

# 2015 年度 論理回路理論 演習 3 解答

学科： \_\_\_\_\_ 学籍番号： \_\_\_\_\_ 氏名： \_\_\_\_\_

1. 次の (1) ~ (5) の真理値表で表される論理回路を，カルノー図を用いて簡単化し，簡単化された NOT-AND-OR 形式で示せ．ただし，ドントケアは \* で表すとする．(25 点)

解答

(1)

| $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0     | 0     | 0     | 1                  |
| 0     | 0     | 1     | 0                  |
| 0     | 1     | 0     | 1                  |
| 0     | 1     | 1     | 1                  |
| 1     | 0     | 0     | 1                  |
| 1     | 0     | 1     | 0                  |
| 1     | 1     | 0     | 0                  |
| 1     | 1     | 1     | 0                  |

|       |   | $x_2x_1$ |    |    |    |
|-------|---|----------|----|----|----|
|       |   | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_3$ | 0 | 1        |    | 1  | 1  |
|       | 1 | 1        |    |    |    |

$$F = \bar{x}_2\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3x_2$$

(2 点)

(2)

| $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0     | 0     | 0     | 1                  |
| 0     | 0     | 1     | 0                  |
| 0     | 1     | 0     | 1                  |
| 0     | 1     | 1     | 0                  |
| 1     | 0     | 0     | *                  |
| 1     | 0     | 1     | 0                  |
| 1     | 1     | 0     | 1                  |
| 1     | 1     | 1     | 0                  |

|       |   | $x_2x_1$ |    |    |    |
|-------|---|----------|----|----|----|
|       |   | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_3$ | 0 | 1        |    |    | 1  |
|       | 1 | *        |    |    | 1  |

$$F = \bar{x}_1$$

(3 点)

(3)

| $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_4, x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0                       |
| 0     | 0     | 0     | 1     | *                       |
| 0     | 0     | 1     | 0     | *                       |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 0                       |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1                       |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 0                       |
| 0     | 1     | 1     | 0     | 0                       |
| 0     | 1     | 1     | 1     | 1                       |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 0                       |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 0                       |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 0                       |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 0                       |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 0                       |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 1                       |
| 1     | 1     | 1     | 0     | *                       |
| 1     | 1     | 1     | 1     | *                       |

|          |    | $x_2x_1$ |    |    |    |
|----------|----|----------|----|----|----|
|          |    | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_4x_3$ | 00 |          | *  |    | *  |
|          | 01 | 1        |    | 1  |    |
|          | 11 |          | 1  | *  | *  |
|          | 10 |          |    |    |    |

$$F = \bar{x}_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee x_4x_3x_1 \vee x_3x_2x_1$$

(5点)

(4)

| $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_4, x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | 1                       |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 0                       |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 1                       |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 1                       |
| 0     | 1     | 0     | 0     | *                       |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 1                       |
| 0     | 1     | 1     | 0     | 0                       |
| 0     | 1     | 1     | 1     | *                       |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1                       |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 0                       |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 0                       |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 0                       |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 0                       |
| 1     | 1     | 0     | 1     | *                       |
| 1     | 1     | 1     | 0     | 0                       |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1                       |

|          |    | $x_2x_1$ |    |    |    |
|----------|----|----------|----|----|----|
|          |    | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_4x_3$ | 00 | 1        |    | 1  | 1  |
|          | 01 | *        | 1  | *  |    |
|          | 11 |          | *  | 1  |    |
|          | 10 | 1        |    |    |    |

$$F = x_3x_1 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3x_2$$

(5点)

(5)

| $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_5, x_4, x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1                            |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0                            |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | *                            |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0                            |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1                            |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0                            |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 1                            |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 1     | 0                            |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0                            |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | *                            |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0                            |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 1                            |
| 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0                            |
| 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 1                            |
| 0     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0                            |
| 0     | 1     | 1     | 1     | 1     | *                            |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0                            |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0                            |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1                            |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 1     | 1                            |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0                            |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0                            |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0                            |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 1     | 0                            |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0                            |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 1     | 1                            |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0                            |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 1     | 1                            |
| 1     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0                            |
| 1     | 1     | 1     | 0     | 1     | *                            |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0                            |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 1                            |

| $x_5x_4$ |    |    |    | $x_3x_2x_1$ |
|----------|----|----|----|-------------|
| 00       | 01 | 11 | 10 |             |
| 1        |    |    |    | 000         |
|          | *  | 1  |    | 001         |
|          | 1  | 1  | 1  | 011         |
| *        |    |    |    | 010         |
| 1        |    |    |    | 110         |
|          | *  | 1  |    | 111         |
|          | 1  | *  |    | 101         |
| 1        |    |    |    | 100         |

$$F = x_4x_1 \vee \bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_1 \vee x_5\bar{x}_4\bar{x}_3x_2$$

(10 点)

2. 次の真理値表で表される論理関数をクワイン-マクラスキー法を用いて，簡単化して表現せよ．また，NOT-AND 項のグループ分けと統合の過程，及び包含図を必ず示すこと．(24 点)

| $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $F(x_4, x_3, x_2, x_1)$ |
|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | 1                       |
| 0     | 0     | 0     | 1     | *                       |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0                       |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 0                       |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1                       |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 1                       |
| 0     | 1     | 1     | 0     | *                       |
| 0     | 1     | 1     | 1     | 0                       |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 0                       |
| 1     | 0     | 0     | 1     | *                       |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 1                       |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 1                       |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 0                       |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 0                       |
| 1     | 1     | 1     | 0     | 1                       |
| 1     | 1     | 1     | 1     | *                       |

【配点について】

配点基準は以下の通り．

NOT-AND 項のグループ分けと統合 (10 点): 間違い 1 か所につき 2 点減点

包含図 (10 点): 間違い 1 か所につき 2 点減点

簡単化した式 (4 点): もっとも簡単化した式 (項と変数が少ない形) が示されている場合のみ正解とした

解答は次ページ

|         |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|
| $p = 0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ✓ |
| $p = 1$ | 0 | 0 | 0 | 1 | ✓ |
|         | 0 | 1 | 0 | 0 | ✓ |
| $p = 2$ | 0 | 1 | 0 | 1 | ✓ |
|         | 0 | 1 | 1 | 0 | ✓ |
|         | 1 | 0 | 0 | 1 | ✓ |
|         | 0 | 0 | 1 | 0 | ✓ |
| $p = 3$ | 1 | 0 | 1 | 1 | ✓ |
|         | 1 | 1 | 1 | 0 | ✓ |
| $p = 4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | ✓ |

(a) 変数個数 : 4

|         |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|
| $p = 0$ | 0 | 0 | 0 | - | ✓ |
|         | 0 | - | 0 | 0 | ✓ |
| $p = 1$ | 0 | - | 0 | 1 | ✓ |
|         | - | 0 | 0 | 1 |   |
|         | 0 | 1 | 0 | - | ✓ |
|         | 0 | 1 | - | 0 |   |
| $p = 2$ | - | 1 | 1 | 0 |   |
|         | 1 | 0 | - | 1 |   |
|         | 1 | 0 | 1 | - | ✓ |
|         | 1 | - | 1 | 0 | ✓ |
| $p = 3$ | 1 | - | 1 | 1 | ✓ |
|         | 1 | 1 | 1 | - | ✓ |

(b) 変数個数 : 3

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| $p = 0$ | 0 | - | 0 | - |
| $p = 2$ | 1 | - | 1 | - |

(c) 変数個数 : 2

(b) 変数個数：3

図 1: NOT-AND 項のグループ分けと統合

图 2: 包含图

$$F(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_4 x_2 \vee \overline{x_4} \overline{x_2} \quad (1)$$

3. NAND 形式の回路表現について，以下の各問について答えよ．(26 点)

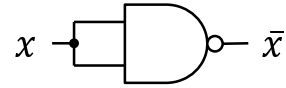
(1) NOT ゲート，2 入力の AND ゲート，2 入力の OR ゲートをすべて 2 入力の NAND ゲートのみで表せることを示せ．回路図と論理式どちらも示すこと．(2 点 × 6)

(a) NOT

・ 論理式

$$\bar{x} = \overline{xx}$$

・ 回路図

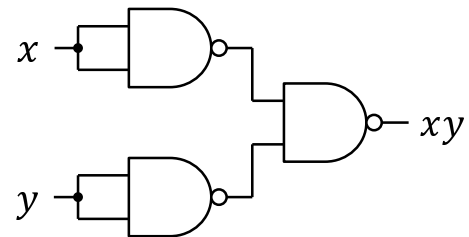


(b) AND

・ 論理式

$$\begin{aligned} xy &= \overline{\overline{xy}} \\ &= \overline{\overline{xy} \overline{xy}} \end{aligned}$$

・ 回路図

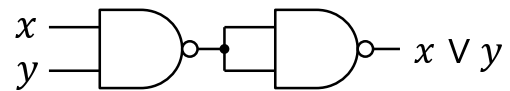


(c) OR

・ 論理式

$$\begin{aligned} x \vee y &= \overline{\overline{x \vee y}} \\ &= \overline{\overline{x} \overline{y}} \\ &= \overline{\overline{xx} \overline{yy}} \end{aligned}$$

・ 回路図

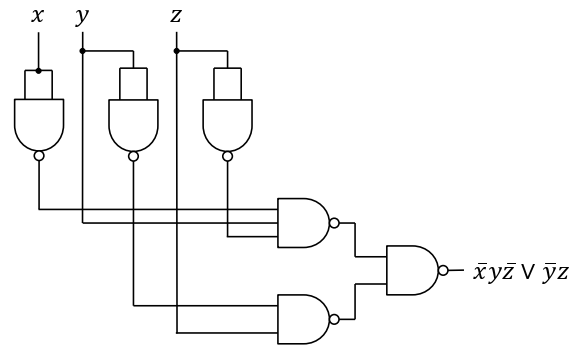


- (2)  $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z$  で表される論理回路について，(1) の手法を適応し（簡単化せずに）2 入力の NAND ゲートのみで表せ．回路図と論理式どちらも示すこと．なお，この問題では 2 入力，及び 3 入力の NAND ゲートのみを使用可能とする．(3 点 × 2)

・ 論理式

$$\begin{aligned}\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \vee \overline{\bar{y}z}}\end{aligned}$$

・ 回路図



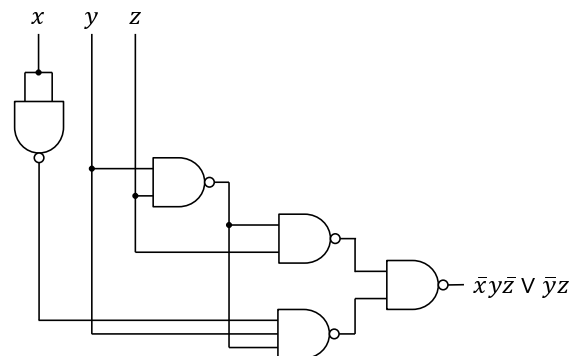
- (3) NAND 形式の簡単化について，以下の各問について答えよ．

- (a)  $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z$  で表される論理回路について，NAND 形式の簡単化を用いて表現せよ．なお，この問題では 2 入力，あるいは 3 入力の NAND ゲートのみを使用可能とする．論理式と回路図どちらも示すこと．また，回路図において，同じ論理部分は 1 個のゲートを共有して書くこと．

・ 論理式

$$\begin{aligned}\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}z &= y\bar{x}\bar{y}z \vee z\bar{y}z \\ &= \overline{\overline{y\bar{x}\bar{y}z} \vee \overline{z\bar{y}z}} \\ &= \overline{\overline{y\bar{x}\bar{y}z} \vee \overline{z\bar{y}z}}\end{aligned}$$

・ 回路図



- (b) (2) と比較して素子数がいくつ減少したか示せ．

回路図，及び論理式より， $\bar{y}z$  のゲートを共有することで，NAND ゲートが (2) と比べて 1 個ゲートが減少した．

比較が行われていない場合 1 点減点とした

4. 2つの出力  $y_2, y_1$  を入力  $x_4, x_3, x_2, x_1$  から計算する論理回路があり, その真理値表は以下の通りである。(25点)

| $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $y_2$ | $y_1$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     | 0     | *     | *     |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 0     | 0     | 1     | 0     | *     | *     |
| 0     | 0     | 1     | 1     | *     | 1     |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 0     | 1     | 1     | 0     | *     | 0     |
| 0     | 1     | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 1     | 1     |
| 1     | 1     | 0     | 0     | *     | *     |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | *     |
| 1     | 1     | 1     | 0     | *     | 1     |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | *     |

- (1)  $y_1, y_2, y_1y_2$  のそれぞれについて, 主項を求めよ.

$y_1$

|          |    | $x_2x_1$ |    |    |    |
|----------|----|----------|----|----|----|
|          |    | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_4x_3$ | 00 | *        | 1  | 1  | *  |
|          | 01 |          | 1  | 1  |    |
|          | 11 | *        | *  | *  | 1  |
|          | 10 |          |    | 1  |    |

よって  $y_1$  の主項は  $\bar{x}_4\bar{x}_3$ ,  $x_4x_3$ ,  $\bar{x}_4x_1$ ,  $x_2x_1$  (3点)

$y_2$

|          |    | $x_2x_1$ |    |    |    |
|----------|----|----------|----|----|----|
|          |    | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_4x_3$ | 00 | *        | 1  | *  | *  |
|          | 01 | 1        |    |    | *  |
|          | 11 | *        |    | 1  | *  |
|          | 10 | 1        | 1  | 1  | 1  |

よって  $y_2$  の主項は  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_3$ ,  $x_4x_2$  (3点)

$y_1y_2$

|          |    | $x_2x_1$ |    |    |    |
|----------|----|----------|----|----|----|
|          |    | 00       | 01 | 11 | 10 |
| $x_4x_3$ | 00 | *        | 1  | 1  | *  |
|          | 01 |          |    |    |    |
|          | 11 | *        |    | 1  | 1  |
|          | 10 |          |    | 1  |    |

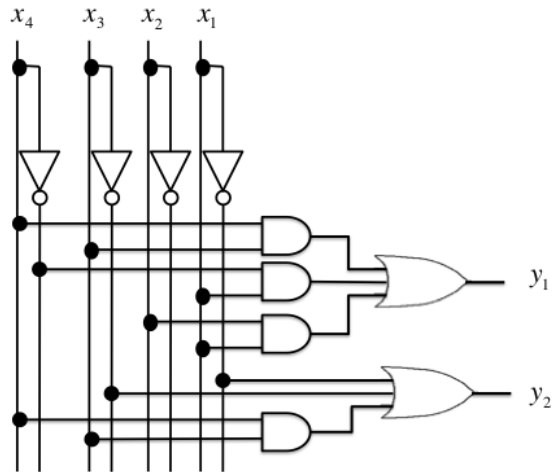
よって  $y_1y_2$  の主項は  $\bar{x}_4\bar{x}_3$ ,  $x_4x_3\bar{x}_1$ ,  $x_4x_2x_1$  (4点)

- (2)  $y_1 y_2$  の主項をできるだけ共有するようにして  $y_1, y_2$  のそれぞれを計算する論理式を簡単化した NOT-AND-OR 形式で求めよ。(5 点)

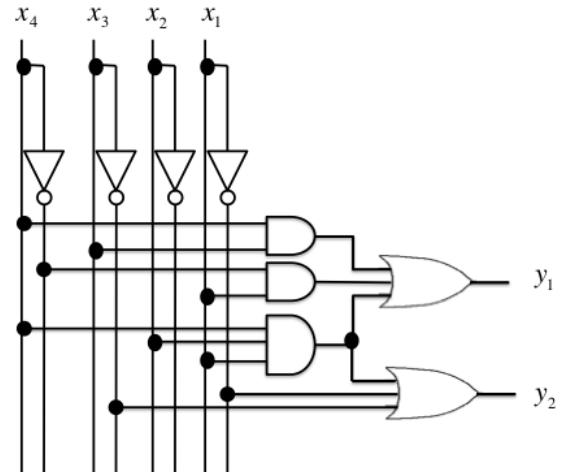
$$y_1 = x_4 x_3 \vee \bar{x}_4 x_1 \vee x_4 x_2 x_1$$

$$y_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 x_2 x_1$$

- (3)  $y_1, y_2$  を個別に計算する回路と, 回路の一部を共有して計算する回路の回路図をそれぞれ示せ. なお, 1 入力の NOT ゲート, 2 入力あるいは 3 入力の AND ゲート及び OR ゲートのみを使用可能とする.(各 5 点)



個別に計算する回路



回路の一部を共有して計算する回路