

2015 年度 論理回路理論 演習 3 解答

学科： _____ 学籍番号： _____ 氏名： _____

1. 次の (1) ~ (5) の真理値表で表される論理回路を，カルノー図を用いて簡単化し，簡単化された NOT-AND-OR 形式で示せ．ただし，ドントケアは * で表すとする．(25 点)

解答

(1)

x_3	x_2	x_1	$F(x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_3	0	1		1	1
	1	1			

$$F = \bar{x}_2\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3x_2$$

(2 点)

(2)

x_3	x_2	x_1	$F(x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	*
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_3	0	1			1
	1	*			1

$$F = \bar{x}_1$$

(3 点)

(3)

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	*
0	0	1	0	*
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	*
1	1	1	1	*

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_4x_3	00		*		*
	01	1		1	
	11		1	*	*
	10				

$$F = \bar{x}_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee x_4x_3x_1 \vee x_3x_2x_1$$

(5 点)

(4)

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	*
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	*
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	*
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_4x_3	00	1		1	1
	01	*	1	*	
	11		*	1	
	10	1			

$$F = x_3x_1 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3x_2$$

(5 点)

(5)

x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_5, x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	*
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	*
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	*
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	*
1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1

				$x_3x_2x_1$			
				x_5x_4			
10	11	01	00	00	01	10	11
			1	000	001	011	010
							110
							111
							101
							100

$$F = x_4x_1 \vee \bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_1 \vee x_5\bar{x}_4\bar{x}_3x_2$$

(10 点)

2. 次の真理値表で表される論理関数をクワイン-マクラスキー法を用いて，簡単化して表現せよ．また，NOT-AND 項のグループ分けと統合の過程，及び包含図を必ず示すこと．(24 点)

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	*
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	*
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	*
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	*

【配点について】

配点は以下の通り．

NOT-AND 項のグループ分けと統合 (10 点)

包含図 (11 点)

簡単化した式 (3 点)

解答は次ページ

$p = 0$	0	0	0	0	✓
$p = 1$	0	0	0	1	✓
	0	1	0	0	✓
$p = 2$	0	1	0	1	✓
	0	1	1	0	✓
	1	0	0	1	✓
	1	0	1	0	✓
$p = 3$	1	0	1	1	✓
	1	1	1	0	✓
$p = 4$	1	1	1	1	✓

(a) 変数個数 : 4

$p = 0$	0	0	0	-	✓
	0	-	0	0	✓
$p = 1$	0	-	0	1	✓
	-	0	0	1	
	0	1	0	-	✓
	0	1	-	0	
$p = 2$	-	1	1	0	
	1	0	-	1	
	1	0	1	-	✓
	1	-	1	0	✓
$p = 3$	1	-	1	1	✓
	1	1	1	-	✓

(b) 変数個数 : 3

$p = 0$	0	-	0	-
$p = 2$	1	-	1	-

(c) 変数個数 : 2

(b) 変数個数：3

図 1: NOT-AND 項のグループ分けと統合

图 2: 包含图

$$F(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_4 x_2 \vee \overline{x_4} \overline{x_2} \quad (1)$$

3. NAND 形式の回路表現について，以下の各問について答えよ．(26 点)

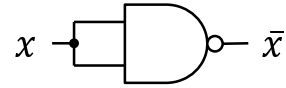
(1) NOT ゲート，2 入力の AND ゲート，2 入力の OR ゲートをすべて 2 入力の NAND ゲートのみで表せることを示せ．回路図と論理式どちらも示すこと．(2 点 × 6)

(a) NOT

・ 論理式

$$\bar{x} = \overline{xx}$$

・ 回路図

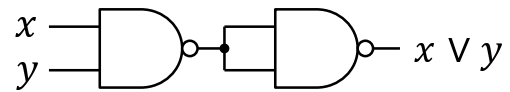


(b) AND

・ 論理式

$$\begin{aligned} xy &= \overline{\overline{xy}} \\ &= \overline{\overline{xy} \overline{xy}} \end{aligned}$$

・ 回路図

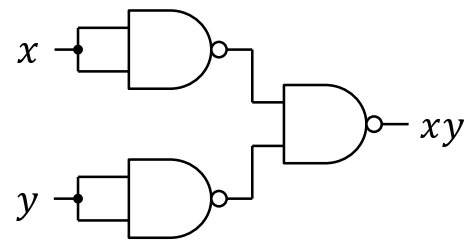


(c) OR

・ 論理式

$$\begin{aligned} x \vee y &= \overline{\overline{x \vee y}} \\ &= \overline{\bar{x} \bar{y}} \\ &= \overline{\overline{xx} \overline{yy}} \end{aligned}$$

・ 回路図

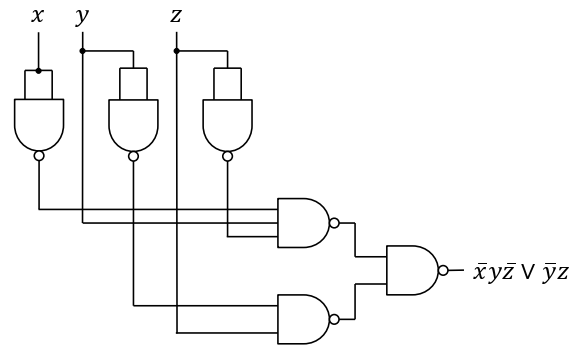


- (2) $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z$ で表される論理回路について，(1) の手法を適応し（簡単化せずに）2 入力の NAND ゲートのみで表せ．回路図と論理式どちらも示すこと．なお，この問題では 2 入力，及び 3 入力の NAND ゲートのみを使用可能とする．(3 点 × 2)

・ 論理式

$$\begin{aligned}\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}}\end{aligned}$$

・ 回路図



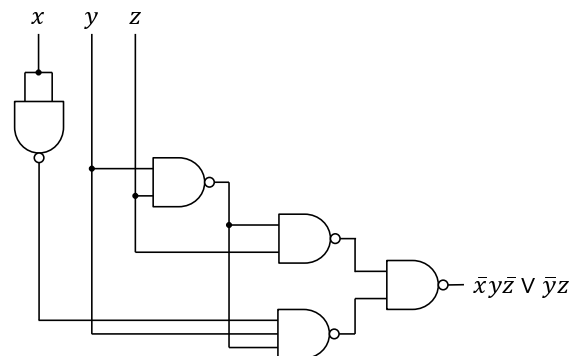
- (3) NAND 形式の簡単化について，以下の各問について答えよ．

- (a) $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z$ で表される論理回路について，NAND 形式の簡単化を用いて表現せよ．なお，この問題では 2 入力，あるいは 3 入力の NAND ゲートのみを使用可能とする．論理式と回路図どちらも示すこと．また，回路図において，同じ論理部分は 1 個のゲートを共有して書くこと．(論理式：4 点，回路図：3 点)

・ 論理式

$$\begin{aligned}\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z &= y\bar{x}\bar{y}z \vee z\bar{y}z \\ &= \overline{\overline{y\bar{x}\bar{y}z} \vee \overline{z\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{y\bar{x}\bar{y}z} \vee \overline{z\bar{y}z}}\end{aligned}$$

・ 回路図



- (b) (2) と比較して素子数がいくつ減少したか示せ．(1 点)

回路図，及び論理式より， $\bar{y}z$ のゲートを共有することで，NAND ゲートが (2) と比べて 1 個ゲートが減少した．

4. 2つの出力 y_2, y_1 を入力 x_4, x_3, x_2, x_1 から計算する論理回路があり, その真理値表は以下の通りである。(25点)

x_4	x_3	x_2	x_1	y_2	y_1
0	0	0	0	*	*
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	*	*
0	0	1	1	*	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	*	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	*	*
1	1	0	1	0	*
1	1	1	0	*	1
1	1	1	1	1	*

- (1) y_1, y_2, y_1y_2 のそれぞれについて, 主項を求めよ.

y_1

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_4x_3	00	*	1	1	*
	01		1	1	
	11	*	*	*	1
	10			1	

よって y_1 の主項は $\bar{x}_4\bar{x}_3$, x_4x_3 , $\bar{x}_4x_1$, x_2x_1 , x_3x_1 (3点)

y_2

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_4x_3	00	*	1	*	*
	01	1			*
	11	*		1	*
	10	1	1	1	1

よって y_2 の主項は $\bar{x}_1$, $\bar{x}_3$, x_4x_2 (3点)

y_1y_2

		x_2x_1			
		00	01	11	10
x_4x_3	00	*	1	1	*
	01				
	11	*		1	1
	10			1	

よって y_1y_2 の主項は $\bar{x}_4\bar{x}_3$, $x_4x_3x_2$, $x_4x_3\bar{x}_1$, $x_4x_2x_1$, $\bar{x}_3x_2x_1$ (4点)

- (2) $y_1 y_2$ の主項をできるだけ共有するようにして y_1, y_2 のそれぞれを計算する論理式を単純化した NOT-AND-OR 形式で求めよ。(5 点)

$$y_1 = x_4 x_3 \vee \bar{x}_4 x_1 \vee x_4 x_2 x_1$$

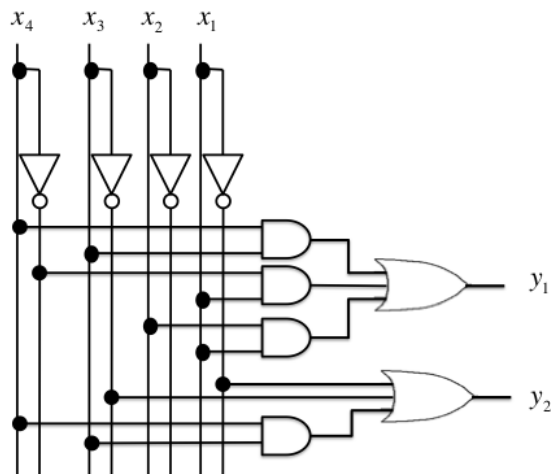
$$y_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 x_2 x_1$$

又は,

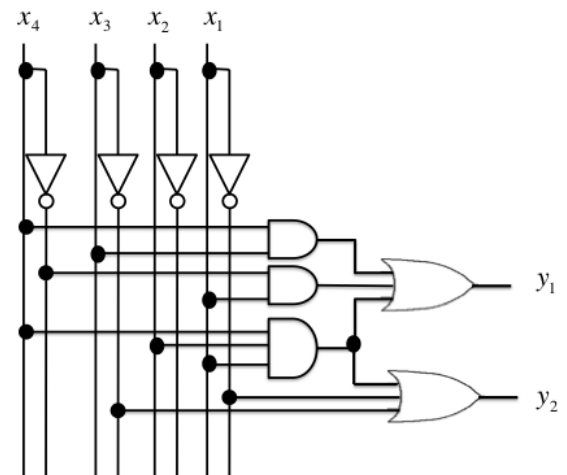
$$y_1 = \bar{x}_4 x_1 \vee x_2 x_1 \vee x_4 x_3 x_2$$

$$y_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 x_3 x_2$$

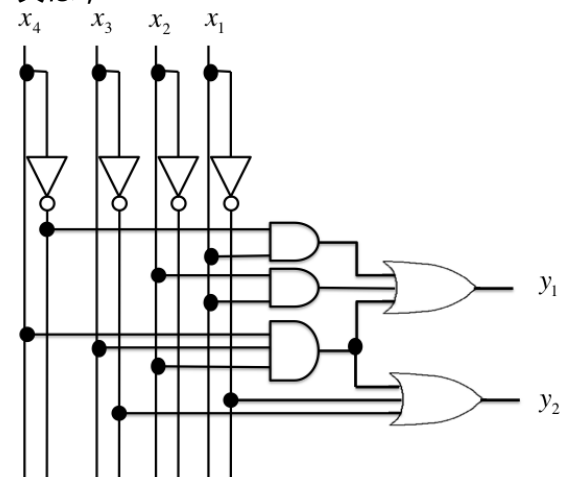
- (3) y_1, y_2 を個別に計算する回路と, 回路の一部を共有して計算する回路の回路図をそれぞれ示せ. なお, 1 入力の NOT ゲート, 2 入力あるいは 3 入力の AND ゲート及び OR ゲートのみを使用可能とする.(各 5 点)



個別に計算する回路



又は,



回路の一部を共有して計算する回路