2015年前期
無線通信システム

第14回　直交周波数分割多重（OFDM）

阪口 啓 <sakaguchi@mobile.ee.>

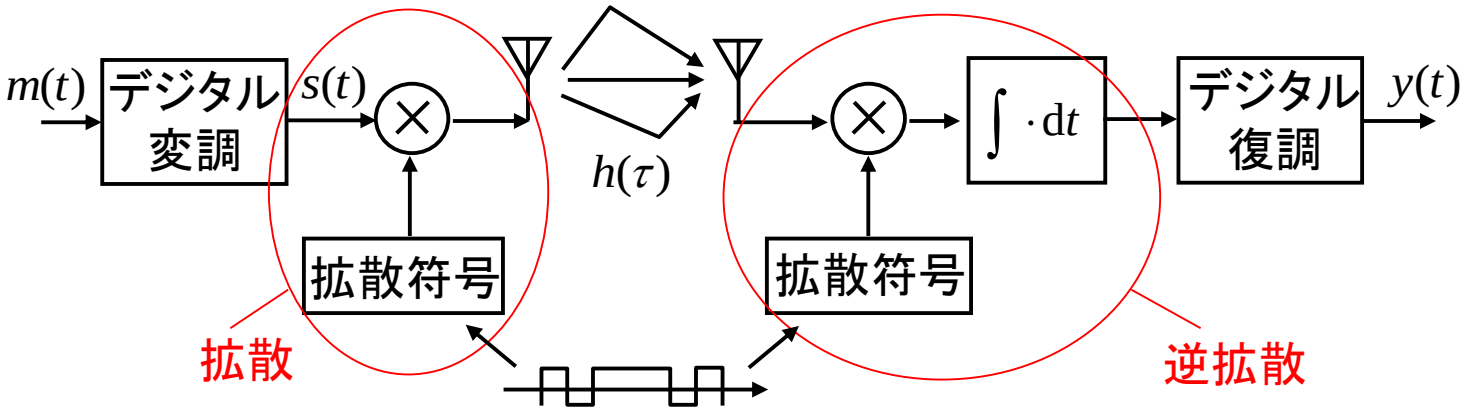
2015年7月22日

講義スケジュール（後半）

	日付	教科書	内容
第9回	6月17日	4.6	誤り訂正符号
第10回	6月24日		適応符号化変調
第11回	7月　1日	4.3	符号間干渉と適応等化器
第12回	7月　8日		MATLAB演習
第13回	7月15日	3.6、4.5	スペクトル拡散と符号分割多重（CDMA）
第14回	7月22日	3.7	直交周波数分割多重（OFDM）

復習

■ スペクトル拡散通信

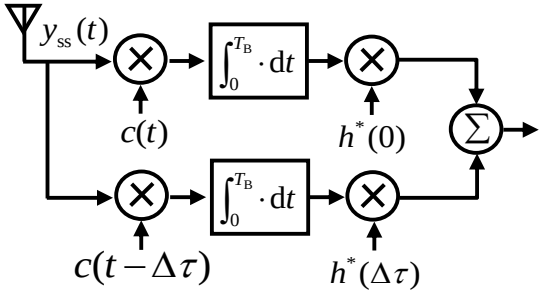


■ RAKE受信

ダイバーシチ

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$$

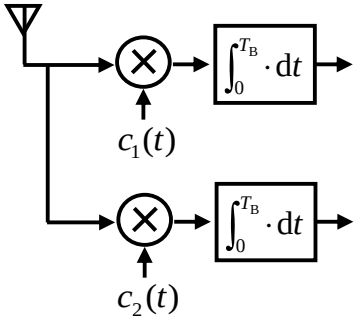
$$\gamma_i = \frac{PR_{\mathrm{a}}^2(0)|h_i|^2}{PR_{\mathrm{a}}^2(\Delta\tau)|h_{j\neq i}|^2 + R_{\mathrm{a}}(0)\sigma^2}$$



■ 符号分割多重（CDMA）

$$\gamma = \frac{P|R_{\mathrm{a}}(0)h_1|^2}{P|R_{\mathrm{c}}h_2|^2 + R_{\mathrm{a}}(0)\sigma^2}$$

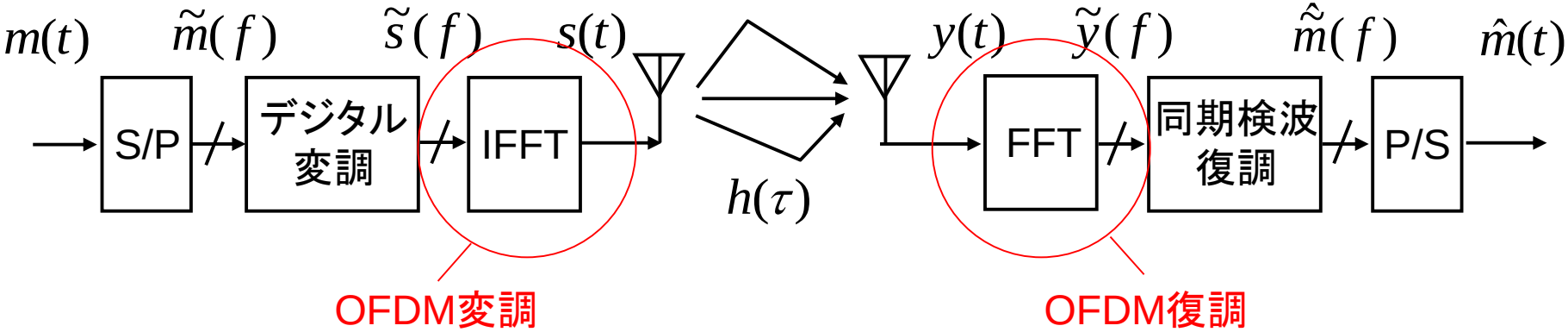
他局間干渉



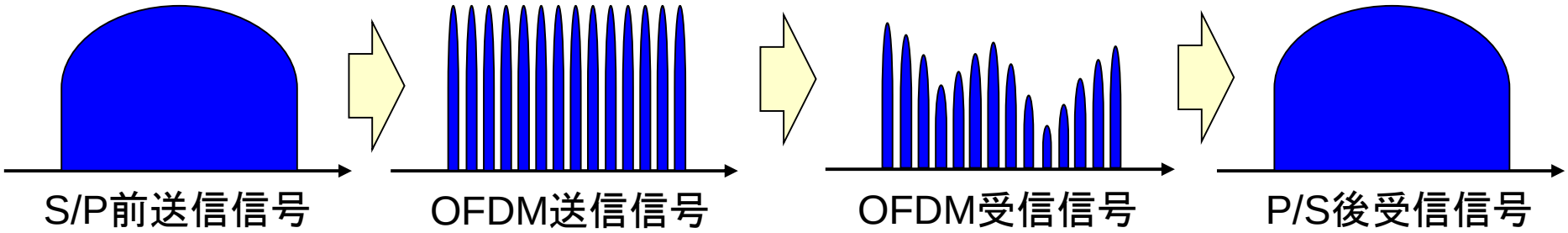
講義内容

- OFDM通信システムの構成
- 直交周波数分割多重（OFDM）
  - OFDM変調
  - 周波数領域等化（OFDM復調）
  - ブロック伝送とサイクリックプリフィックス
  - 周波数軸符号化
  - 周波数軸適応変調
- IEEE802.11a無線LAN
  - 送受信器の構成
  - 周波数特性
  - フレームフォーマット
- デモ

OFDM通信システムの構成



- シリ・パラ変換（S/P）、パラ・シリ変換を用いたブロック伝送
- 広帯域信号を狭帯域信号の重ね合わせに変換（OFDM）
- 各サブキャリア毎の符号化・変調



周波数選択性フェージング

受信信号モデル

$$y(t) = \int h(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}t + n(t)$$

２波モデル

$$y(t) = h(0)s(t) + h(\Delta\tau)s(t-\Delta\tau) + n(t)$$

インパルス応答

$$h(\tau) = h_0\delta(\tau) + h_1\delta(\tau-\Delta\tau)$$

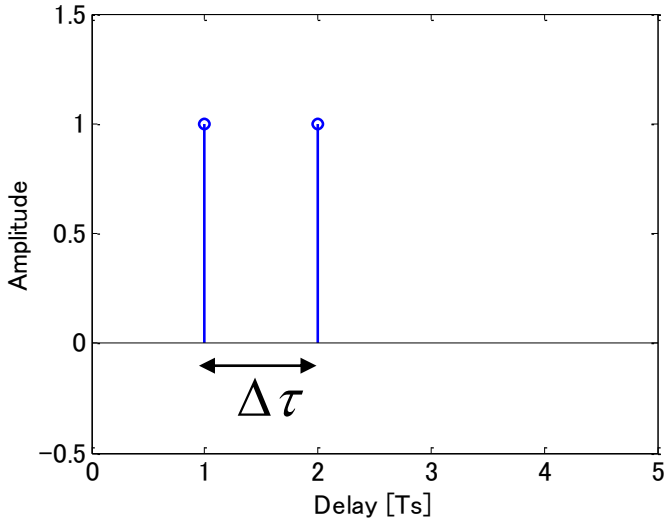
周波数応答

$$\tilde{h}(f) = h_0 + h_1\exp(-j2\pi f\Delta\tau)$$

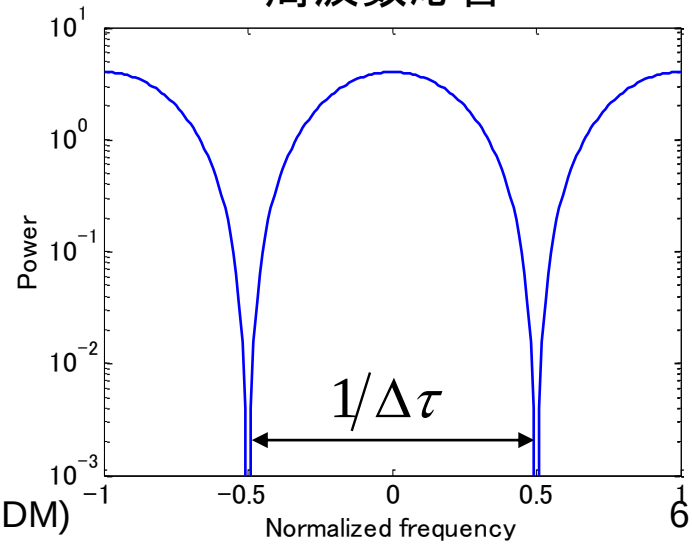
符号間干渉が発生しない条件

帯域幅　$\Delta f << 1/\Delta\tau$

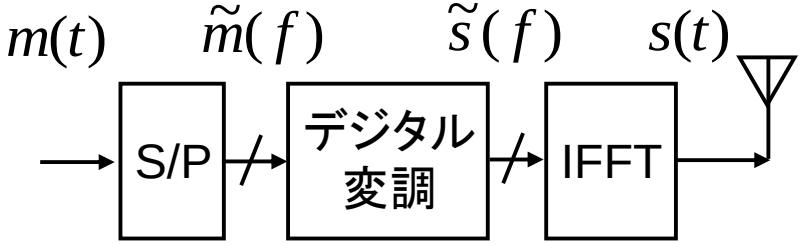
インパルスレスポンス

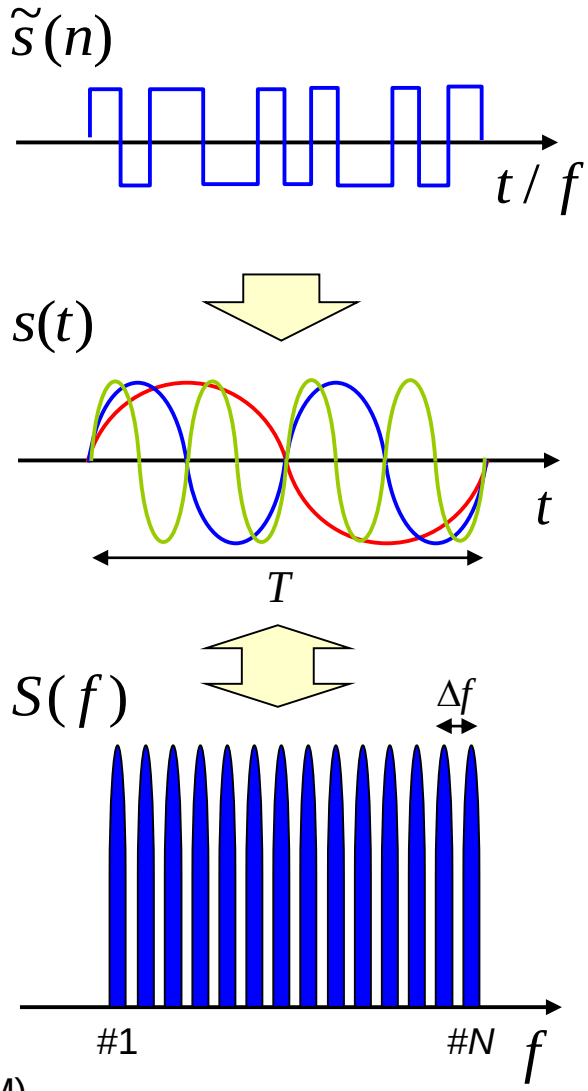


周波数応答



直交周波数分割多重（OFDM変調）





OFDM変調

サブキャリア数　　OFDMシンボル長

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}(n) \exp(j2\pi n \Delta f t)$$

サブキャリア間隔

$$0 \le t \le T = 1/\Delta f$$

ただし　$\Delta f << 1/\Delta\tau \leftrightarrow T >> \Delta\tau$

離散表現（IDFT）

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}(n) \exp\left(j2\pi \frac{nk}{N} \right)$$

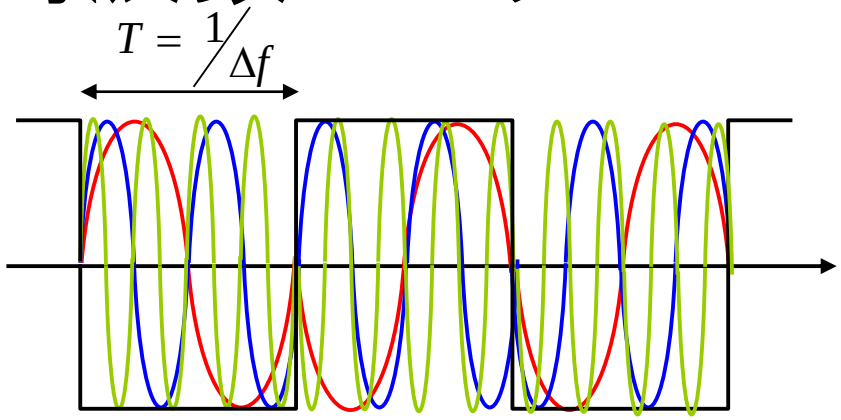
$$t = k\Delta t \qquad \Delta t = 1/N\Delta f$$

帯域幅

OFDM変調信号の周波数スペクトル

OFDM変調信号

$$s(t)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{s}(n)\exp\left(j2\pi n\Delta f t\right)$$



自己相関

$$R_S(\tau)=\mathrm{E}\left[s^*(t)s(t+\tau)\right]$$

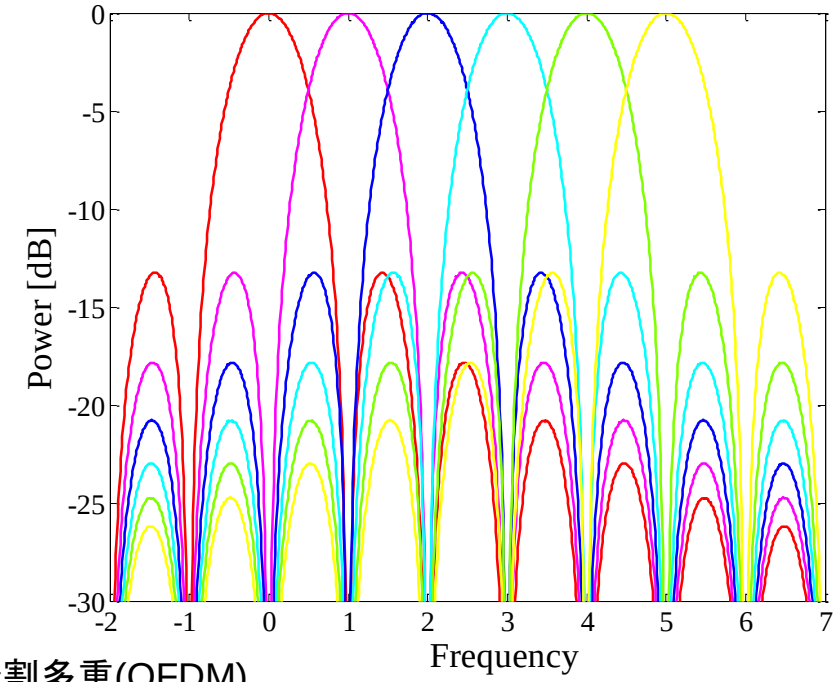
$$=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(1-\frac{|\tau|}{T}\right)\exp\left(j2\pi n\Delta f\tau\right)$$

矩形パルスの
自己相関関数

周波数スペクトル

$$S_S(f)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{sinc}^2\left(T(f-n\Delta f)\right)$$

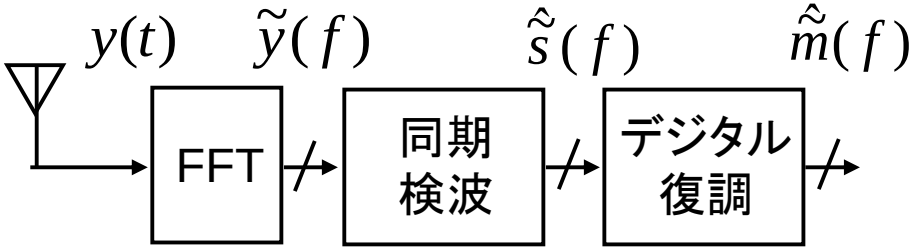
周波数スペクトル



OFDM復調（FDE）

受信信号

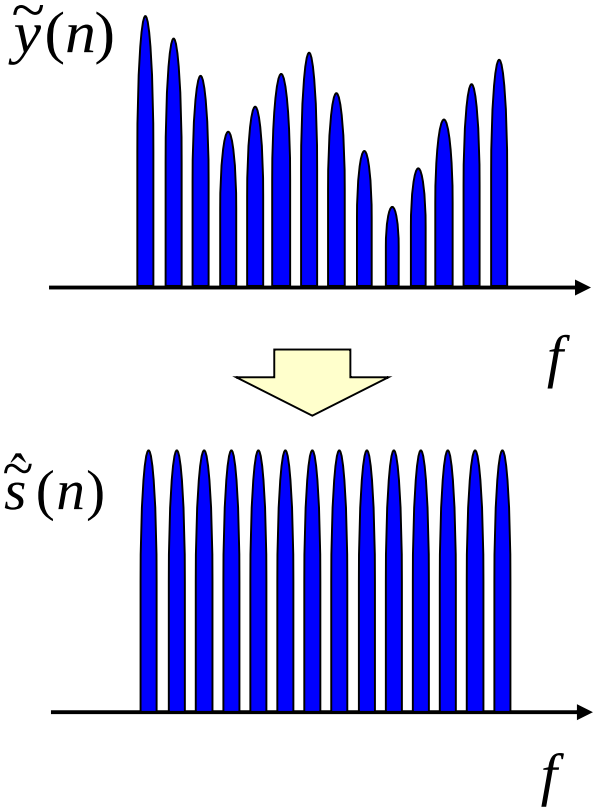
$$y(t) = \int h(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}t + n(t)$$



OFDM復調

$$\tilde{y}(n) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1} y(k)\exp\left(-j2\pi\frac{kn}{N}\right)$$

$$= \tilde{h}(n)\tilde{s}(n) + \tilde{n}(n)$$



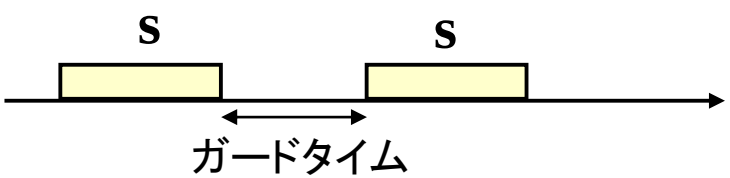
周波数領域（ZF）等化（FDE）

$$\hat{\tilde{s}}(n) = \tilde{y}(n) / \tilde{h}(n)$$

周波数軸同期検波

OFDM変復調の行列表現

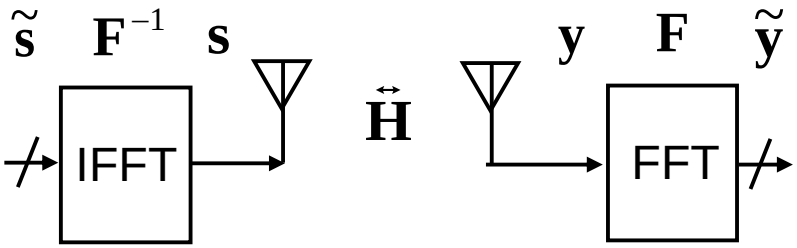
OFDM変調（ブロック伝送）



$$\tilde{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_0 & \tilde{s}_1 & \cdots & \tilde{s}_{N-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{F}^{-1}\tilde{\mathbf{s}} \qquad \mathbf{F}_{nk} = \frac{1}{\sqrt{N}}\exp\left(-j2\pi\frac{kn}{N}\right)$$

逆フーリエ変換行列



巡回シフト行列の性質

$$\mathbf{F}\overleftrightarrow{\mathbf{H}}\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}\mathbf{h} \otimes \mathbf{F}\mathbf{F}^{-1} = \mathrm{diag}[\tilde{\mathbf{h}}]$$

アダマール積　　対角行列

受信信号

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-2} \\ y_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_o & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h_1 & h_o & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o & 0 \\ 0 & h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{N-2} \\ s_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1 \\ \vdots \\ n_{N-2} \\ n_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \overleftrightarrow{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

巡回シフト行列

OFDM復調

フーリエ変換行列

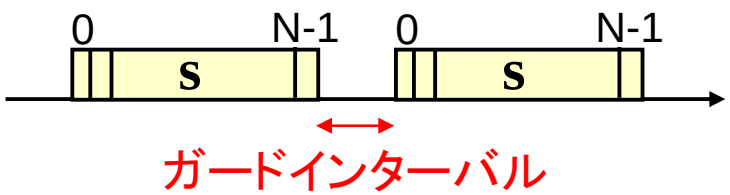
$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F}\mathbf{y} = \mathbf{F}\overleftrightarrow{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n}$$

$$= \tilde{\mathbf{h}} \otimes \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} = \mathrm{diag}[\tilde{\mathbf{h}}]\tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}}$$

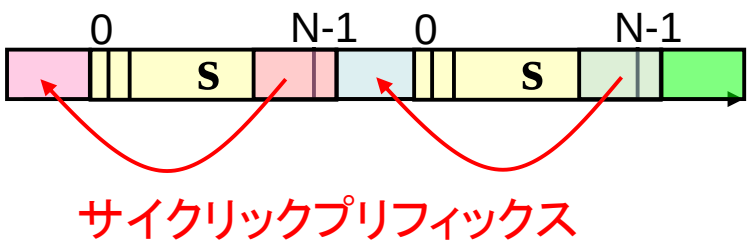
*N*個の並列通信路

ブロック伝送とサイクリックプリフィックス

ブロック伝送



サイクリックプリフィックス



受信信号のブロックの行列表現

巡回シフト行列

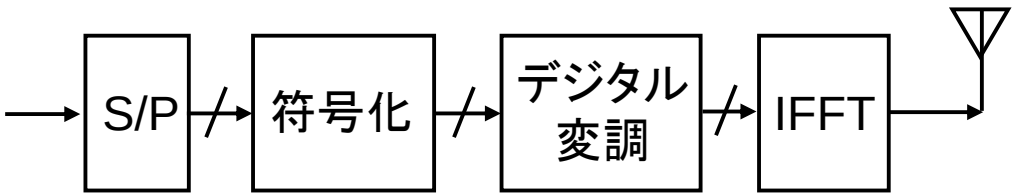
$$
\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-2} \\ y_{N-1} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
h_o & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
h_1 & h_o & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o & 0 \\
0 & h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{N-2} \\ s_{N-1} \end{bmatrix}
$$

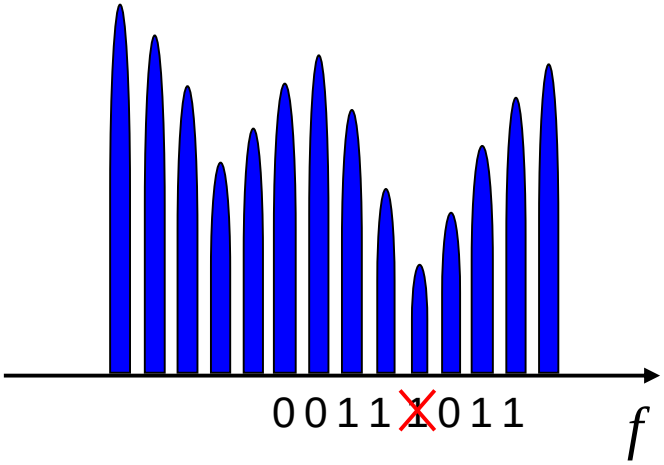
$$
\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-2} \\ y_{N-1} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
h_o & 0 & h_{M-1} & \cdots & h_1 \\
h_1 & h_o & \cdots & h_{M-1} & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & h_{M-1} \\
h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o & 0 \\
0 & h_{M-1} & \cdots & h_1 & h_o
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{N-2} \\ s_{N-1} \end{bmatrix}
$$

OFDM信号の直交性を保ったまま時間軸上で連続なブロック伝送が可能

周波数軸符号化

周波数軸符号化





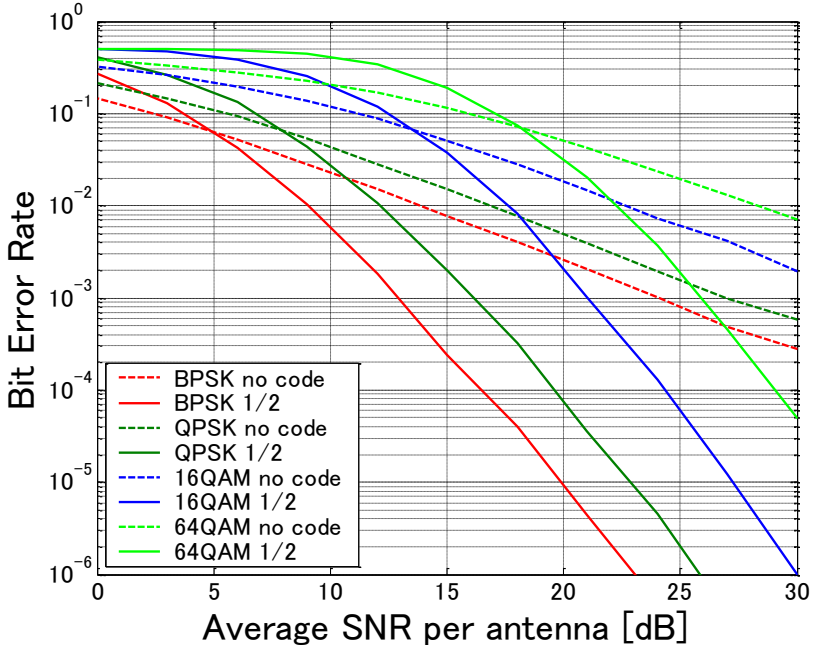
フェージングが落込むサブキャリアの誤り訂正

OFDMによる周波数ダイバーシチ効果

ビタビ復号の誤り率

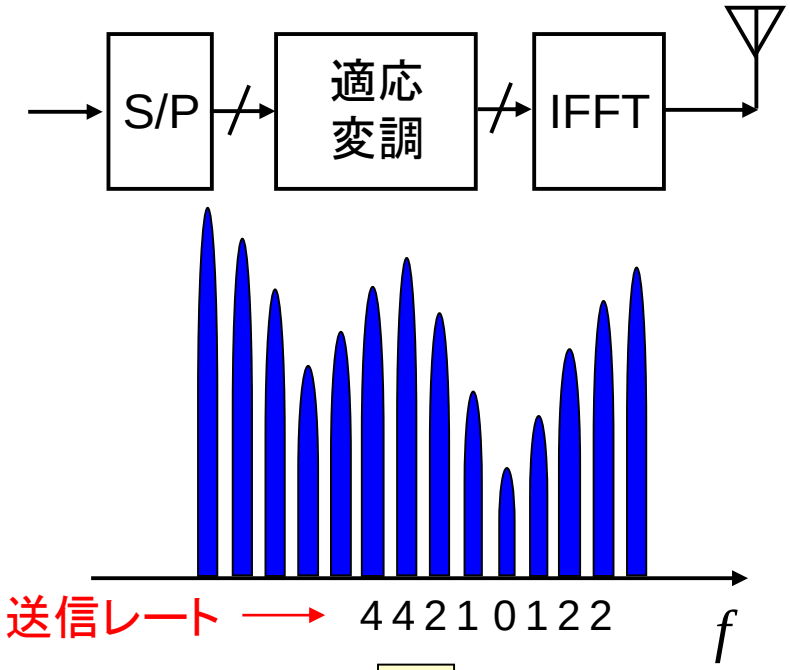
$$P_e < \sum_{d=d_{\min}}^{\infty} 2^{d-d_{\min}} P_2(d) \quad P_2(d) = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{d}\gamma_i}\right)$$

誤り率特性



周波数軸適応変調

周波数軸適応変調



フェージングが落込むサブキャリアの
送信レートを相対的に削減

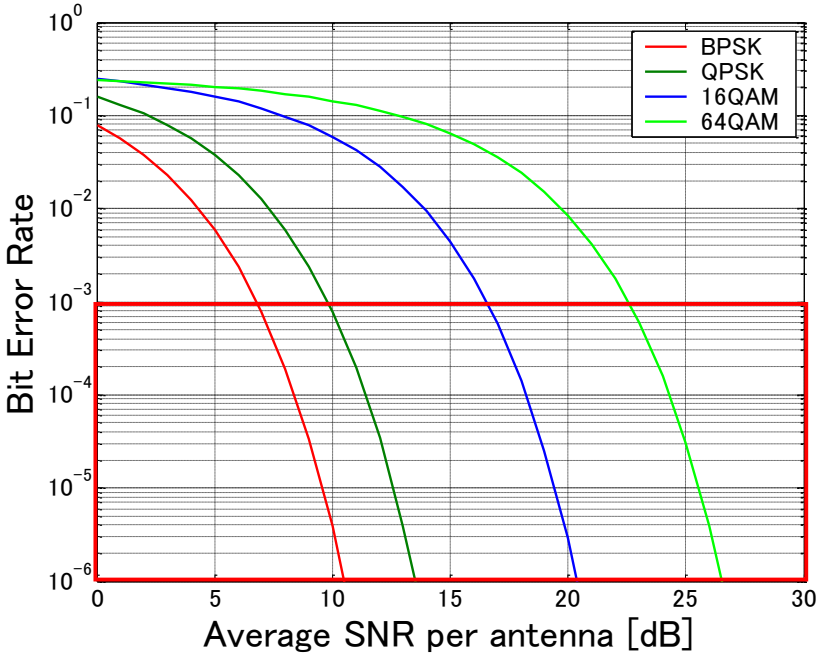
OFDMによる周波数ダイバーシチ効果

目的関数

$$\min_{M_i} P_e = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{N}\log_2 M_i P_e(M_i,\gamma_i)$$

$$\text{subject to } R = \sum_{i=1}^{N}\log_2 M_i$$

誤り率特性

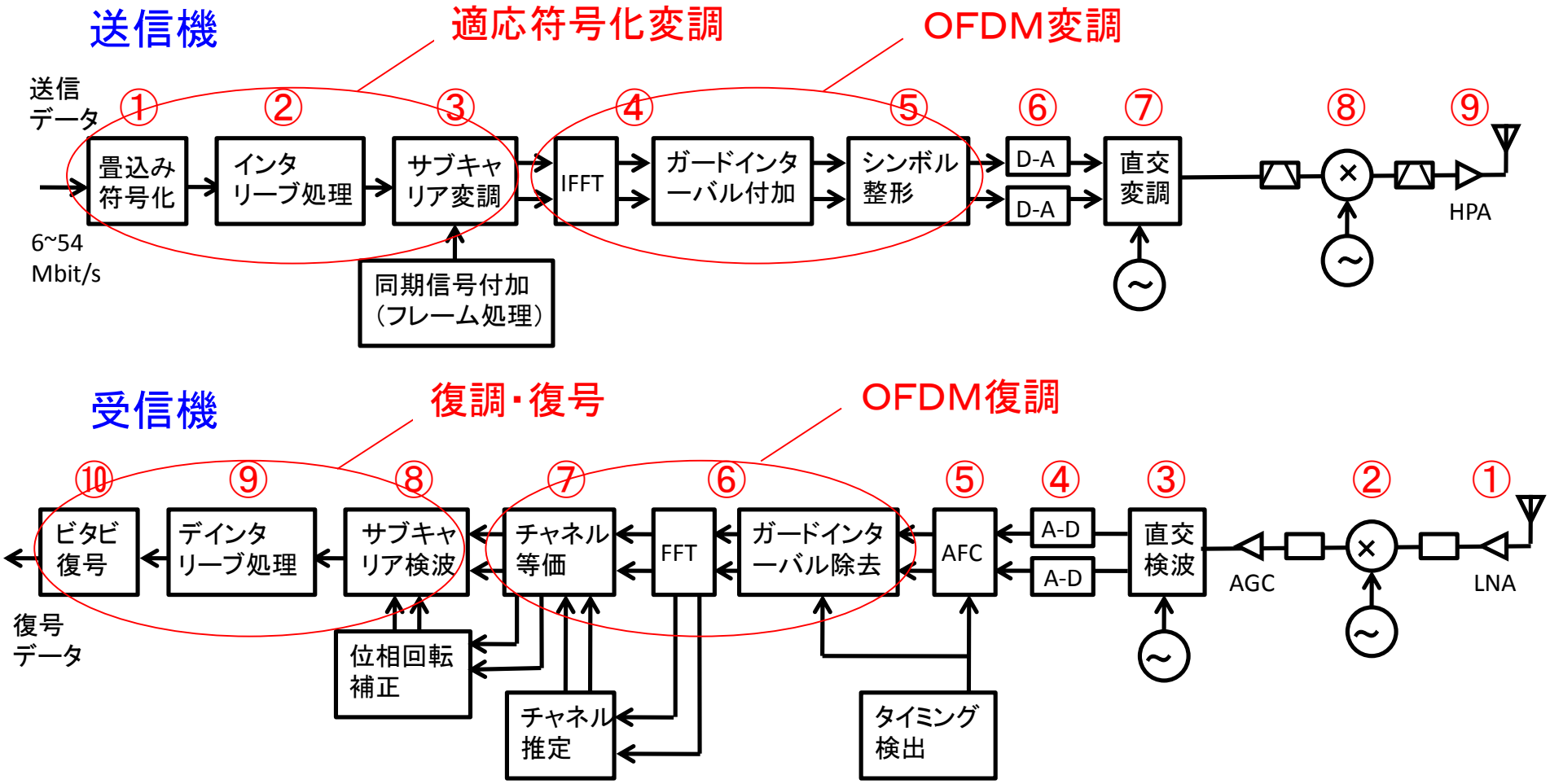


IEEE802.11 無線LAN

IEEE 802委員会のワーキンググループ(WG)11が制定した標準規格

	802.11b	802.11a	802.11g	802.11n	802.11ac
Year of approval	1999	1999	2003	2009	2014
RF band	2.4GHz	5GHz	2.4GHz	2.4 & 5GHz	5GHz
Channel bandwidth	20MHz	20MHz	20MHz	20/40MHz	20/40/80/ 160MHz
Modulation	DSSS, CCK	OFDM, AMC	OFDM, AMC, CCK	MIMO-OFDM, AMC, CCK	MIMO-OFDM, AMC256Q, MU-MIMO
Max data rate	11Mbps	54Mbps	54Mbps	600Mbps	6.93Gbps
MAC	CSMA/CA	CSMA/CA	CSMA/CA	CSMA/CA	CSMA/CA+ MU-MIMO

IEEE802.11a無線LANの構成



IEEE802.11a無線LAN主要諸元

変調方式	OFDM方式 （各サブキャリアの変調方式：BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM）
サブキャリア数	52サブキャリア（4パイロット信号を含む） 64ポイントFFTの利用を想定
誤り訂正方式	畳み込み符号化（拘束長：K=7, 符号化率：R=1/2, 2/3, 3/4） ビタビ復号方式 シンボル内インタリーブ
伝送レート	6 Mbit/s (BPSK, R=1/2) 必須 9 Mbit/s (BPSK, R=3/4) オプション 12 Mbit/s (QPSK, R=1/2) 必須 18 Mbit/s (QPSK, R=3/4) オプション 24 Mbit/s (16QAM, R=1/2) 必須 36 Mbit/s (16QAM, R=3/4) オプション 48 Mbit/s (64QAM, R=2/3) オプション 54 Mbit/s (64QAM, R=3/4) オプション
OFDMシンボル長	4.0 μs
ガードインターバル	0.8 μs
占有周波数帯域幅	16.6 MHz
チャネル数	4（周波数帯域：5.150～5.250 MHz [日本]） チャネル間隔：20MHz

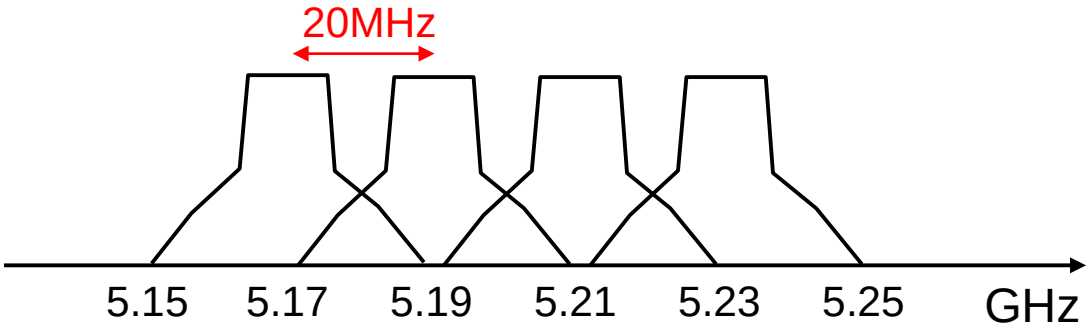
bit rate　code rate

$$6 \times \frac{3}{4} \times 20 \times \frac{48}{64} \times \frac{3.2}{4} = 54$$

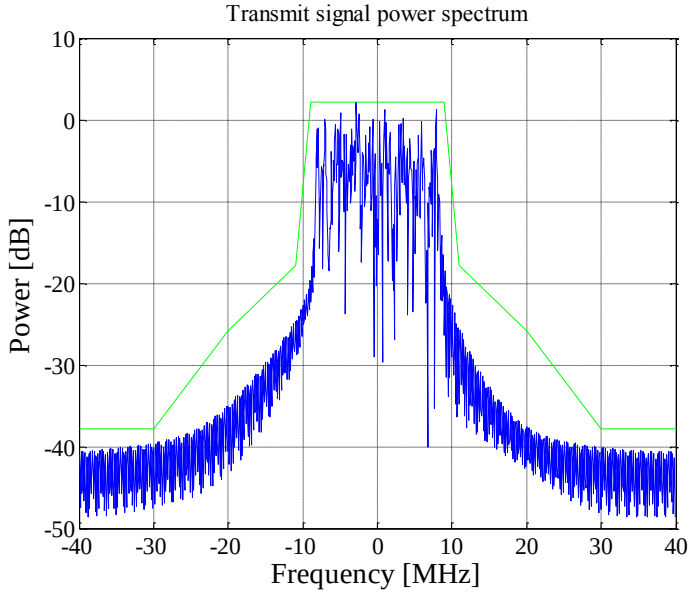
BW　guard band　GI

IEEE802.11aの周波数特性

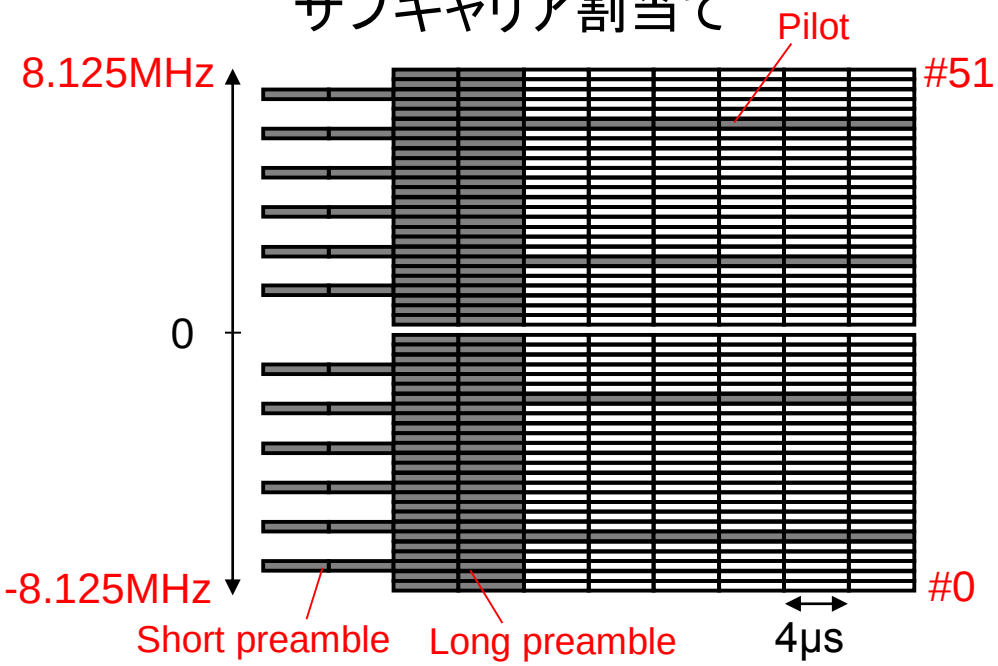
5GHz帯無線LANのチャネル割当て



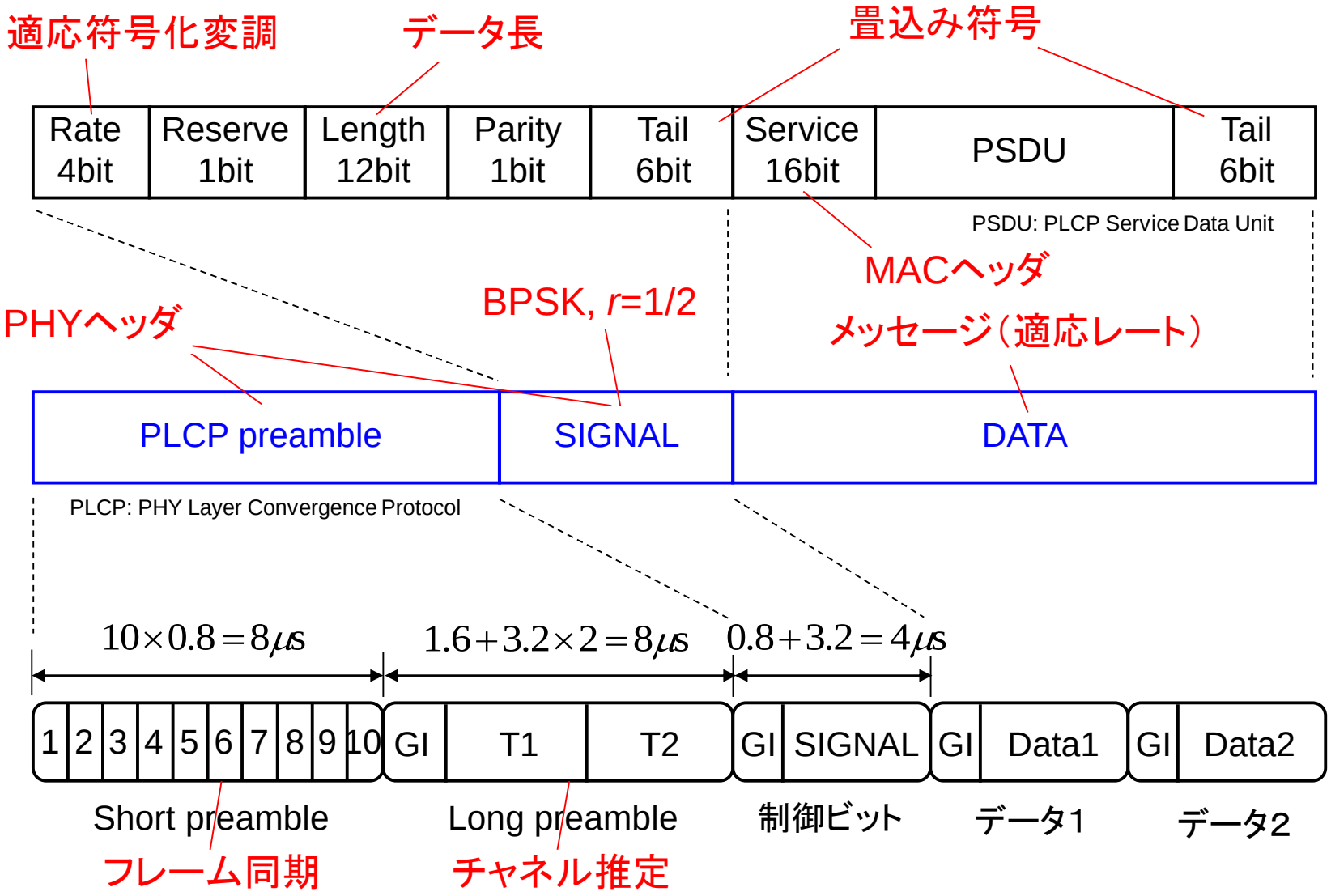
各チャネルの周波数スペクトル



サブキャリア割当て

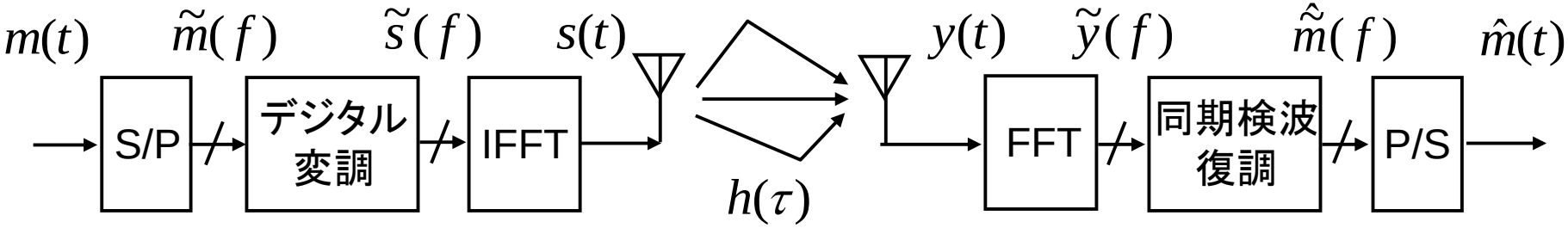


IEEE802.11aフレームフォーマット



まとめ

■ 直交周波数分割多重（OFDM）



OFDM変調

$$s(k)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{s}(n)\exp\left(j2\pi k\frac{n}{N}\right)$$

OFDM復調（FDE）

$$\tilde{y}(n)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1}y(k)\exp\left(-j2\pi n\frac{k}{N}\right)$$

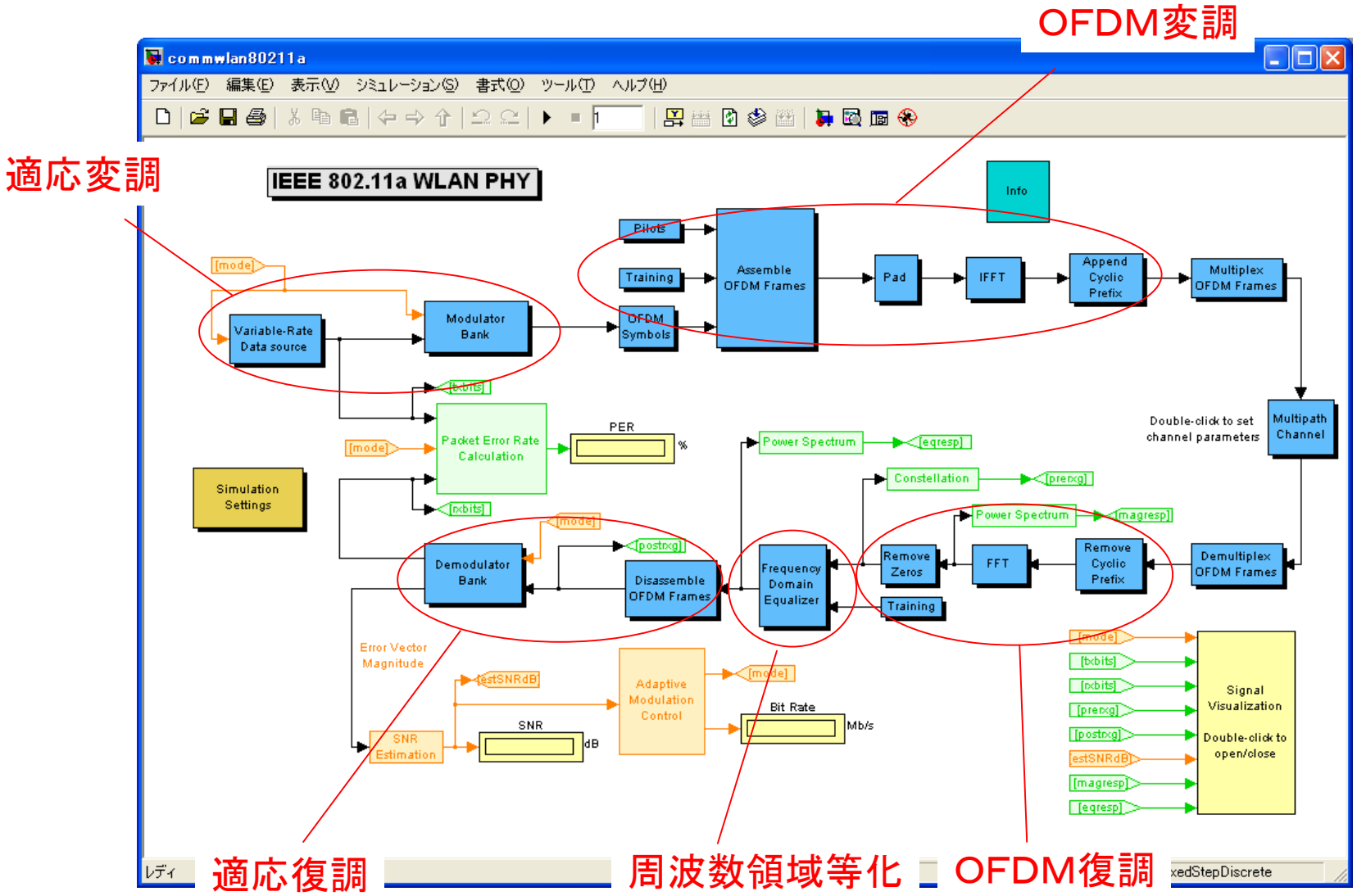
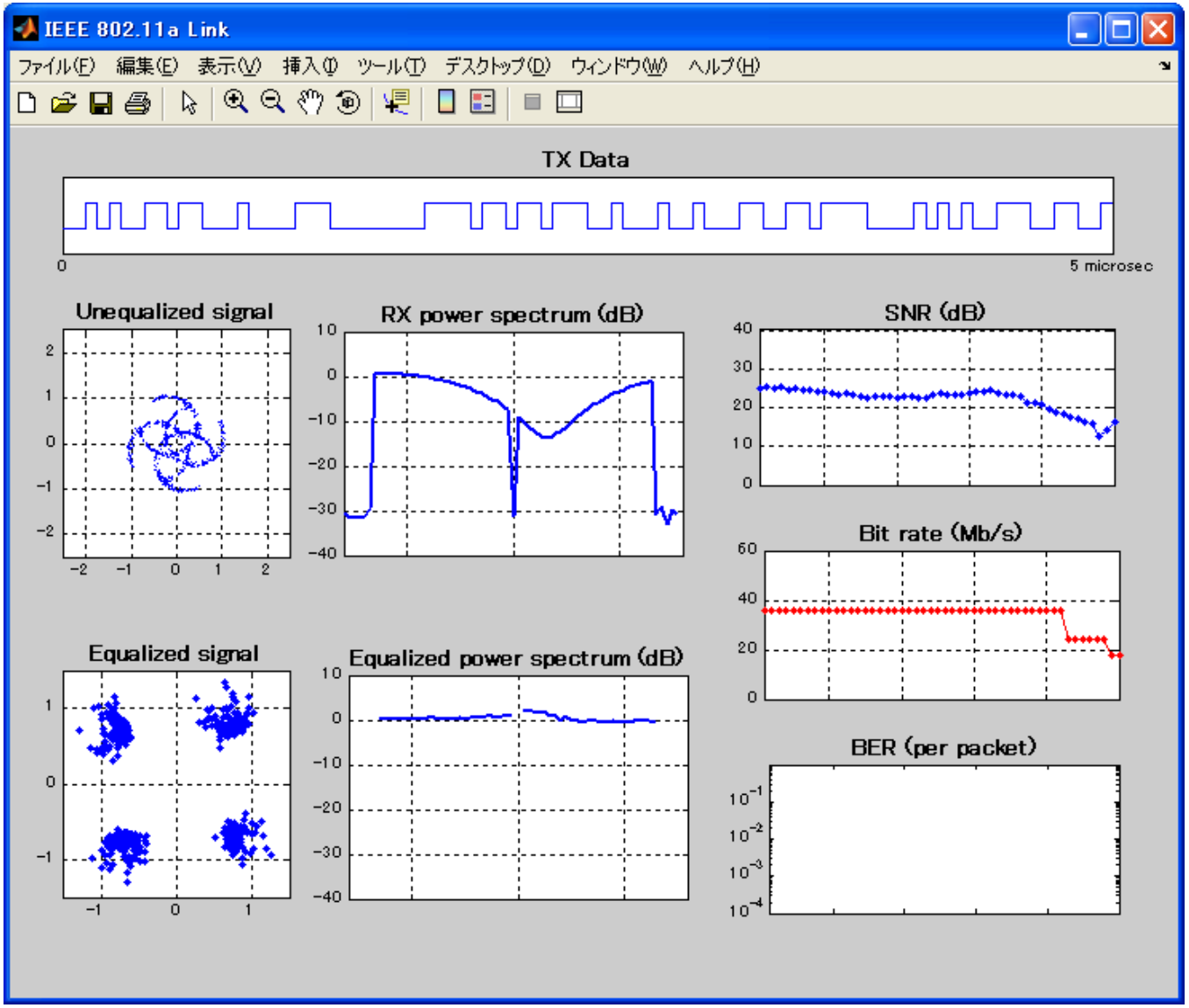
$$=\tilde{h}(n)\tilde{s}(n)+\tilde{n}(n)$$

$$\hat{\tilde{s}}(n)=\tilde{y}(n)\big/\tilde{h}(n)$$

■ 周波数軸符号化適応変調

符号化： フェージングが落込むサブキャリアの誤り訂正
適応変調： フェージングが落込むサブキャリアの送信レートを相対的に削減

デモ（IEEE802.11a）



デモ（IEEE802.11a）