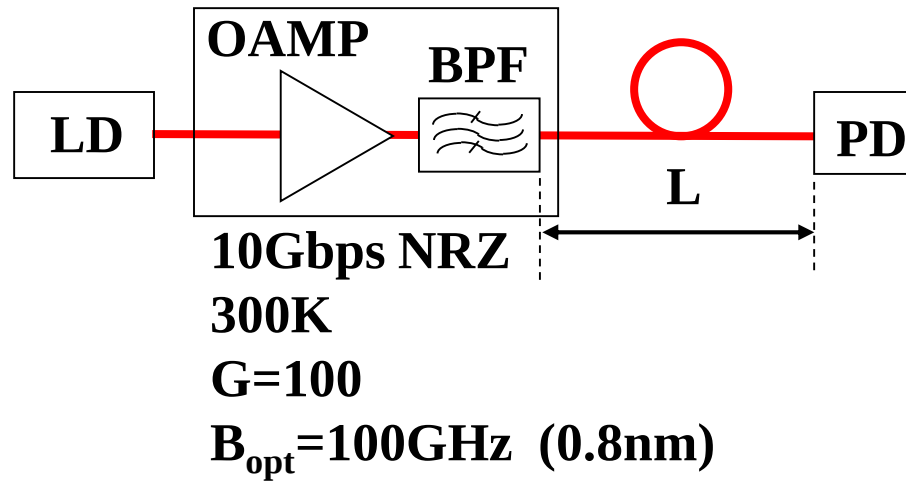
$$SNR = \frac{(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega} L)^2}{\left(\left(\sqrt{\frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2}\right)} + \sqrt{\frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2}\right)} \right) / 2 \right)^2} = (e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega} L)^2 \cdot \left(\frac{R_L}{2kTB} \right) \rightarrow \text{光パワーの減衰とともに SNR劣化}$$

OAMPあり

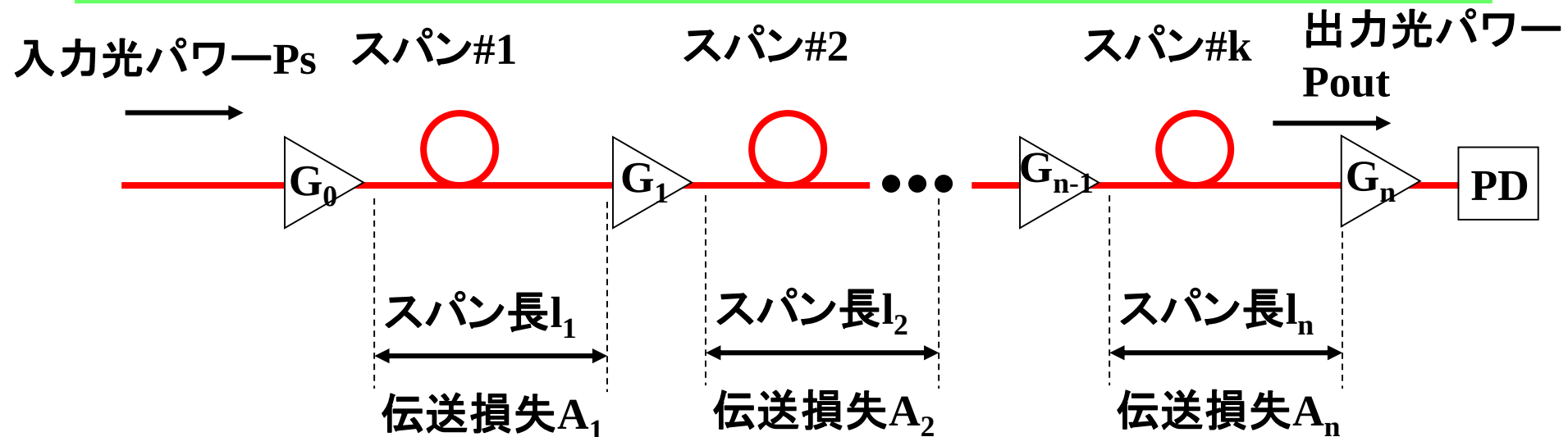
光パワーが強く利得の大きい領域では信号-ASE間ビート雑音が支配的

$$SNR = \frac{(e\eta_i \frac{GLP_s}{\hbar\omega})^2}{\left(\sqrt{4(e\eta_i \frac{GLP_s}{\hbar\omega})(e\eta_i \frac{\hbar\omega(G-1)Ln_{sp}}{\hbar\omega}) \left(\frac{B}{2}\right)} / 2 \right)^2} \rightarrow \text{SNRが損失によらず一定}$$
$$= \frac{2GP_s}{(G-1)\hbar\omega n_{sp}B} \cong \frac{2P_s}{\hbar\omega n_{sp}B}$$

光前置増幅器によるSNR改善効果(2)



SNRを考慮した長距離伝送設計(1)



信号光成分

$$(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega}) G_0 (A_1 G_1) (A_2 G_2) \cdots (A_n G_n)$$

雑音成分

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2$$

① 信号光のショット雑音

$$\sigma_{s, shot}^2$$

$$= \{2e \cdot e \eta_i (\frac{P_s}{\hbar \omega}) (\frac{B}{2})\} G_0 (\underline{A_1 G_1}) (\underline{A_2 G_2}) \cdots (\underline{A_n G_n})$$

1スパンの損失 × 増幅を各スパンで繰り返す

② ASEのショット雑音

$$\sigma_{sp, shot}^2$$

$$= \{2e \cdot e \eta_i n_{sp} m_i B_{opt} (\frac{B}{2})\} [(\underline{G_0 - 1}) (\underline{A_1 G_1}) (\underline{A_2 G_2}) \cdots (\underline{A_n G_n}) + (G_1 - 1) (A_2 G_2) (A_3 G_3) \cdots (A_n G_n) + \cdots (G_{n-1} - 1) (A_n G_n) + (G_n - 1)]$$

スパン#1で発生するASE

スパン#1で発生したASEが
次段以降で増幅 × 損失を繰り返す成分

以下、各スパンで発生する
ASEごとに計算し、加算

③ 信号光とASEのビート雑音

$$\sigma_s - sp^2$$

$$= \{2e\eta_i(\frac{Ps}{\hbar\omega})\}(2e\eta_i n_{sp})(\frac{B}{2})$$

$$\begin{aligned} &\times [(G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_0 - 1) A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n \\ &+ (G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_1 - 1) A_2 G_2 \cdots A_n G_n + \cdots \\ &+ (G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_{n-1} - 1) A_n G_n + (G_0 A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n)(G_n - 1)] \end{aligned}$$

スパン#1～#nまで
損失×増幅を繰り返す
信号光成分

G_0 で発生したASEが
次段以降損失×増幅を繰り返す
成分

以下、各スパン
ごとに計算し、加算

④ ASE間ビート雑音

$$\sigma_{sp-sp}^2$$

$$= \{2e\eta_i n_{sp}\}^2 m_t B_{opt} \left(\frac{B}{2}\right)$$

$$\times [\{(G_0 - 1)A_1 G_1 A_2 G_2 \cdots A_n G_n\} + \{(G_1 - 1)A_2 G_2 \cdots A_n G_n\} + \cdots + \{(G_{n-1} - 1)A_n G_n\} + (G_n - 1)]^2$$

G_0 で発生したASEが
次段以降で損失×増幅を繰り返す成分

以下、各スパン
ごとに計算し、加算

⑤ 熱雑音

$$\sigma_{th} = \frac{4kT}{RL} \left(\frac{B}{2}\right)$$

もし $G_1 = G_2 = \dots = G_n$, $A_1 = A_2 = \dots = A_n$,
 $A_1 G_1 = A_2 G_2 = \dots = A_n G_n = 1$ と仮定すると、

信号光成分 $(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega})G_0$

雑音成分

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2$$

① 信号光のショット雑音 $\sigma_{s,shot}^2 = \{2e \cdot e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega}) (\frac{B}{2})\} G_0$

② ASEのショット雑音 $\sigma_{sp,shot}^2 = \{2e \cdot e\eta_i n_{sp} B_{opt} (\frac{B}{2})\} [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]$

③ 信号光とASEのビート雑音 $\sigma_{s-sp}^2 = \{2e\eta_i (\frac{P_s}{\hbar\omega})\} (2e\eta_i n_{sp}) (\frac{B}{2}) G_0 [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]$

④ ASE間ビート雑音 $\sigma_{sp-sp}^2 = \{2e\eta_i n_{sp}\}^2 B_{opt} (\frac{B}{2}) [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]^2$

⑤ 熱雑音 $\sigma_{th}^2 = \frac{4kT}{R_L} (\frac{B}{2})$

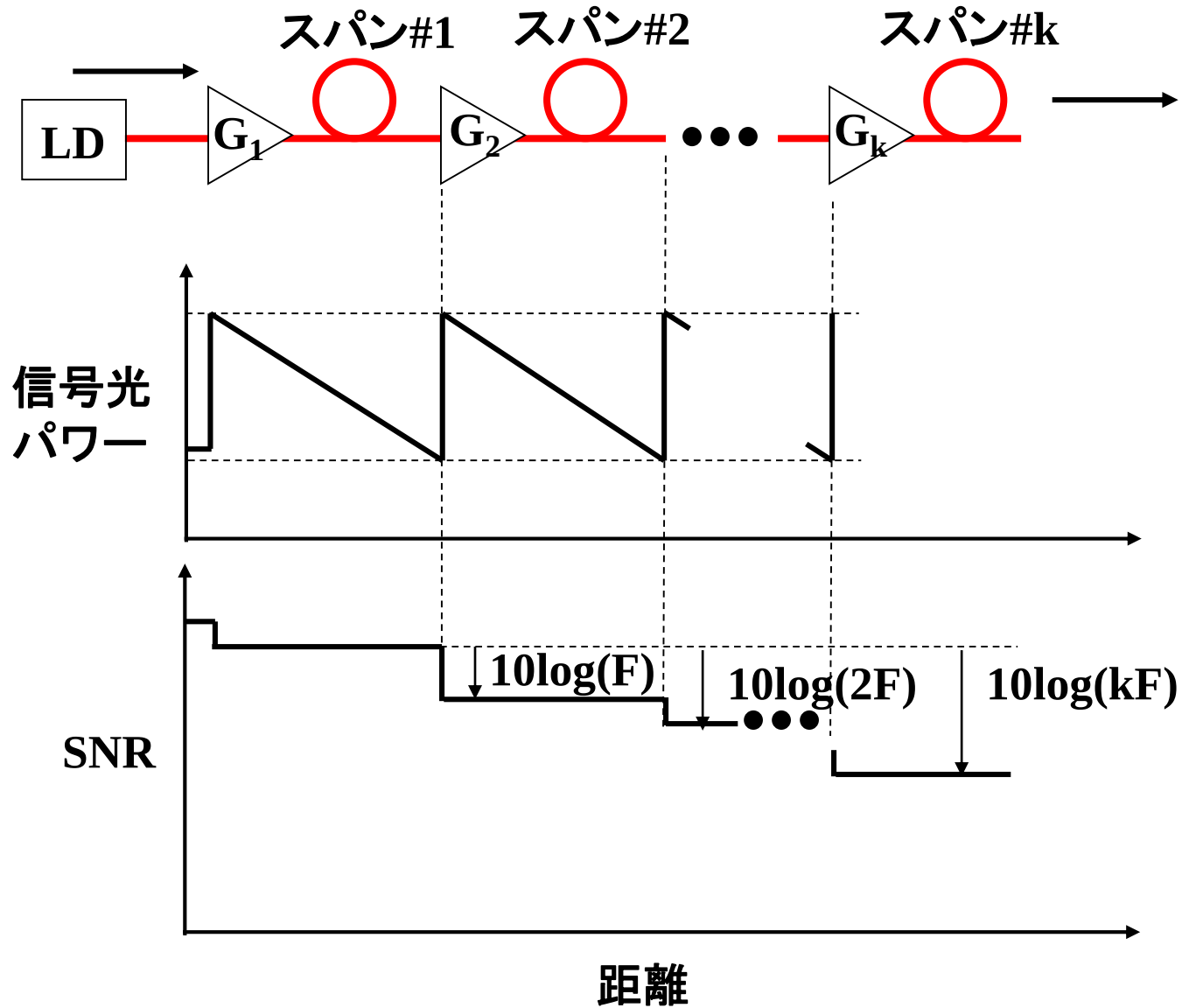
信号光－ASE間ビート雑音が支配的のとき、

$$\begin{aligned}\sigma_{tot}^2 &= \sigma_{s,shot}^2 + \sigma_{sp,shot}^2 + \sigma_{s-sp}^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{th}^2 \\ &\cong \sigma_{s-sp}^2 = \left\{2e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)\right\} (2e\eta_i n_{sp}) \left(\frac{B}{2}\right) G_0 [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)] \\ &\quad 4 \cdot \left\{e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right) G_0\right\}^2 \\ \therefore SNR &= \frac{4 \cdot \left\{e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right) G_0\right\}^2}{\left\{2e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega}\right)\right\} \left\{2e\eta_i n_{sp}\right\} \left(\frac{B}{2}\right) G_0 [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]} \\ &= \frac{2P_s G_0}{\hbar\omega n_{sp} B [(G_0 - 1) + n(G_1 - 1)]} \cong \frac{2P_s G_0}{\hbar\omega n_{sp} B [G_0 + nG_1]} \quad (12.9)\end{aligned}$$

BER<10⁻⁹を満たすときSNR>144 (21.6dB)なので、最大中継段数nが求まる。

ただし実際は他の雑音成分の影響も考慮しないといけない。

多段接続時のSNR変化

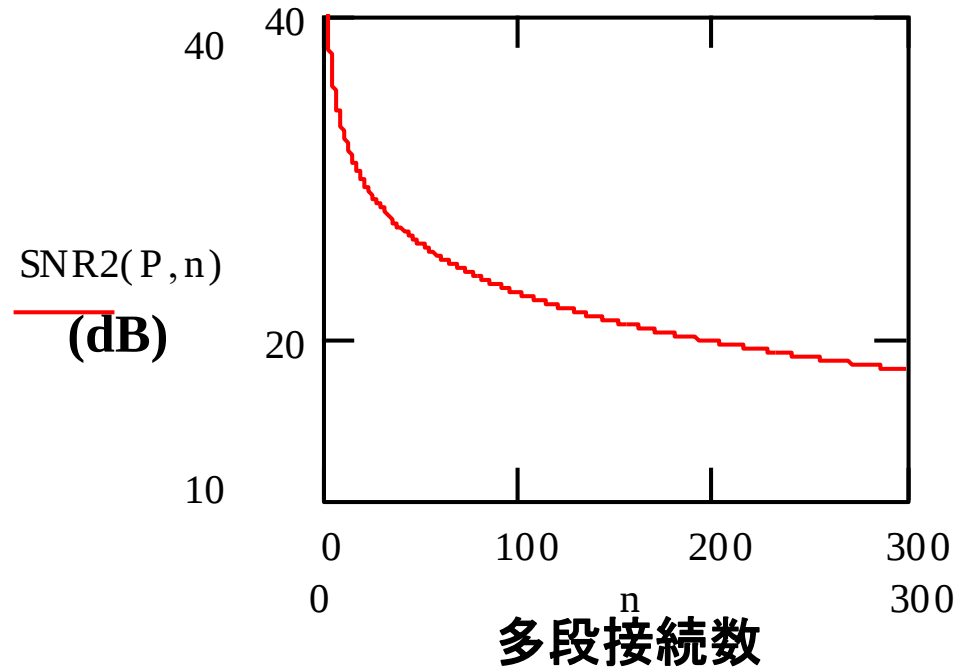


計算結果

10Gbps NRZ, 1スパン長100km

$P_{in}=0\text{dBm}$, $G_0=10$, $G_0=100$, $B_{opt}=100\text{GHz}$,

$n_{sp}=2$, 300K



光増幅器による伝送距離の長距離化

