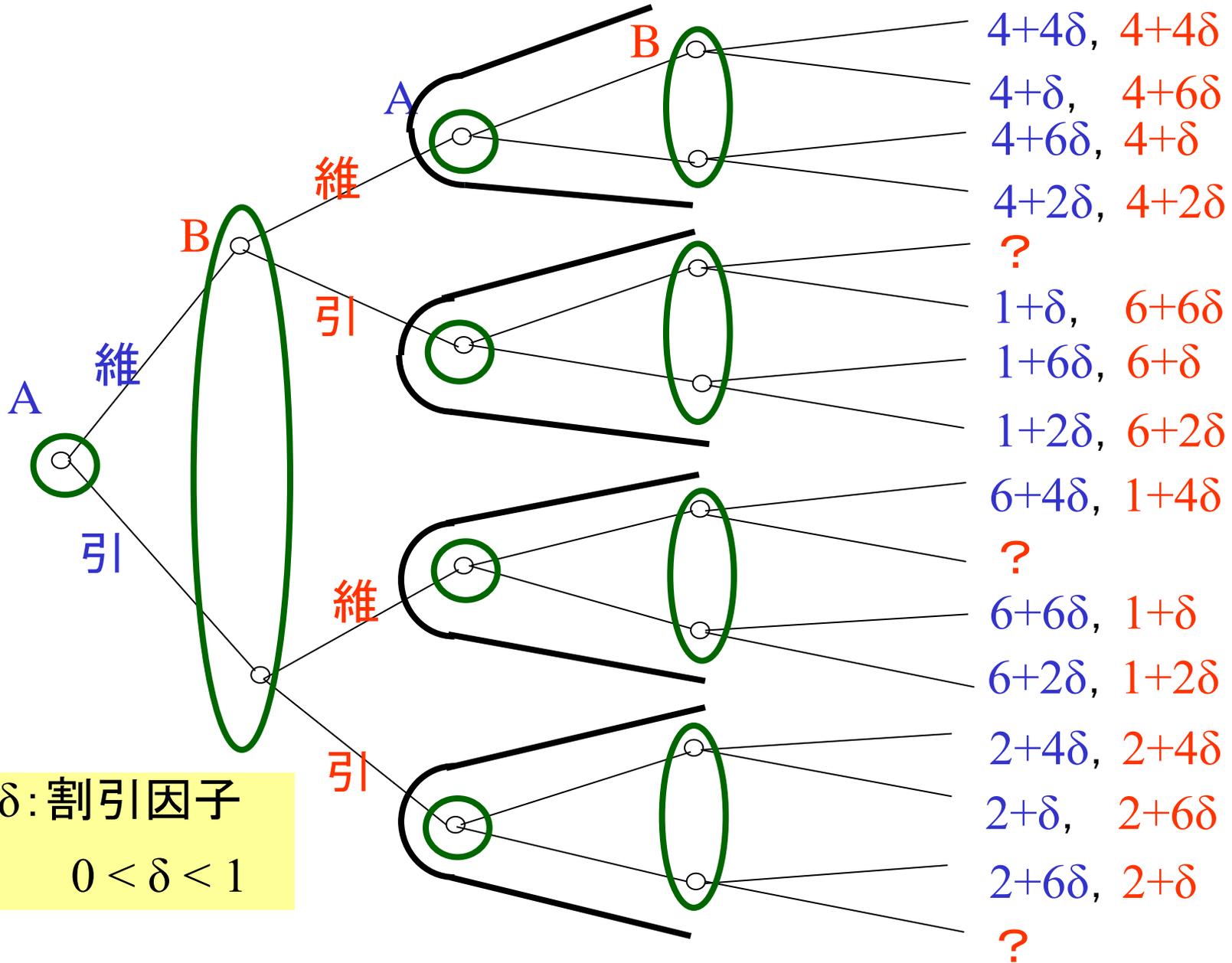


事例3-5 (2回繰り返し) の展開形ゲーム



事例3-5(2回繰り返し)の部分ゲーム完全均衡

一番上の部分ゲーム

B	維持	引き下げ
A		
維持	$4 + 4\delta$	$4 + 4\delta$
引き下げ	$4 + 6\delta$	$4 + \delta$

Aの「引き下げ」は「維持」を支配する

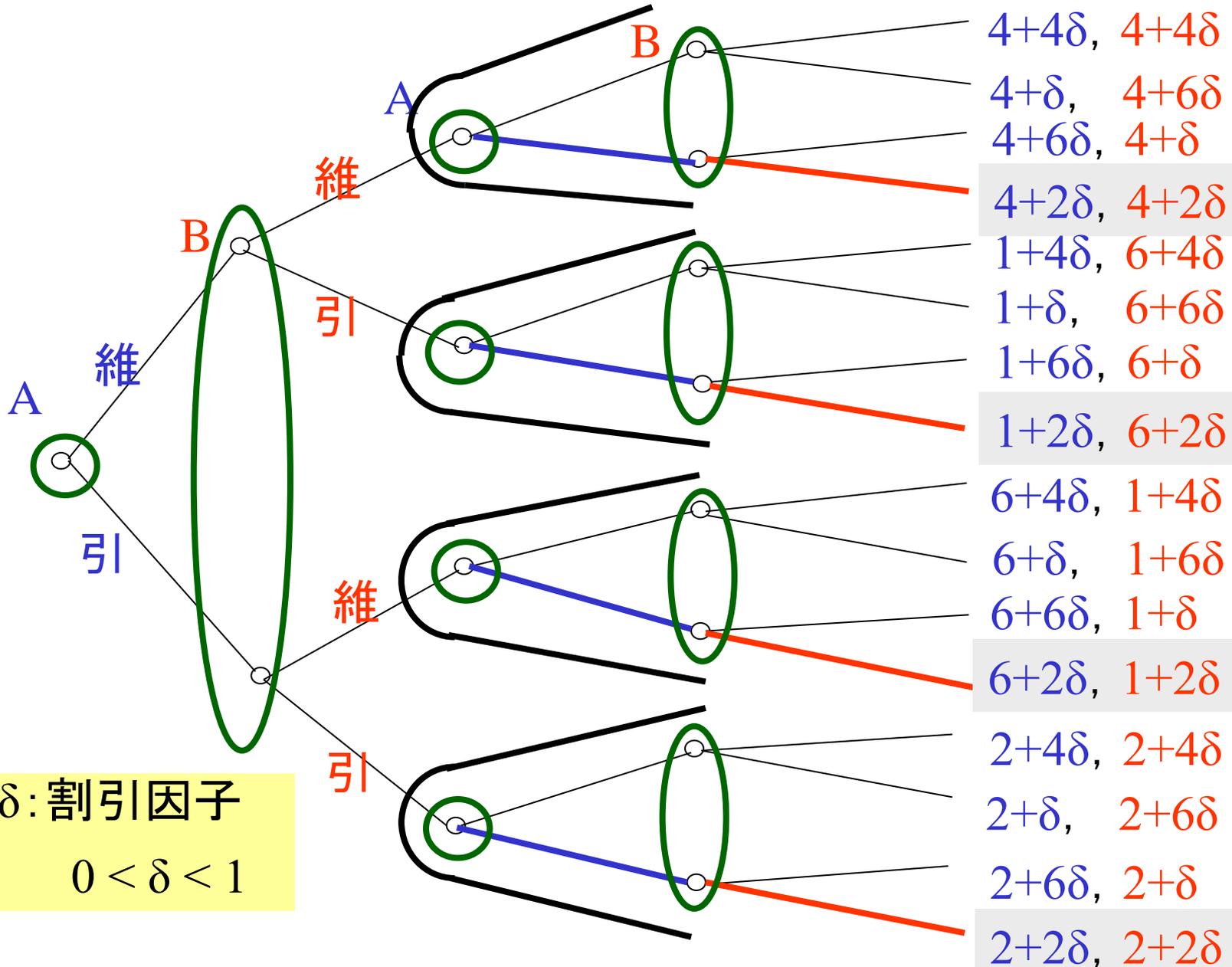
Bの「引き下げ」は「維持」を支配する

唯一つのナッシュ均衡 (引き下げ, 引き下げ)

他の部分ゲームも同様

(引き下げ, 引き下げ)が唯一つのナッシュ均衡

事例3-5(2回繰り返し)の部分ゲームでのナッシュ均衡



事例3-5(2回繰り返しの部分ゲーム完全均衡)

全体のゲーム(部分ゲームのナッシュ均衡を前提)

		B	
		維持	引き下げ
A	維持	$4 + 2\delta$	$1 + 2\delta$
	引き下げ	$6 + 2\delta$	$2 + 2\delta$

Aの「引き下げ」は「維持」を支配する

Bの「引き下げ」は「維持」を支配する

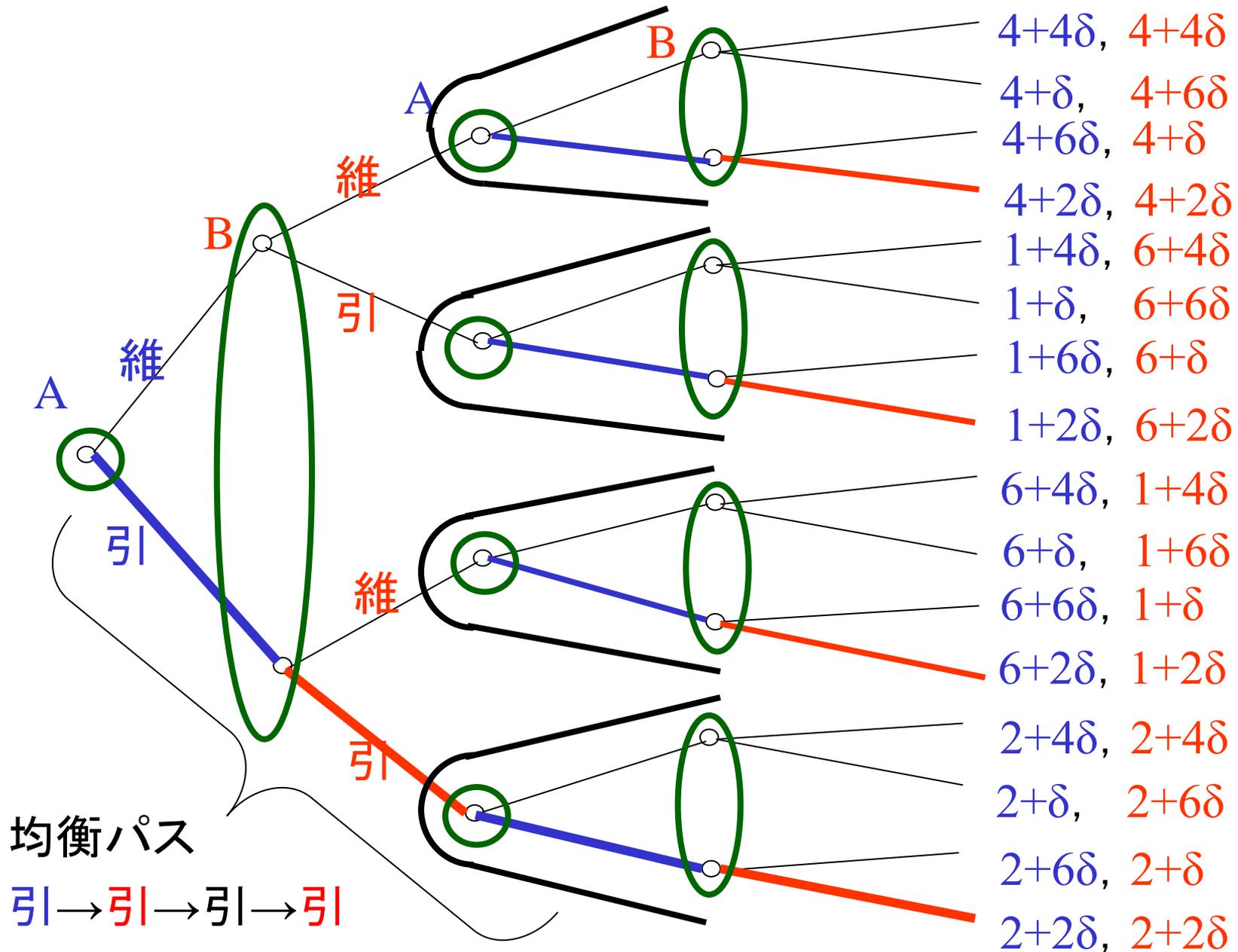
唯一つのナッシュ均衡 (引き下げ, 引き下げ)

全体のゲームの部分ゲーム完全均衡

AもBもすべての情報集合で「引き下げ」をとる

均衡プレイ → 1回目も2回目も(引き下げ, 引き下げ)

事例3-5の部分ゲーム完全均衡



有限回の繰り返しゲーム

繰り返しの回数が有限回であれば結果は同じ

部分ゲーム完全均衡は

最終回のナッシュ均衡（引き下げ, 引き下げ）

最終回の1回前も（引き下げ, 引き下げ）

以下, 帰納的に1回目まで（引き下げ, 引き下げ）

均衡パス

(引, 引), (引, 引), (引, 引), ……

実験との違い

実験との違い

100回の繰り返し

→ 60, 70回くらいまでは (維持, 維持)

ナッシュの答え: ?

無限回繰り返しゲーム

事例2-1 (価格の引き下げ競争) の無限回繰り返し

プレイヤー: A, B

戦略: 各回の選択において,
それまでにとられてきた選択肢の組の列に対して
維持, 引き下げ のどちらかを与える

利得: 1回目の利得を a_1 , 2回目の利得を a_2 , \dots , とするとき,
 $(1-\delta)(a_1 + \delta a_2 + \delta^2 a_3 + \dots)$ 正規化利得 (平均利得)

↓
割り引いた現在価値の和 (割引利得和と呼ぶ)

注意: $(1-\delta)(a + \delta a + \delta^2 a + \dots) = a$

トリガー戦略

トリガー戦略

1回目は「維持」,

2回目以降は,

それまで自分も相手も「維持」をとり続けていれば「維持」,
そうでなければ「引き下げ」

定理

割引因子 δ が十分に大きければ,

(トリガー戦略, トリガー戦略)は

事例2-1の無限回繰り返しにおける部分ゲーム完全均衡

定理の証明 (1 / 5)

① 任意の部分ゲームにおいてナッシュ均衡となっていること

t 回目から始まる部分ゲーム

(1) それまでにどちらかが「引き下げ」をとっている場合

「トリガー」に従えば、相手は「引き下げ」をとり続ける

→ 「トリガー」に従って「引き下げ」をとり続ければ
毎回 2の利得 を得る

→ 逸脱して「維持」をとれば

その回の利得は 1に減少

定理の証明 (2/5)

	1	2	...	t-1	t	t+1	...		
相手					引	引	...	引	...
自分					引	引		維	...
自分の利得					2	2	...	1	...

どこかで**維持**に変えても利得は減少するだけ



トリガーに従うことが最適反応



(**トリガー**, **トリガー**)は

t 回目から始まる部分ゲームにおいてナッシュ均衡

定理の証明 (3/5)

(2) それまでどちらも「維持」をとりつづけている場合
 相手は「トリガー」に従っているので、
 こちらが「維持」をとるかぎり「維持」をとる
 こちらが「引き下げ」をとれば、
 その後は「引き下げ」をとりつづける

自分の利得	1	...	t-1	t	...	s	s+1	s+2	...
「トリガー」	4	...	4	4	...	4	4	4	...
逸脱	4	...	4	4	...	6 ↑	2 ↓	2 ↓	...

定理の証明 (4/5)

自分の利得	1	...	t-1	t	...	s	s+1	s+2	...
「トリガー」	4	...	4	4	...	4	4	4	...
逸脱	4	...	4	4	...	6 ↑	2 ↓	2 ↓	...

「トリガー」に従った場合:

$$(1-\delta)(4 + 4\delta + \dots + 4\delta^{s-2} + 4\delta^{s-1} + 4\delta^s + \dots)$$

s 回目に逸脱して「引き下げ」をとった場合

$$(1-\delta)(4 + 4\delta + \dots + 4\delta^{s-2} + 6\delta^{s-1} + 2\delta^s + \dots)$$

定理の証明 (5/5)

「トリガーに従う」 - 「s 回目に逸脱」

$$= (1-\delta)(-2\delta^{s-1} + 2\delta^s + 2\delta^{s+1} + \dots)$$

$$= (1-\delta)\delta^{s-1}(-2 + 2\delta/(1-\delta))$$

$$= (1-\delta)\delta^{s-1}(-2 + 4\delta)/(1-\delta) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \delta \geq 1/2$$

$\delta \geq 1/2$ であれば

(トリガー, トリガー) は任意の部分ゲームにおいてナッシュ均衡

② 全体のゲームでナッシュ均衡となっていること

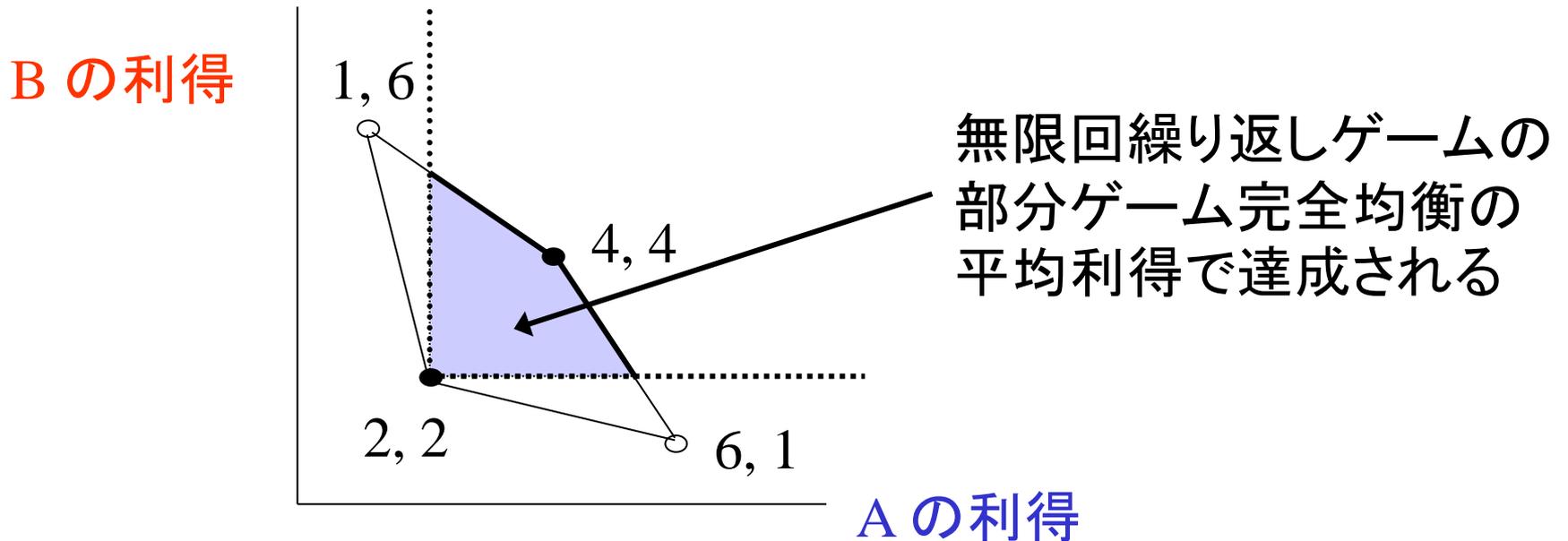
上の後半の証明と同様にして,

$\delta \geq 1/2$ であれば, (トリガー, トリガー) はナッシュ均衡となる

(完全)フォーク定理

事例2-1

A		B	維持	引き下げ
		維持	4, 4	1, 6
		引き下げ	6, 1	2, 2



2, 2 ナッシュ均衡の利得の組 ?

マックスミニ値 ?

ミニマックス値 ?

次回までの課題

◎Reading assignment

次回まで: 「ゲーム理論入門」 100ページ~114ページ

◎レポート(次回の授業時間に提出)

1 次の利得行列で与えられる2人戦略形ゲームを無限回繰り返す。両者ともに、最初は戦略1を用い、両者が戦略1を用いている限り戦略1を用い、どちらか一方が戦略2を用いればそのあとは戦略2を用い続けるという、トリガー戦略を用いるとする。このとき、(戦略1, 戦略1)の繰り返しだが、部分ゲーム完全均衡として実現されるための割引因子 δ の範囲を求めよ。

1 / 2	戦略1	戦略2
戦略1	3, 3	0, 5
戦略2	5, 0	2, 2

2 「演習ゲーム理論」 4.4練習問題 問題4.1, 4.7

3 練習問題 5.5, 5.8, 5.10