

2015 年度 論理回路理論 演習 1 解答

学科： _____ 学籍番号： _____ 氏名： _____

1. 式変形によって，(1) ～ (3) が成り立つことを証明せよ．また，(4) を積和形にせよ．(10 点 × 4)

(1) $(x \vee y)(\bar{x} \vee y) = y$

(2) $x \oplus y \oplus xy = x \vee y$

(3) $(x \vee y \vee z)(\overline{xy} \vee z) \vee (x \vee y)\bar{z} = x \vee y \vee z$

(4) $F(x, y, z) = xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{y}z$ のとき， $F(x, y, \overline{F(x, y, z)})$

解答

(1)

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= x\bar{x} \vee xy \vee \bar{x}y \vee yy && (5 \text{ 点}) \\ &= (x \vee \bar{x})y \vee y \\ &= y \\ &= \text{(右辺)} && (10 \text{ 点}) \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= x \oplus (y\bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}xy) && (3 \text{ 点}) \\ &= x \oplus y(\bar{x} \vee \bar{y}) \\ &= x \oplus \bar{x}y \\ &= x\bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y \\ &= x(x \vee \bar{y}) \vee \bar{x}y \\ &= x \vee x\bar{y} \vee \bar{x}y && (8 \text{ 点}) \\ &= x(1 \vee y) \vee x\bar{y} \vee \bar{x}y \\ &= x(1 \vee \bar{y}) \vee y(x \vee \bar{x}) \\ &= x \vee y \\ &= \text{(右辺)} && (10 \text{ 点}) \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= (x \vee y \vee z)(\overline{xy} \vee z) \vee (x \vee y)\bar{z} \vee z\bar{z} \\&= (x \vee y \vee z)(\overline{xy} \vee z) \vee (x \vee y \vee z)\bar{z} \\&= (x \vee y \vee z)(\overline{xy} \vee z \vee \bar{z}) \\&= x \vee y \vee z \\&= (\text{右辺})\end{aligned}\quad (10 \text{ 点})$$

※すべて展開する解法の場合、展開後の式が正しければ部分点 3 点とする。

(4)

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= F(x, y, \overline{F(x, y, z)}) \\&= xy \vee \bar{x}(xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{y}z) \vee \bar{y}(\overline{xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{y}z}) \\&= xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{y}\overline{xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{y}z} \\&= xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{y}(\bar{x} \vee \bar{y})(x \vee z)(y \vee \bar{z}) \quad (5 \text{ 点}) \\&= xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee (\bar{x}z \vee x\bar{y} \vee \bar{y}z)\bar{y}\bar{z} \\&= xy \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \quad (8 \text{ 点}) \\&= xy(1 \vee \bar{z}) \vee \bar{x}\bar{z}(1 \vee \bar{y}) \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \\&= xy \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \\&= xy \vee x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \\&= xy \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{z} \quad (10 \text{ 点})\end{aligned}$$

2. ある不完全定義論理関数 $F(x, y, z)$ が存在し，論理関数

$$F_1(x, y, z) = \bar{x}z \vee yz \vee x\bar{y}\bar{z}$$

$$F_2(x, y, z) = (\bar{x}y \oplus \bar{y}z) \vee x$$

が，共に関数 $F(x, y, z)$ の定義を満たすとする．

(1) 以下を埋め， $F_1(x, y, z)$ および $F_2(x, y, z)$ の真理値表を完成させよ．(3 点 × 2)

(2) このとき， F の真理値表をドントケアを用いて完成させよ．(6 点)

解答

(1)

x	y	z	$F_1(x, y, z)$	$F_2(x, y, z)$
0	0	0	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

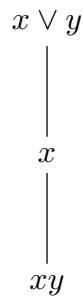
(2) $F_1(x, y, z)$ と $F_2(x, y, z)$ で関数の値が違う (x, y, z) の組は $(0, 0, 0)$ と $(1, 0, 1)$ と $(1, 1, 0)$ のときなので，このときにドントケアになる．よって

x	y	z	$F(x, y, z)$
0	0	0	*
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	*
1	1	0	*
1	1	1	1

3. 次の論理式について，以下の真理値表を埋め，包含関係をグラフで示せ．

$$x \vee y \vee z, y \vee z, \overline{x \vee \bar{z}} \vee \overline{\bar{y} \vee z}, \bar{x}\bar{y}z, xyz \vee \overline{y \vee z}, \bar{x} \oplus \bar{y} \oplus z, \bar{x}\bar{y} \vee x\overline{(y \oplus z)}$$

(例) 包含関係 $x \vee y \geq x \geq xy$ のグラフ

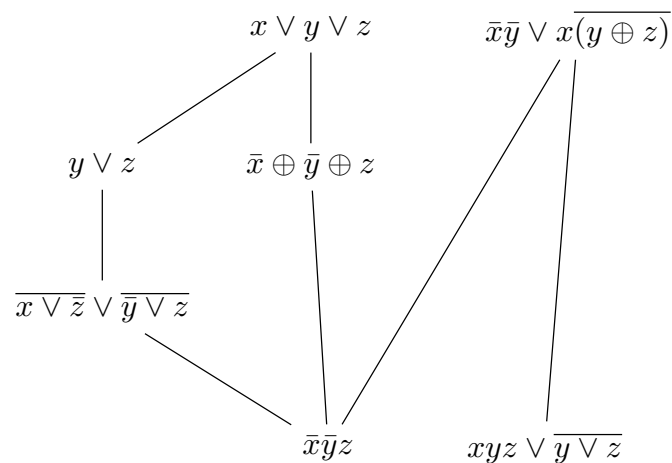


真理値表

x	y	z	$x \vee y \vee z$	$y \vee z$	$\overline{x \vee \bar{z}} \vee \overline{\bar{y} \vee z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$xyz \vee \overline{y \vee z}$	$\bar{x} \oplus \bar{y} \oplus z$	$\bar{x}\bar{y} \vee x\overline{(y \oplus z)}$
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1	1	1

(部分点・2点×7)

包含関係のグラフ



(部分点・14点，グラフが複数に分かれている場合は12点)

4. 次の関数 $F(x, y, z) = ((x \oplus \bar{y}) \vee z)((x \oplus \bar{y}) \vee \bar{z})$ が存在する.

(1) 下記の真理値表を埋め, 極小項表現・極大項表現で表せ. (10 点)

(2) NOR のみを用いた回路と NAND のみを用いた回路で表現せよ. (5 点 $\times$ 2)

(例) $\overline{x \vee y \vee y} = \text{NOR}(\text{NOR}(x, y), y)$, $\overline{xyz} = \text{NAND}(x, y, z)$

(1) 式展開を行い, 真理値表を求める.

$$\begin{aligned} & ((x \oplus \bar{y}) \vee z)((x \oplus \bar{y}) \vee \bar{z}) \\ &= (x \oplus \bar{y}) \vee (z \vee \bar{z})(x \oplus \bar{y}) \vee z\bar{z} \\ &= x \oplus \bar{y} \\ &= \bar{x}\bar{y} \vee xy \end{aligned}$$

x	y	z	$F(x, y, z)$	極小項	極大項
0	0	0	1	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$x \vee y \vee z$
0	0	1	1	$\bar{x}\bar{y}z$	$x \vee y \vee \bar{z}$
0	1	0	0	$\bar{x}y\bar{z}$	$x \vee \bar{y} \vee z$
0	1	1	0	$\bar{x}yz$	$x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
1	0	0	0	$x\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x} \vee y \vee z$
1	0	1	0	$x\bar{y}z$	$\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
1	1	0	1	$xy\bar{z}$	$\bar{x} \vee \bar{y} \vee z$
1	1	1	1	xyz	$\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$

(部分点・4 点)

真理値表の値から,

極小項表現: $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee xyz$

極大項表現: $(x \vee \bar{y} \vee z)(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$

(10 点)

(2) まず, NOR だけで用いた回路を示す. はじめに, 式を和積形に変換する.

$$\begin{aligned}\bar{x}\bar{y} \vee xy \\ &= (\bar{x} \vee xy)(\bar{y} \vee xy) \\ &= (\bar{x} \vee x)(\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee x)(\bar{y} \vee y) \\ &= (\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee x)\end{aligned}$$

次に NOT を NOR で表し, ド・モルガンの法則を利用する.

$$\begin{aligned}(\text{NOR}(x, x) \vee y)(\text{NOR}(y, y) \vee x) \\ = \overline{((\text{NOR}(x, x) \vee y) \vee (\text{NOR}(y, y) \vee x))}\end{aligned}$$

以上より

$$\text{NOR}(\text{NOR}(\text{NOR}(x, x), y), \text{NOR}(\text{NOR}(y, y), x))$$

続けて, NAND だけで用いた回路を示す. これは, NOT を NAND で表し, ド・モルガンの法則を利用する.

$$\begin{aligned}x\bar{y} \vee xy \\ &= \text{NAND}(x, x)\text{NAND}(y, y) \vee xy \\ &= \overline{(\overline{\text{NAND}(x, x)\text{NAND}(y, y)}) \overline{xy}}\end{aligned}$$

以上より

$$\text{NAND}(\text{NAND}(\text{NAND}(x, x), \text{NAND}(y, y)), \text{NAND}(x, y))$$