

化学第2中間試験問題

2014年12月4日 担当 石川

注意:教科書、ノート参照不可。電卓、計算尺(関数電卓・グラフ電卓・プログラム電卓も)使用可。スマートフォン等の電卓機能は使用不可。電卓貸借禁。電卓を使わない場合には計算の有効桁数は1桁でよい。計算は途中の過程も示すこと。

1, 以下の手順にそって、光子による物体の加速について計算せよ。

- (1)波長663nm(赤色)の光子の運動量を求めよ。(ドブロイの式が適用できる)
- (2)質量 $1 \mu\text{g}$ の物体が静止状態から秒速1mm/sで運動するようになった時の運動量変化を求めよ。
- (3)物体の後ろから波長663nmの光が放出されて上記の運動量変化が生じたとして、放出された光子数を求めよ。
- (4)放出された光のエネルギーをジュール単位で求めよ。
- (5)663nmの光の放射で、質量1kgの物体を毎秒1m/sずつ加速するのに必要なエネルギーをワット単位で求めよ。

2, 粒子の波動性に関する次の問に答えよ。

- (1)均分定理よりフラーレン(サッカーボール)分子(C_{60})も気体状態で平均 $3k_{\text{B}}T/2$ の運動エネルギーを持っている。900Kに加熱されたフラーレン分子について平均エネルギーを持っている分子の速度を求めよ。
- (2)この時のフラーレン分子のドブロイ波長を求めよ。
- (3)このフラーレン分子を100nm間隔の二重スリットに照射した。スリットから1m離れた場所に検出器をセットする。この時、検出場所で、1次の回折スポットが0次のスポットに対して、どれだけ離れて観察されるかを求めよ。

3, 波動関数はシュレディンガー方程式の数学的な解であるだけでなく、A)一価で、B)有限領域で無限大とならず、C)連続でD)滑らかな関数であることが要請される。これらの要請が何故必要であるかを記せ。また、これらの要請の中で例外事項があるものについては、例外事例とその出現条件を記せ。

4, 1次元の井戸型ポテンシャルを考える。井戸の中には質量 m の粒子が存在している。井戸の幅は L で井戸の一端の座標を原点に取る。井戸の内側ではポテンシャル $V=0$ で、井戸の外側では、 $V=V_0$ である。

- (1)井戸の内側と外側のシュレディンガー方程式を示せ。
- (2) $V_0 > E$ の場合の井戸の内側と外側の波動関数の一般解を示せ(境界条件を満たしている必要はない)。
- (3) $V_0 < E$ の場合の井戸の内側と外側の波動関数の一般解を示せ(境界条件を満たしている必要はない)。
- (4) V_0 が有限の場合と無限大の場合の境界条件を記せ。
- (5)井戸の外側のポテンシャルが無限大の場合の境界条件と、波動関数、エネルギー値を求めよ。
- (6)自由空間では粒子の最低エネルギーが0であるのに対して、井戸の中では有限の最低エネルギーが存在する。その理由を説明せよ。
- (7)井戸の外側のポテンシャルが無限大の場合と有限の場合で、粒子の最低エネルギーがどちらが低いかを理由と共に述べよ。
- (8)フラーレン分子を幅 $1 \mu\text{m}$ の井戸に閉じ込めた時に、最低エネルギー状態を保持するためには、何K以下の温度に保つ必要があるかを考察せよ。

参考

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ JS}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ JS}$$

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$$

$$E = mc^2$$

$$\lambda = h/p$$

$$E = h\nu$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{d\psi}{dx} = p\psi$$

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2} \hbar$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ミリ : m=10⁻³

マイクロ : μ=10⁻⁶

ナノ : n=10⁻⁹

ピコ : p=10⁻¹²

フェムト : f=10⁻¹⁵

	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1	1.00	1.05	1.10	1.14	1.18	1.22	1.26	1.30	1.34	1.38
2	1.41	1.45	1.48	1.52	1.55	1.58	1.61	1.64	1.67	1.70
3	1.73	1.76	1.79	1.82	1.84	1.87	1.90	1.92	1.95	1.97
4	2.00	2.02	2.05	2.07	2.10	2.12	2.14	2.17	2.19	2.21
5	2.24	2.26	2.28	2.30	2.32	2.35	2.37	2.39	2.41	2.43
6	2.45	2.47	2.49	2.51	2.53	2.55	2.57	2.59	2.61	2.63
7	2.65	2.66	2.68	2.70	2.72	2.74	2.76	2.77	2.79	2.81
8	2.83	2.85	2.86	2.88	2.90	2.92	2.93	2.95	2.97	2.98
9	3.00	3.02	3.03	3.05	3.07	3.08	3.10	3.11	3.13	3.15
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.16	3.32	3.46	3.61	3.74	3.87	4.00	4.12	4.24	4.36
20	4.47	4.58	4.69	4.80	4.90	5.00	5.10	5.20	5.29	5.39
30	5.48	5.57	5.66	5.74	5.83	5.92	6.00	6.08	6.16	6.24
40	6.32	6.40	6.48	6.56	6.63	6.71	6.78	6.86	6.93	7.00
50	7.07	7.14	7.21	7.28	7.35	7.42	7.48	7.55	7.62	7.68
60	7.75	7.81	7.87	7.94	8.00	8.06	8.12	8.19	8.25	8.31
70	8.37	8.43	8.49	8.54	8.60	8.66	8.72	8.77	8.83	8.89
80	8.94	9.00	9.06	9.11	9.17	9.22	9.27	9.33	9.38	9.43
90	9.49	9.54	9.59	9.64	9.70	9.75	9.80	9.85	9.90	9.95