

## 化学第2中間試験問題

2009年12月10日 担当 石川

注意:教科書、ノート参照不可。電卓使用可。電卓を忘れた場合は末尾の表を参照のこと。有効数字は2桁程度でよい。なお、文中の $2E5$ などの表記は $2 \times 10^5$ を意味する。

0, 以下の問題において、致命的な間違い(ワープロミスでなく、解答不能な状況になりうるもの、与えられた数値が常識的におかしいもの)を見付けた場合は、何が間違っているかを指摘するとともに、問題文を正しいと考える形態に修正し、修正した問題に対する解答を記せ。

1, 電子に関する次の問に答よ。

(1) 電子を1Vの電位差で加速した場合に電子が得るエネルギーは電子の電荷×電位差で与えられる。他のポテンシャルがなければ、これが、1Vの電位差で加速された電子の運動エネルギーである。ちなみに、1Vの電位差で加速された電子の速度は約 $5.9E5\text{m/s}$ である。この電子のドブロイ波長を求めよ。

(2) 何Vの電位差で加速したら電子のドブロイ波長が $0.4E-10\text{m}$ になるかを求めよ。

2, 不確定性原理に関係する次の問に答えよ。

(1) 電子を長さ $L=1E-10\text{m}$ の井戸型ポテンシャル中に閉じ込めたとする。井戸の中のポテンシャルは0で外は無有限大である。このとき、井戸の中の電子のエネルギーの最低値を不確定性原理を用いて概算せよ。

(2) 井戸の外側のポテンシャル $V$ が有限になった場合(ただし $V$ は電子の運動エネルギー以上の値であるものとする)に電子の最大エネルギーがどうなるかを不確定性原理を用いて議論せよ。

(3) 厚さが無視できる板にX軸方向の幅が $5E-12\text{m}$ の単一スリットがある(Y軸方向は考えない)。この板に垂直に(Z方向に) $1E4\text{V}$ の電位差で加速した電子を照射した。スリットから1m離れたスクリーン上におけるX軸方向の電子の分布を観察すると、その幅がどの程度になるかを求めよ。

(4) 電子を加速するための電位差を増やしたら、X軸方向の電子の分布はどのように変化するか。不確定性原理を用いた説明に加えて、ドブロイ波を用いた説明も行い、両方で傾向が一致するかを議論せよ。

3, 動きが1次元上に制限された粒子に関する次の問に答えよ。

(1) 全空間でポテンシャルが一定である場合の規格化されていない波動関数、エネルギーの式、存在確率密度の空間分布(規格化されていないもの)を求めよ。

(2) 上記の波動関数の運動量を(可能なら)求めよ。運動量が求められない場合は、運動量の期待値を求めよ。

(3) 上記の波動関数の最低エネルギーを求めよ。最低エネルギーは有限の値であろうか。有限の場合には、何故有限の値になるのかを説明せよ。有限ではなく0になるのなら、何故0に慣れるのかを説明せよ。

4、1次元の調和振動に関する次の問に答えよ。

(1) ポテンシャルが  $V = kx^2/2$  の時に、

$$\psi = A x e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}}, \quad \alpha = \left( \frac{\hbar^2}{mk} \right)^{1/4} \quad \text{なお固有振動数は } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

がシュレディンガー方程式を満たすかを調べよ。ただしAは任意の定数であるとする。シュレディンガー方程式を満たす場合にはエネルギーを計算せよ。

(2) 上記の関数から求められる存在確率密度分布を古典的な調和振動の確率密度分布と比較して、異なっている点を記せ。

数値	平方根
1	1.0
2	1.4
3	1.7
4	2.0
5	2.2
6	2.4
7	2.6
8	2.8
9	3.0
10	3.2
20	4.5
30	5.5
40	6.3
50	7.1
60	7.7
70	8.4
80	8.9
90	9.5
100	10.0

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ JS}$$

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\lambda = h/p$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + V\Psi = E\Psi$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{d\Psi}{dx} = p\Psi$$

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2} \hbar$$