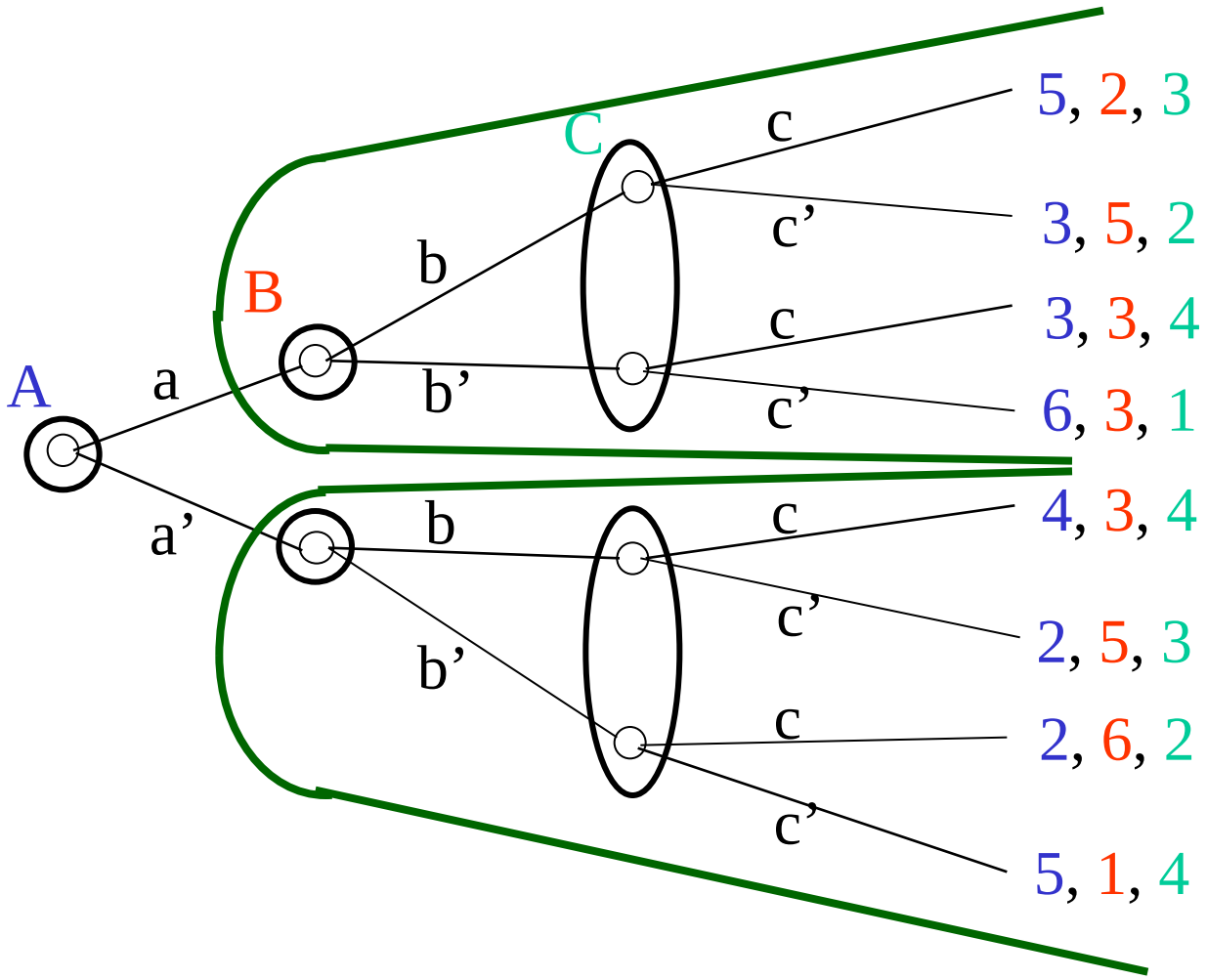
事例３－６　②　の部分ゲーム



<u>完全情報をもつゲームではない</u>

上の部分ゲーム

	C		c			c’	
B							
b		(5)	2	3	(3)	5	2
b’		(3)	3	4	(6)	3	1

C の c は c’ を支配する → c’ を除去

3 ＞ 2 → B は b’ を用いる

→ (b’, c)が(唯一つの)ナッシュ均衡

このときの A の利得は 3

下の部分ゲーム

	C				c’		
B							
b		(4)	3	4		(2)	5	3
b’		(2)	6	2		(5)	1	4

支配関係なし，　純粋戦略でのナッシュ均衡なし

唯一つのナッシュ均衡　((2/3, 1/3), (4/7, 3/7))

このときの A の利得は

$$4 \times 2/3 \times 4/7 + 2 \times 2/3 \times 3/7 + 2 \times 1/3 \times 4/7 + 5 \times 1/3 \times 3/7$$

$$= 67/21$$

事例３－６　②　の部分ゲーム完全均衡

A は a をとれば,

上の部分ゲームでナッシュ均衡（b’, c）, A の利得　３

a’ をとれば,

下の部分ゲームでナッシュ均衡((2/3, 1/3), (4/7, 3/7)),

A の利得　67/21（＞ 3）

各部分ゲームのナッシュ均衡に対する A の最適反応戦略 a’

→　部分ゲーム完全均衡は

（a’,（b’ －(2/3, 1/3)),（c－ (4/7, 3/7)））

行動戦略

事例３－６　②

B の純粋戦略　　b － b,　b － b’,　b’ － b,　b’ － b’

混合戦略　　この４つの確率混合

（b’－（2/3, 1/3）　　混合戦略ではない　→　行動戦略

b’,（2/3, 1/3)　　局所戦略

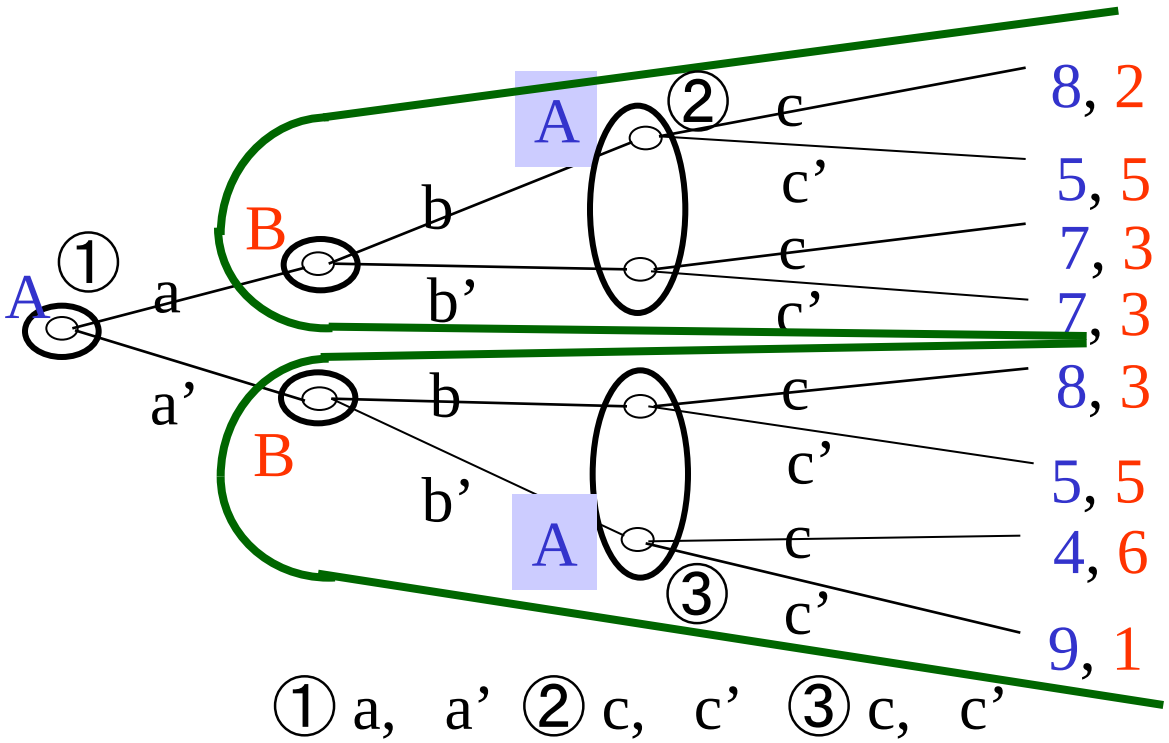
（情報集合での選択肢の上の確率分布）

C の純粋戦略　　c － c,　c － c’,　c’ － c,　c’ － c’

（c－ (4/7, 3/7) ）　　行動戦略

c,　(4/7, 3/7)　　局所戦略

行動戦略 → 混合戦略



① a, a’ ② c, c’ ③ c, c’

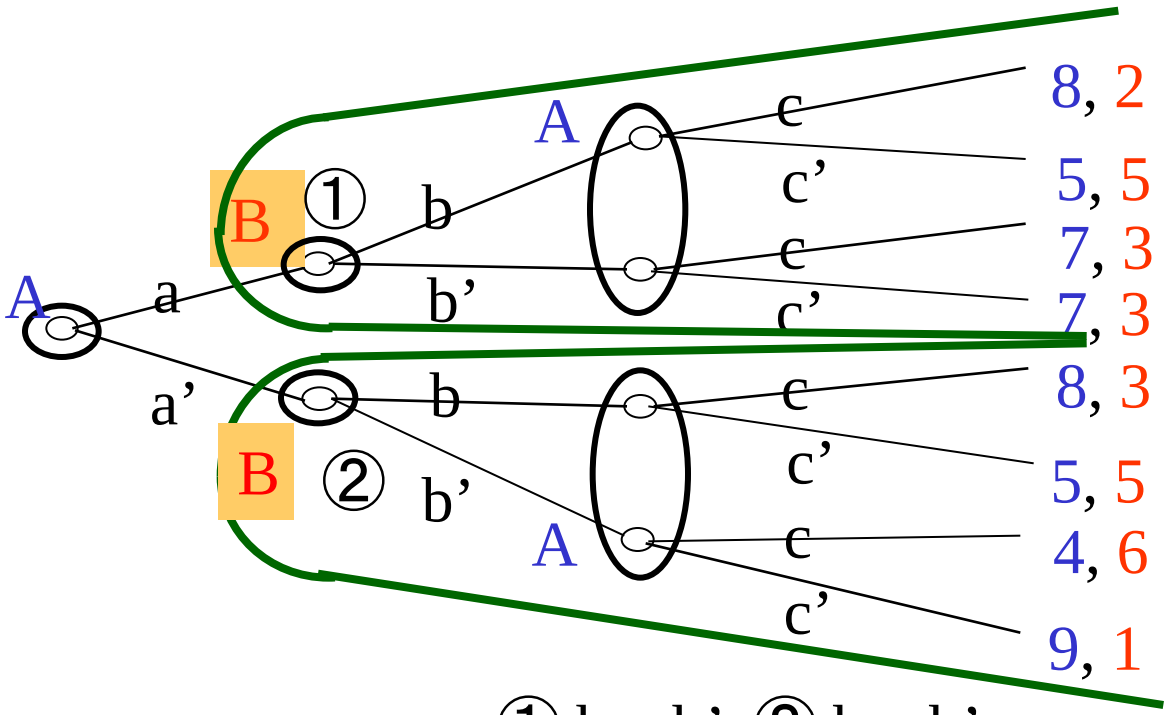
Aの行動戦略 ((p,1-p), (q, 1-q), (r, 1-r))

同等な（他のプレイヤーのいかなる戦略に対しても各終点の実現確率が同じ）混合戦略

a-c-c a-c-c’, …… , a’-c’-c’

pqr, pq(1-r), ….. , (1-p)(1-q)(1-r)

行動戦略 → 混合戦略



① b , b' ② b, b'

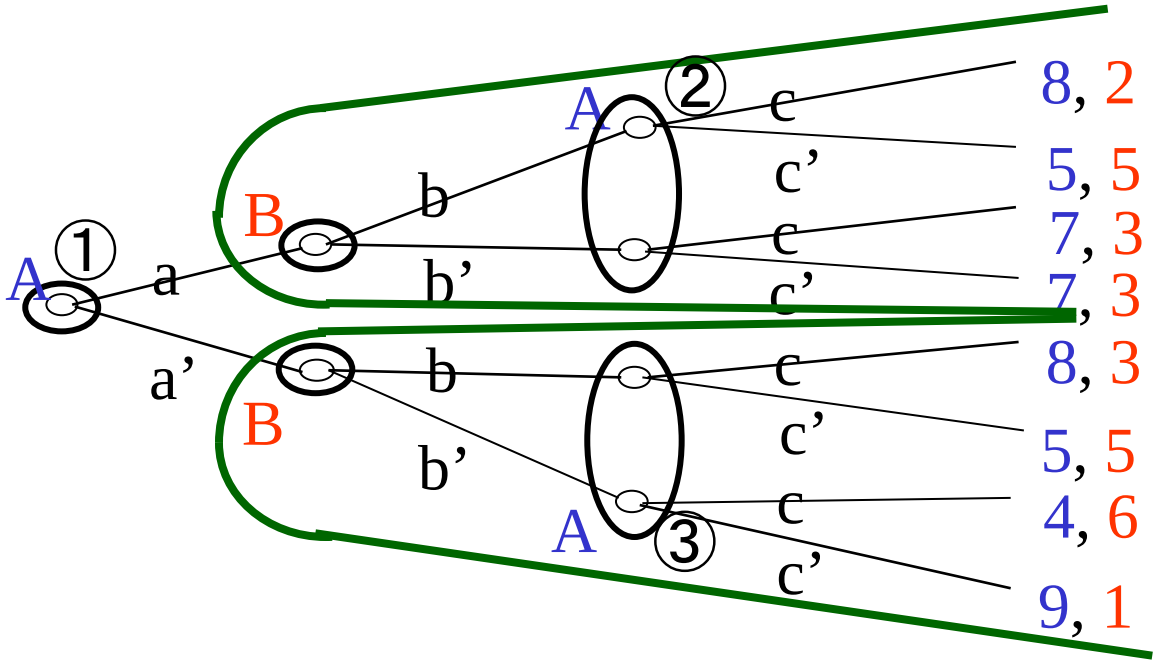
Bの行動戦略 ((s,1-s), (t, 1-t))

同等な（他のプレイヤーのいかなる戦略に対しても各終点の実現確率が同じ）混合戦略

b-b, b-b', b'-b, b'-b'

st, s(1-t), (1-s)t, (1-s)(1-t)

混合戦略 → 行動戦略



混合戦略 a-c-c, a-c-c’, a-c’-c, a-c’-c, a’-c-c, a’-c-c’, a’-c’-c, a’-c’-c’

p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8

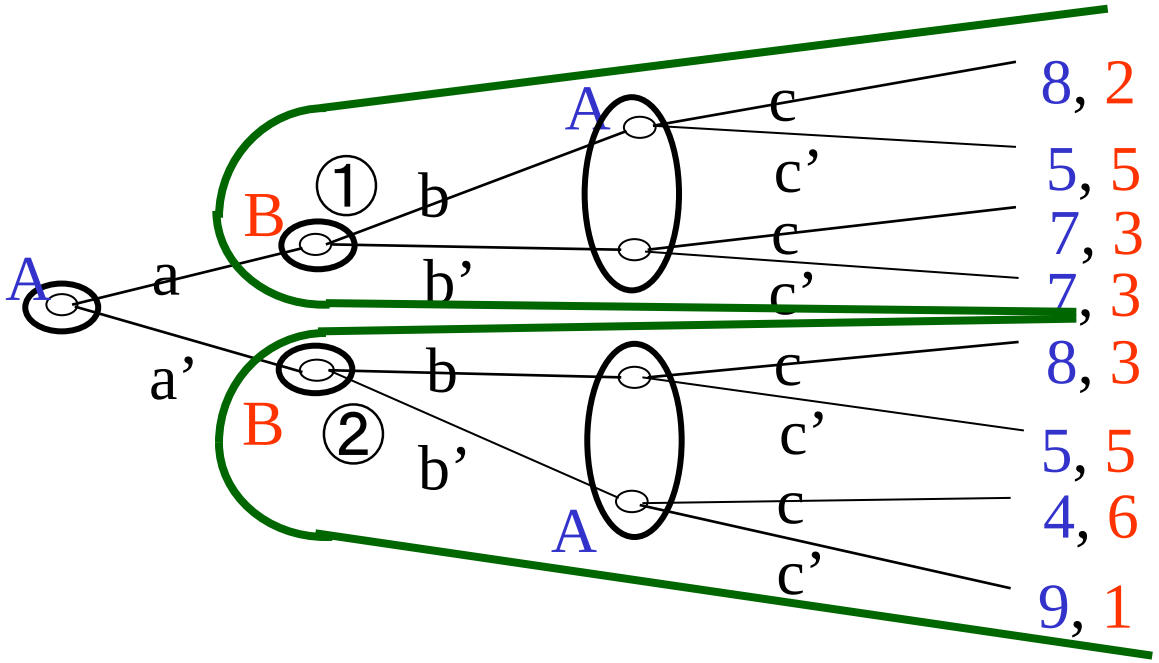
同等な行動戦略

① a, a’ → $p_1+\ldots+p_4$, $p_5+\ldots+p_8$,

② c, c’ → $(p_1+p_2)/(p_1+\ldots+p_4)$, $(p_3+p_4)/(p_1+\ldots+p_4)$,

③ c, c’ → $(p_5+p_7)/(p_5+\ldots+p_8)$, $(p_6+p_8)/(p_5+\ldots+p_8)$

混合戦略 → 行動戦略



混合戦略　b-b,　b-b',　b'-b,　b'-b'

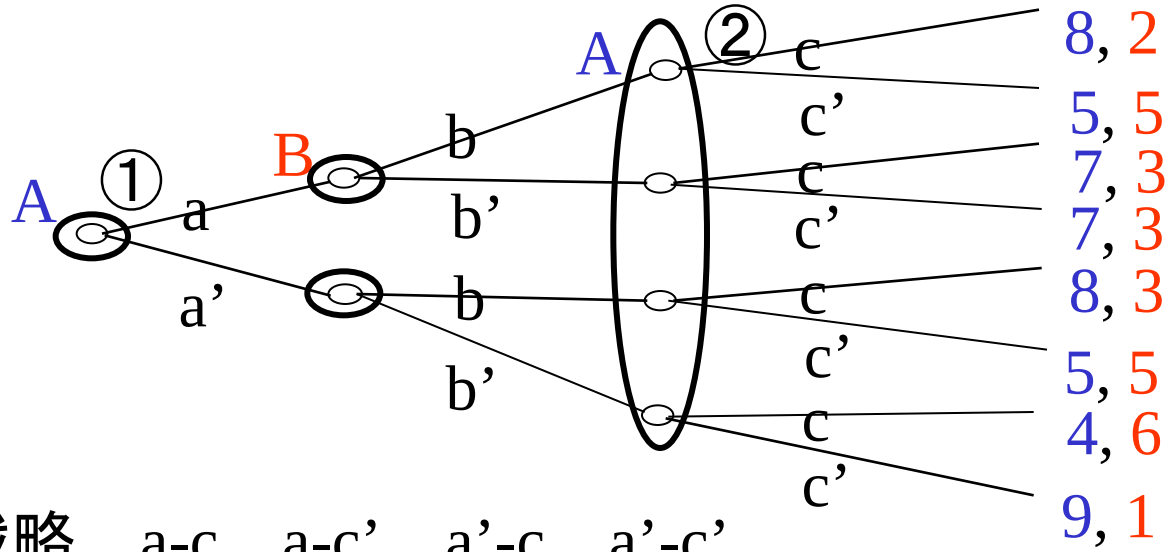
q_1,　q_2,　q_3,　q_4

同等な行動戦略

① b, b' → q_1+q_2, q_3+q_4

② b, b' → q_1+q_3, q_2+q_4

混合戦略 ≠ 行動戦略



混合戦略　a-c,　a-c',　a'-c,　a'-c'

1/2,　0,　0,　1/2,

同等な行動戦略　① a,　a'　(p, 1-p)　② c,　c'　(q, 1-q)

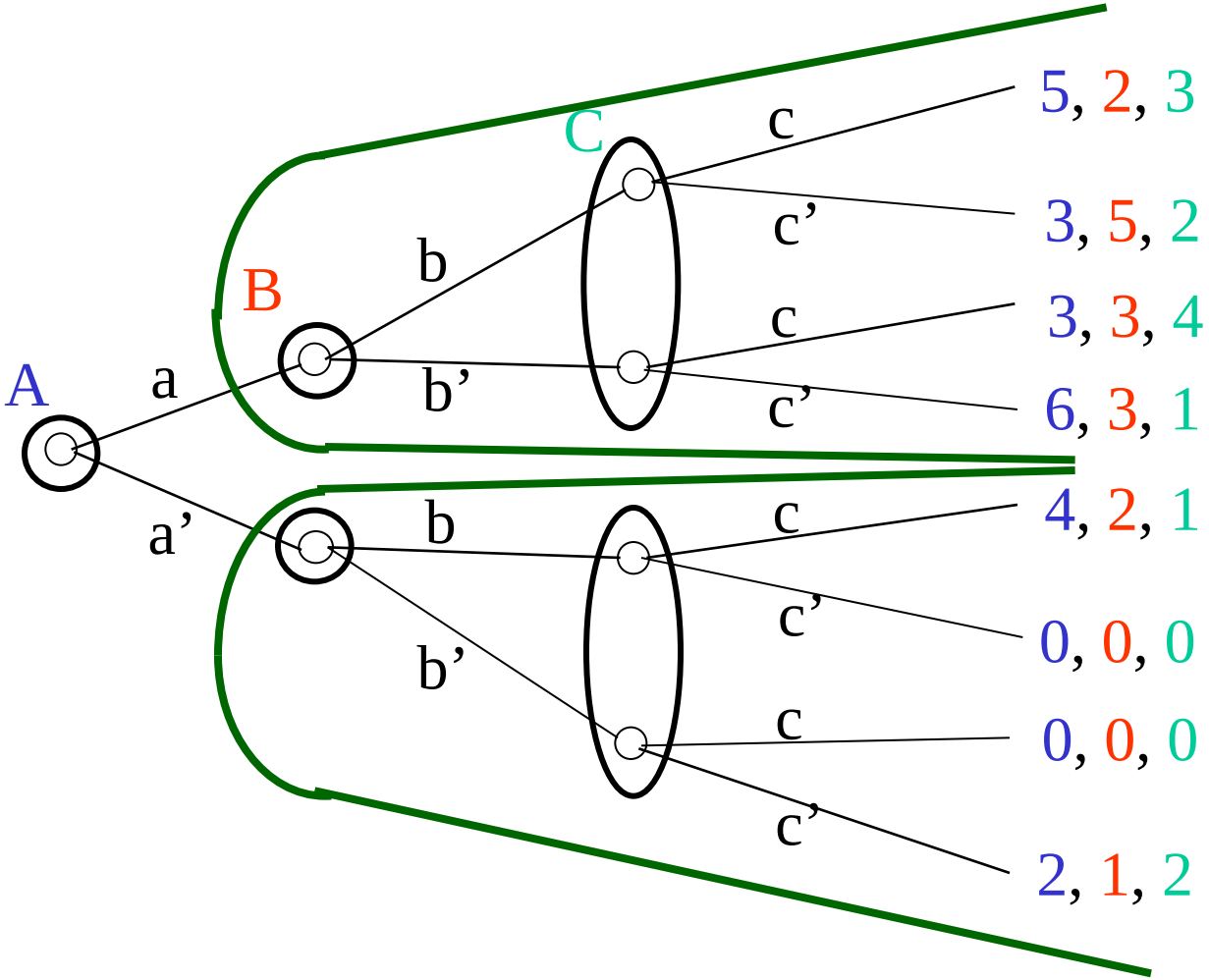
pq = 1/2,　p(1-q)=0,　(1-p)q=0,　(1-p)(1-q) =1/2

このようなp, qは存在しない

完全記憶　（各プレイヤーが過去の自分の手番での選択，過去の手番で利用可能であった情報をすべて覚えている）

→　混合戦略　⇔　行動戦略

部分ゲームが2つ以上のナッシュ均衡を持つ場合



下の部分ゲーム

	C				c				c’		
B											
b			(4)		2		1			(0)		0		0
b’			(0)		0		0			(2)		1		2

ナッシュ均衡　(b, c), (b’, c’), ((2/3, 1/3), (1/3, 2/3))

このときの A の利得は

4,　2,　$4 \times 2/3 \times 1/3 + 2 \times 1/3 \times 2/3 = 4/3$

部分ゲーム完全均衡

A は a をとれば,

上の部分ゲームでナッシュ均衡（b’, c）, A の利得　３

a’ をとれば,

下の部分ゲームで

ナッシュ均衡　(b, c),　(b’, c’), ((2/3, 1/3), (1/3, 2/3))

A の利得　4 (> 3),　2 (< 3),　4/3 (< 3)

部分ゲーム完全均衡は

（a’, b’－b, c－c）

（a, b’－b’, c－c’）

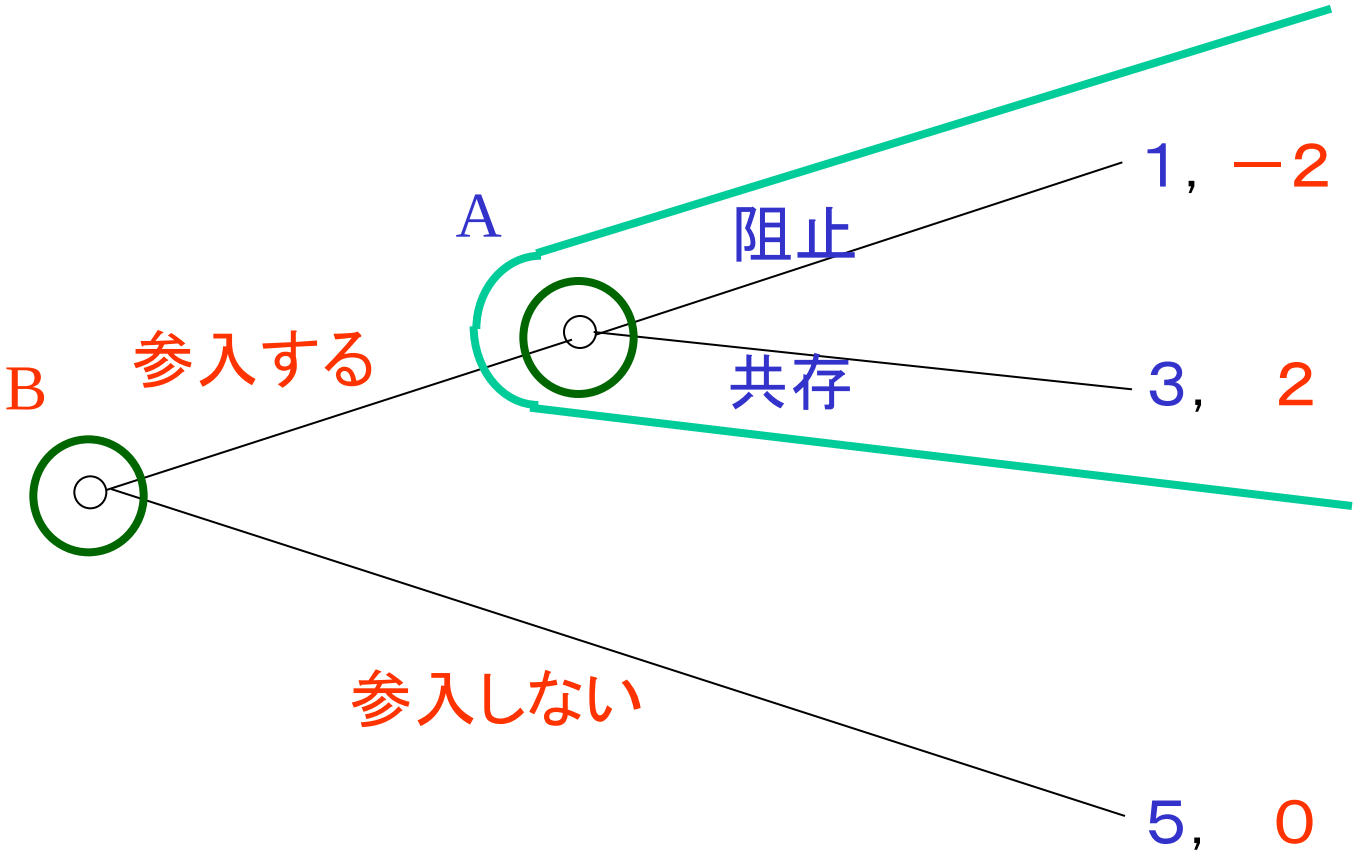
（a, b’－(2/3, 1/3), c－(1/3, 2/3)）

点の数が有限個の展開形ゲーム

完全記憶 → 部分ゲーム完全均衡が存在する

事例３－４（参入と参入阻止）の展開形ゲーム

事例３－４



事例３－４の戦略形ゲーム

事例３－４

B	参入する		参入しない	
A				
阻止	１	－２	５	０
共存	３	２	５	０

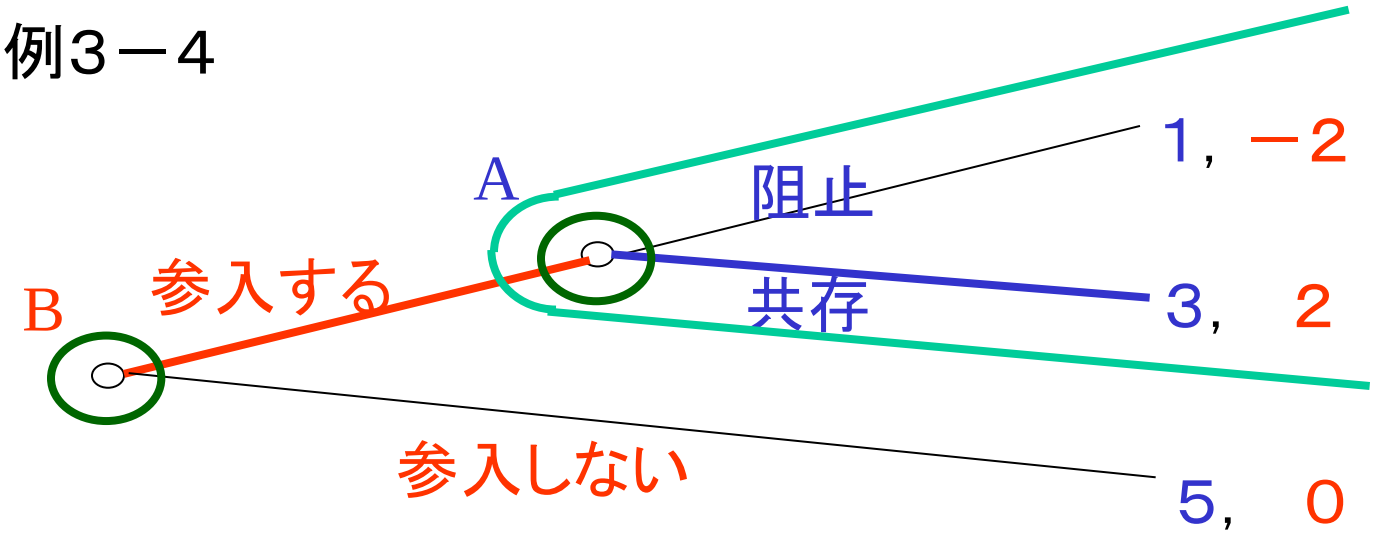
ナッシュ均衡　（阻止，参入しない），（共存，参入する）

A の「共存」は「阻止」を<u>弱支配する</u>

→　（阻止，参入しない）は合理的？

事例３－４の部分ゲーム完全均衡

事例３－４



３ ＞ １ ゆえ，A は共存　→　２ ＞ ０ ゆえ，B は参入する

→　部分ゲーム完全均衡は　（共存，参入する）

注意：　事例３－２，３－４

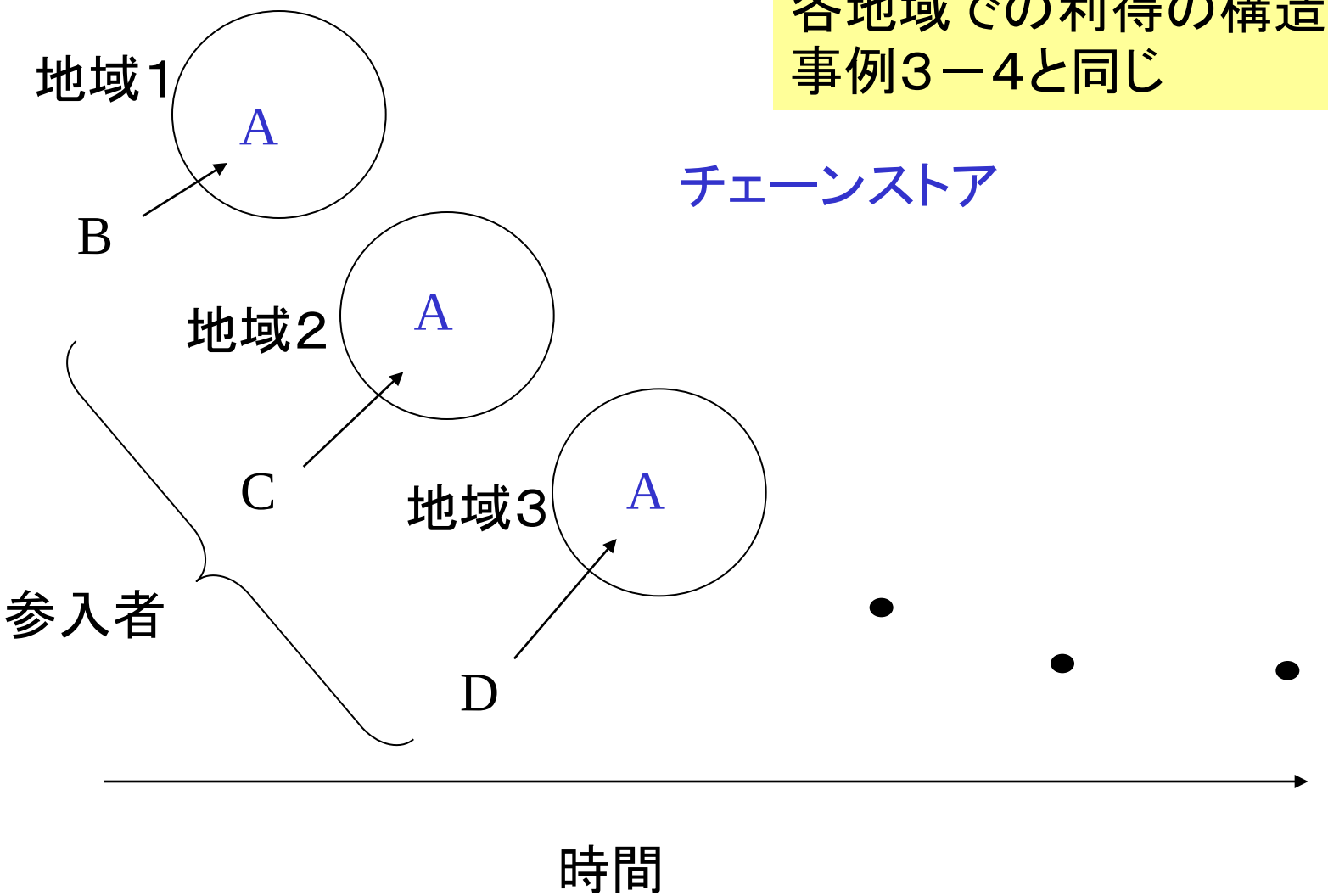
「部分ゲーム完全均衡は弱支配される戦略を含まない」

→　一般には正しくない

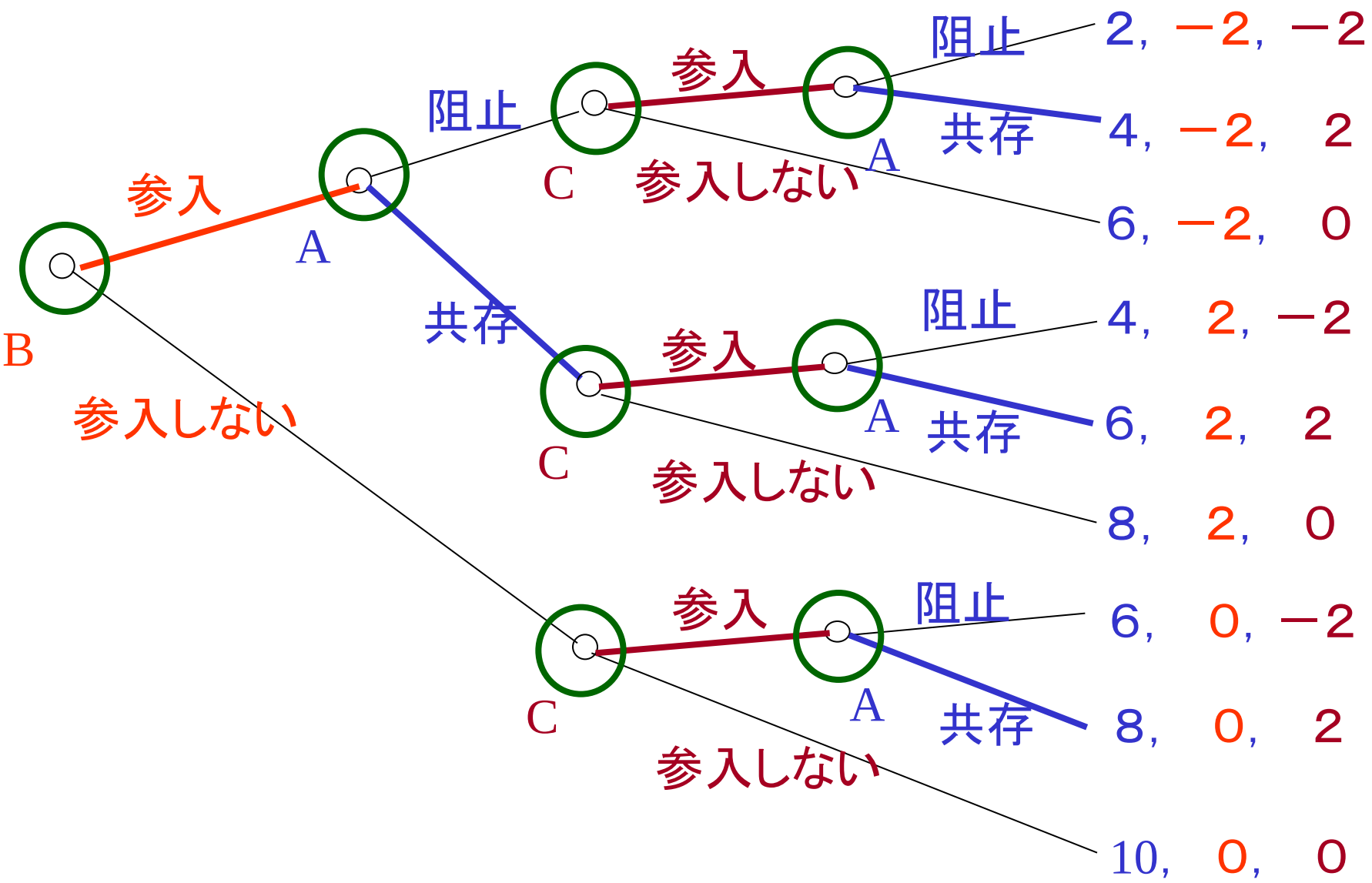
教科書114ページ練習問題4参照

チェーンストア・パラドックス

各地域での利得の構造は
事例３－４と同じ



2地域の場合


B
参入
参入しない
A
阻止
共存
C
参入
参入しない
A
阻止
共存
C
参入
参入しない
A
阻止
共存
C
参入
参入しない
A
阻止
共存
2, −2, −2
4, −2, 2
6, −2, 0
4, 2, −2
6, 2, 2
8, 2, 0
6, 0, −2
8, 0, 2
10, 0, 0

２地域の場合の部分ゲーム完全均衡

部分ゲーム完全均衡

（共存－共存－共存－共存，参入，参入－参入－参入）

均衡における動き（均衡パス，均衡プレイ）

B 参入 → A 共存 → C 参入 → A 共存

地域が増えても同様

参入者は参入し，チェーンストア は共存

現実には ？？？

損をしても参入を阻止 → 以後の参入を思いとどまらせる

「チェーンストア・パラドックス」

部分ゲーム完全均衡は本当に合理的といえるか ？

次回までの課題

◎Reading assignment

「ゲーム理論入門」 91～100ページ

「演習ゲーム理論」 演習問題4.1, 4.2, 4.3, 4.4

（「ゲーム理論」 第4章～第6章）

◎Homework（次回の授業時間に提出）

１　事例3－6において，以下の3つの場合を展開形ゲームとして表現し，部分ゲームがある場合にはどこが部分ゲームとなっているかを答えよ。

（1）Aの決定をCのみが知り，Bの決定をCが知らない場合

（2）Aの決定をCのみが知り，Bの決定をCが知る場合

（3）Aの決定をBのみが知り，Bの決定をCが知らない場合

２「演習ゲーム理論」4.4練習問題　問題4.3, 4.4, 4.5

３　練習問題　5.1, 5.2, 5.3, 5.4