2015年前期
無線通信システム

第7回　フェージングとダイバーシチ

阪口 啓 <sakaguchi@mobile.ee.>

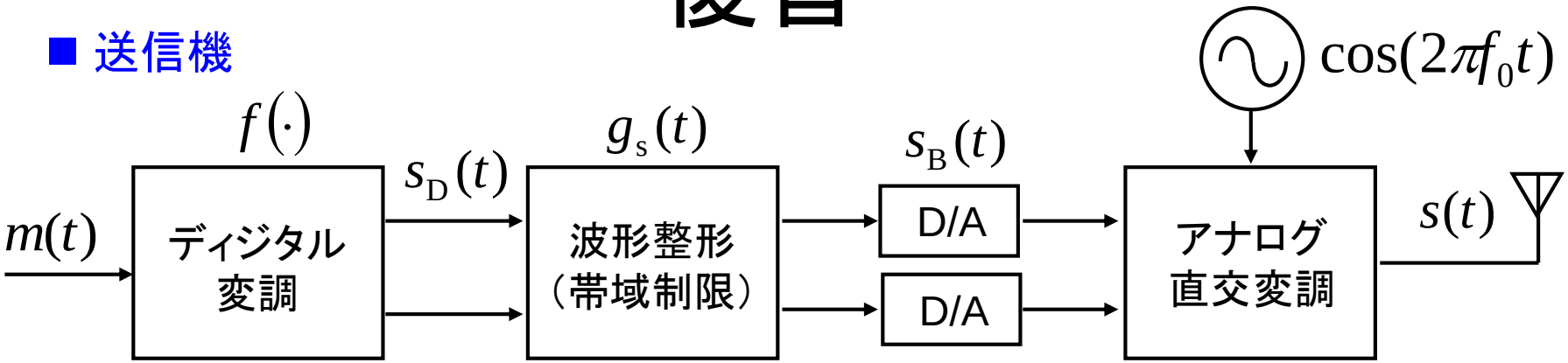
2015年6月3日

講義スケジュール（前半）

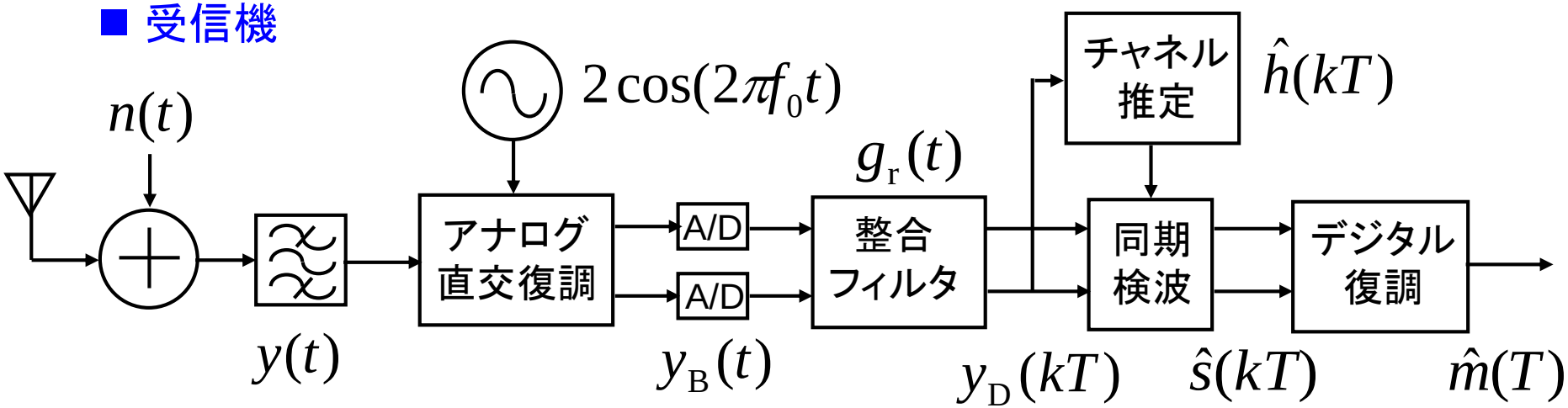
	日付	教科書	内容
第1回	4月15日	1、7	無線通信システムの概要 ～IEEE802.11WLANを例に～
第2回	4月22日	2、5、他	無線アクセスの回線設計
第3回	4月30日		変復調と等価低域表現
第4回	5月13日	3.3、3.4	ディジタル変調と波形整形
第5回	5月20日		MATLAB演習
第6回	5月27日	3.5	復調方式と誤り率特性
第7回	6月　3日	4.4	フェージングとダイバーシチ
第8回	6月10日		理解度確認

復習

■ 送信機



■ 受信機



■ BPSK信号の誤り率特性

$$P_{\mathrm{eb}} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{P|h|^2}{\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\gamma}\right) \qquad \gamma = \frac{P|h|^2}{\sigma^2}$$

講義内容

- 狭帯域伝搬路の利得
- レイリーフェージングと確率分布
- フェージング伝搬路における誤り率特性
- ダイバーシチの分類
- 最大比合成ダイバーシチ
- 選択ダイバーシチ

狭帯域システム

定常な狭帯域システム

$$y_{\mathrm{B}}(t)=\int h_{\mathrm{B}}(\tau)\tilde{s}_{\mathrm{B}}(t-\tau)\mathrm{d}\tau=h_{\mathrm{B}}s_{\mathrm{B}}(t)$$

$$h_{\mathrm{B}}=h_{\mathrm{B}}(\tau_0)=h(\tau_0)e^{-j2\pi f_0\tau_0}$$

非定常な（移動する）狭帯域システム

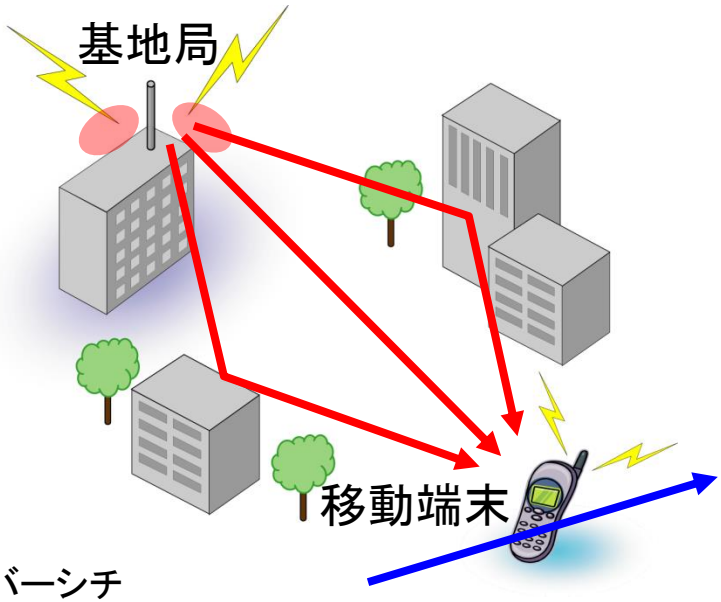
$$h_{\mathrm{B}}\rightarrow h_{\mathrm{B}}(d,\phi_{\mathrm{s}},\phi_{\mathrm{r}},t)$$

d： 送受信機間距離

ϕ： 送受信アンテナ角度

t： 端末の移動

移動通信の例



狭帯域伝搬路の利得

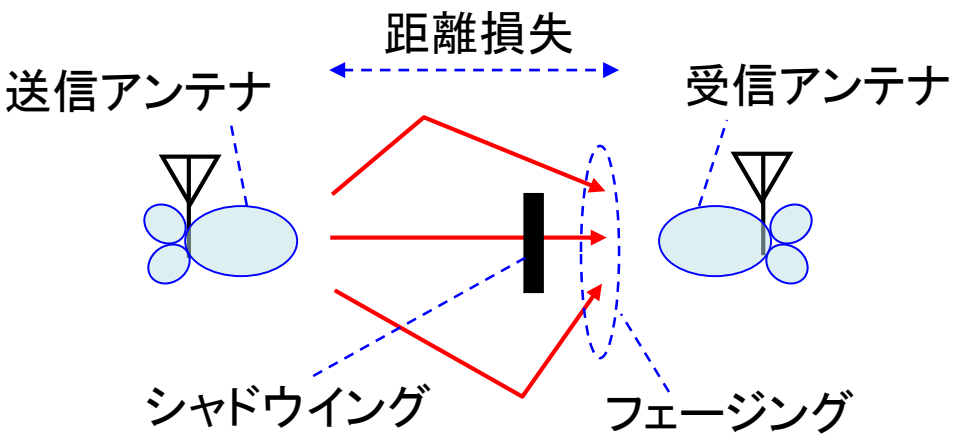
狭帯域伝搬路の利得

$$G_{\mathrm{prop}} = \left| h_{\mathrm{B}}\left(d, \phi_{\mathrm{s}}, \phi_{\mathrm{r}}, t\right) \right|^2$$

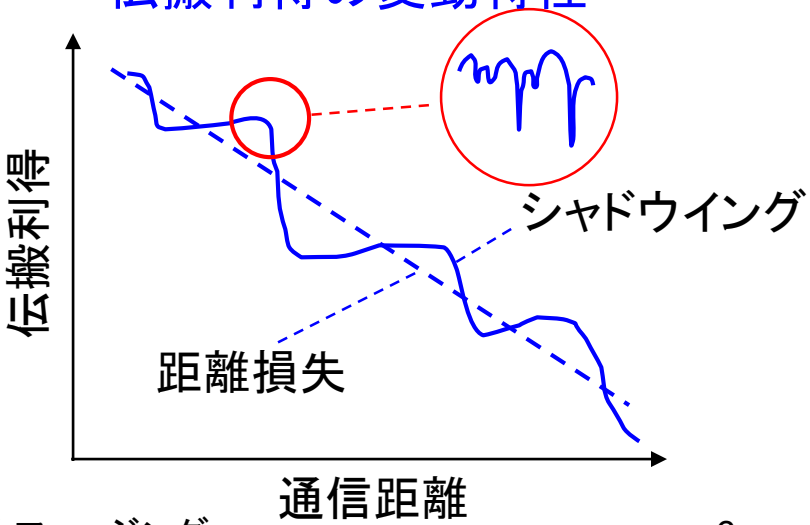
$$= G_{\mathrm{rant}}\left(\phi_{\mathrm{r}}\right) G_{\mathrm{fading}}\left(t\right) G_{\mathrm{shadow}}\left(t\right) G_{\mathrm{pl}}\left(d\right) G_{\mathrm{sant}}\left(\phi_{\mathrm{s}}\right)$$

受信アンテナ利得　フェージング変動　シャドウイング変動　距離損失　送信アンテナ利得

狭帯域伝搬路のイメージ



伝搬利得の変動特性



定在波とフェージング

マルチパス伝搬路

$$h_{\mathrm{B}}(t) = \sum_i h_{\mathrm{B}i}(t)$$

$$h_{\mathrm{B}i}(t) = h_{\mathrm{pl}}(d) e^{j2\pi f_0 \tau_i(t)}$$

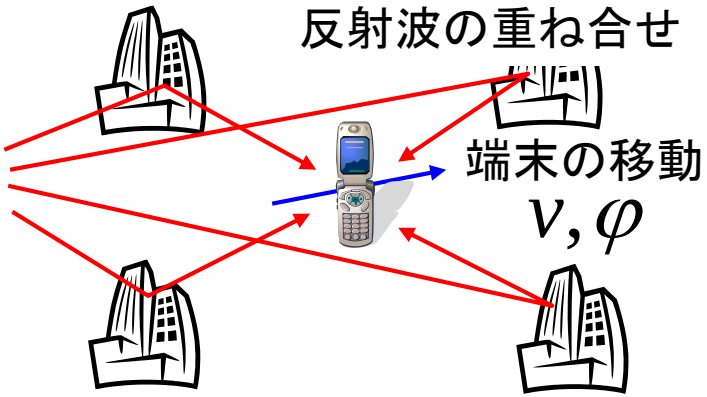
ドップラ変動（位相の変動）

$$\tau_i(t) = \tau_0 + \frac{vt\cos\varphi_i}{c}$$

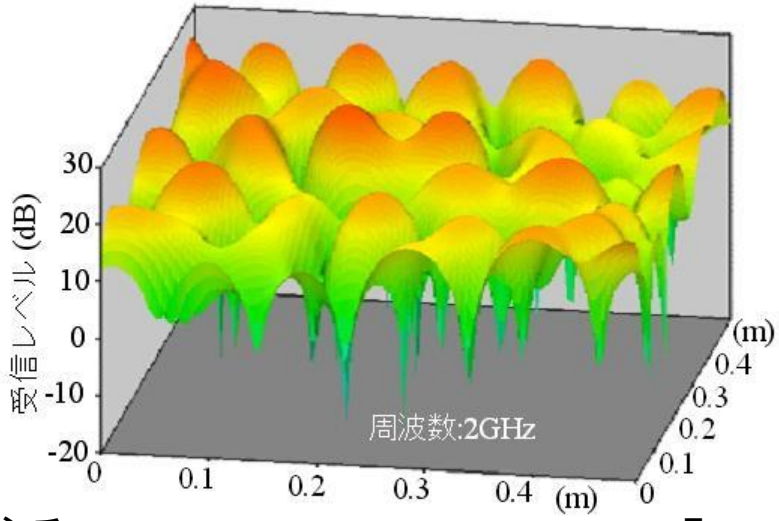
$$h_{\mathrm{B}i}(t) = h_{\mathrm{pl}}(d) e^{j\theta_0 + 2\pi f_{\mathrm{d}i} t}$$

$$f_{\mathrm{d}i} = \frac{v\cos\theta_i}{\lambda_0}$$

フェージングモデル



定在波



レイリーフェージング

マルチパス伝搬路

$$h_{\mathrm{B}}(t)=\sum_{i} h_{\mathrm{pl}}(d)e^{j\theta_i(t)}=x+jy$$

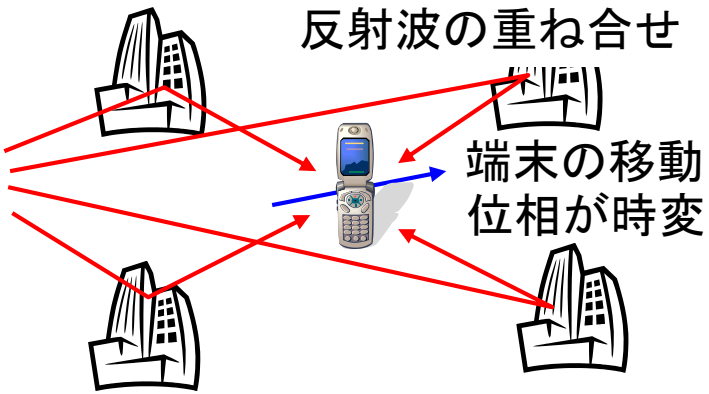
中心極限定理

独立な確率変数の和の分布

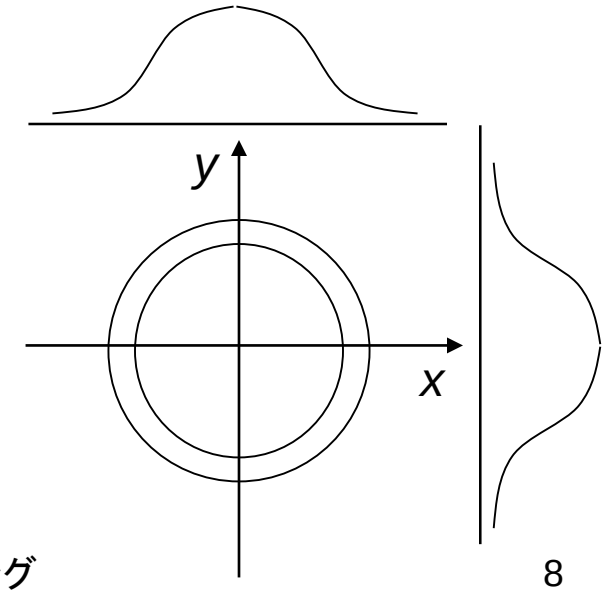
⇩

ガウス分布

フェージングモデル



複素ガウス分布



複素ガウス分布

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_{\mathrm{h}}^2}}\exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

$$f(x,y)=\frac{1}{\pi\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

フェージングの確率分布

複素ガウス分布の変数変換

$$f(x,y)=\frac{1}{\pi\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

$$x=r\cos\phi \quad y=r\sin\phi$$

$$f(r,\phi)=f(x,y)\left|\det\mathbf{J}\right|=\frac{r}{\pi\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

ヤコビアン

$$\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \phi}\\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \phi}\end{vmatrix}\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi$$

$$=\left|\det\mathbf{J}\right|\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\phi$$

位相は一様

レイリー分布（振幅の分布、電力の分布）

$$f(r)=\int_0^{2\pi}f(r,\phi)\,\mathrm{d}\phi=\frac{2r}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

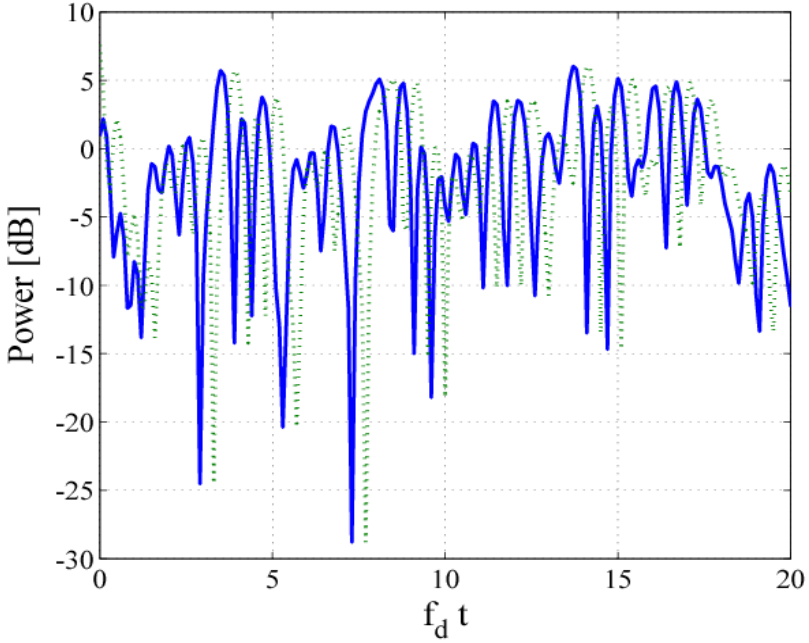
$$r=\sqrt{g}$$

$$f(g)=\frac{1}{2\sqrt{g}}f(r)=\frac{1}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{g}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

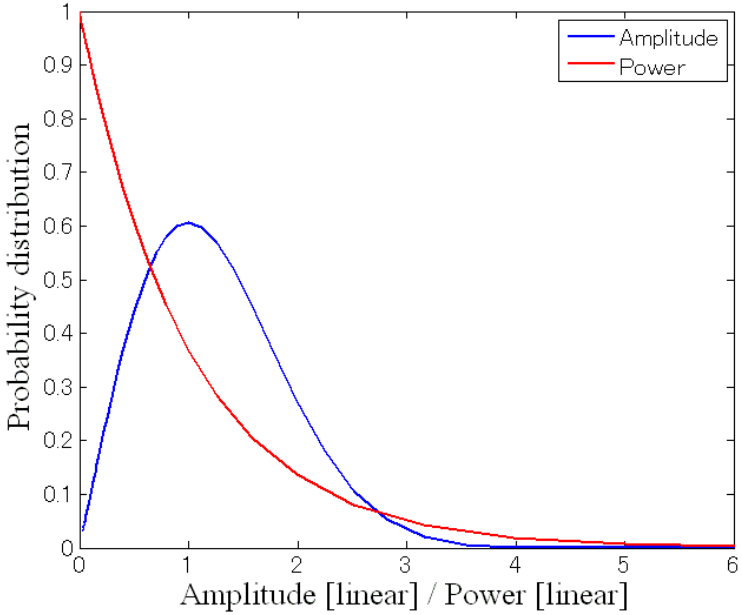
レイリー分布

レイリー分布

フェージング変動特性



確率分布（リニア）



フェージングの累積確率分布

レイリー分布

$$f(g)=\frac{1}{\sigma_{\mathrm{h}}^{2}}\exp\left(-\frac{g}{\sigma_{\mathrm{h}}^{2}}\right)$$

累積確率分布

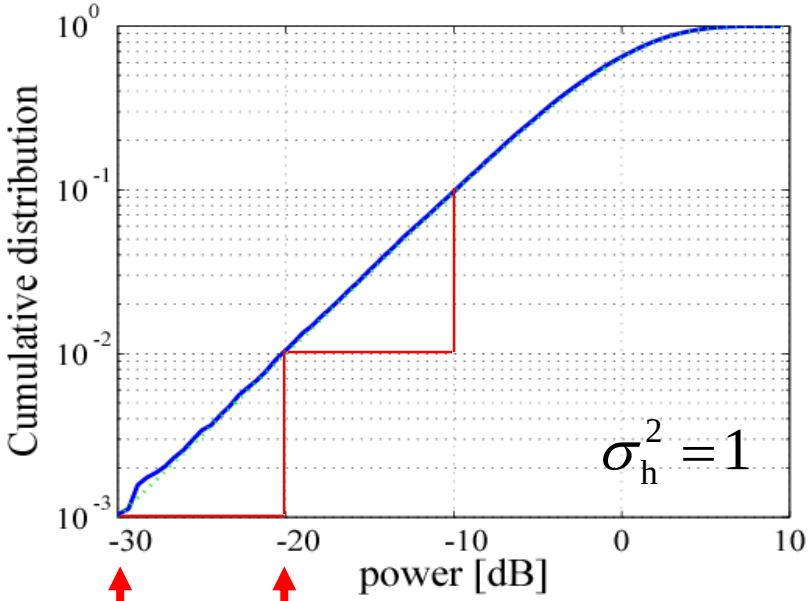
$$\tilde{f}(g)=\int_{0}^{\tilde{g}} f(g)\mathrm{d}g=1-\exp\left(-\frac{\tilde{g}}{\sigma_{\mathrm{h}}^{2}}\right)$$

テイラー近似

$$\tilde{f}(p)=\tilde{f}(0)+g\tilde{f}'(0)+\frac{g^{2}}{2}\tilde{f}''(0)+\cdots$$

$$=\frac{g}{\sigma_{\mathrm{h}}^{2}}+\frac{g^{2}}{2\left(\sigma_{\mathrm{h}}^{2}\right)^{2}}+\cdots$$

累積確率分布（dB）



100回に1回は20dB以上の減衰

1000回に1回は30dB以上の減衰

SNRの確率分布

信号対雑音電力比(SNR)

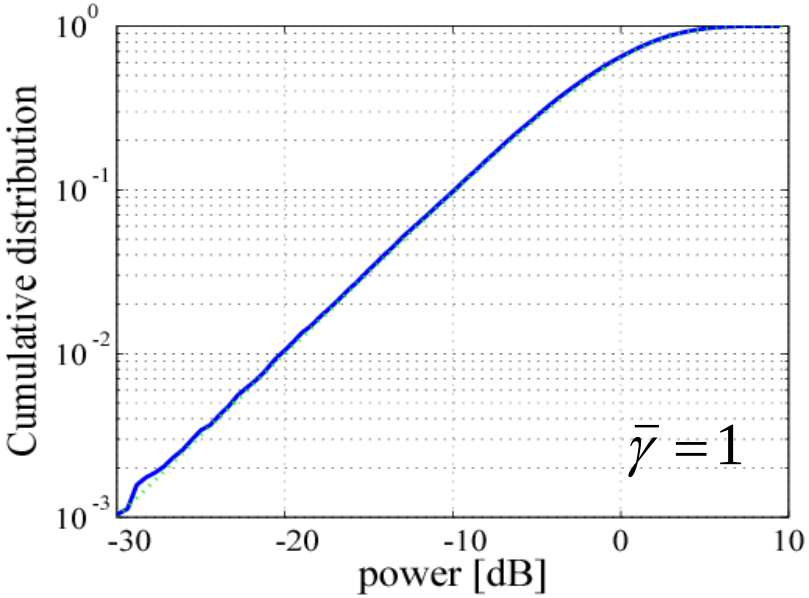
$$\gamma = \frac{P|h_{\mathrm{B}}(t)|^2}{\sigma^2} = \frac{Pg(t)}{\sigma^2}$$

レイリーフェージング

$$f(g) = \frac{1}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\exp\left(-\frac{g}{\sigma_{\mathrm{h}}^2}\right)$$

$$\sigma_{\mathrm{h}}^2 = \mathrm{E}\left[|h_{\mathrm{B}}(t)|^2\right] = \bar{g}$$

累積確率分布(dB)



SNRの確率分布

$$f(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}}\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{P\bar{g}}{\sigma^2}$$

平均SNR

フェージング伝搬路における誤り率

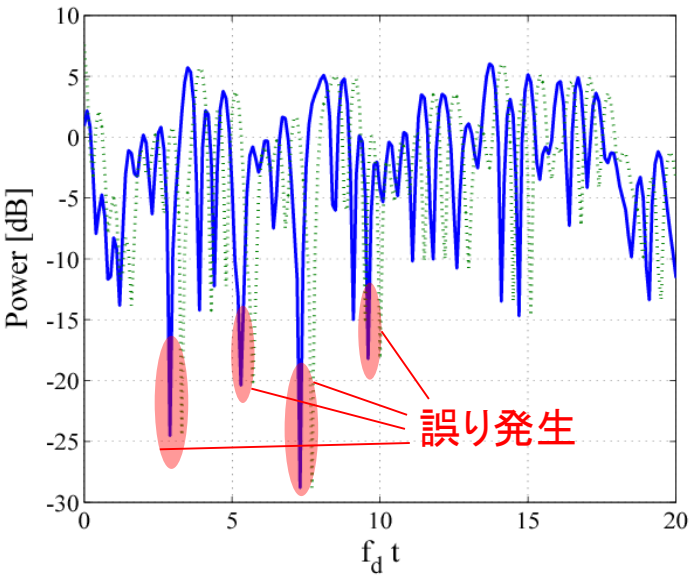
ビット誤り率特性

$$P_{\mathrm{eb}}(\gamma)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\gamma}\right) \qquad \gamma=\frac{P|h|^2}{\sigma^2}$$

レイリーフェージングチャネル

$$f(\gamma)=\frac{1}{\bar{\gamma}}\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \qquad \bar{\gamma}=\mathrm{E}\left[\frac{P|h(t)|^2}{\sigma^2}\right]$$

フェージング変動特性



平均誤り率特性

$$\bar{P}_{\mathrm{eb}}(\bar{\gamma})=\int P_{\mathrm{eb}}(\gamma)f(\gamma)\mathrm{d}\gamma$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right)$$

微積分の公式

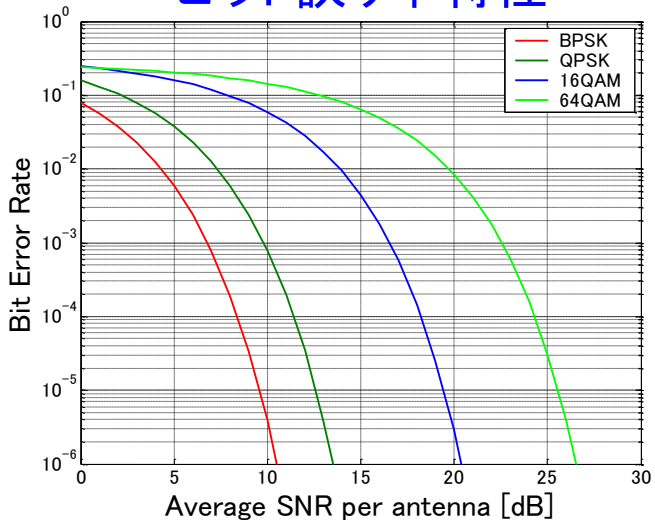
$$\int f(x)g'(x)\mathrm{d}x=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)\mathrm{d}x$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{erfc}(x)=-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp\left(-x^2\right)$$

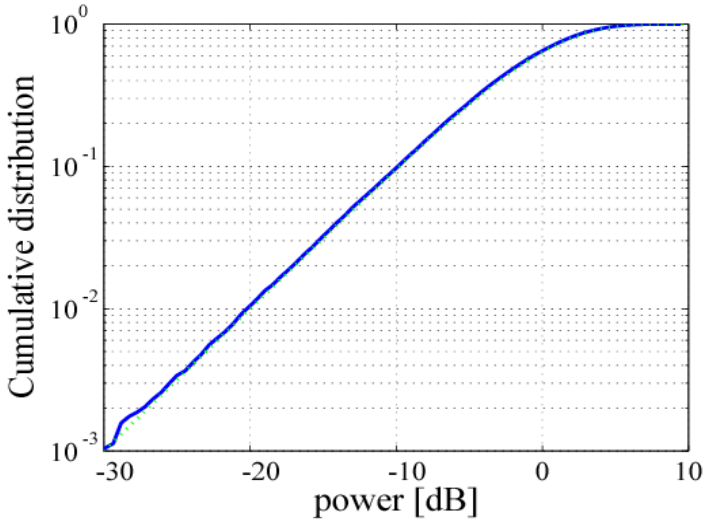
$$\int_0^\infty \exp\left(-ax^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

フェージング伝搬路における誤り率

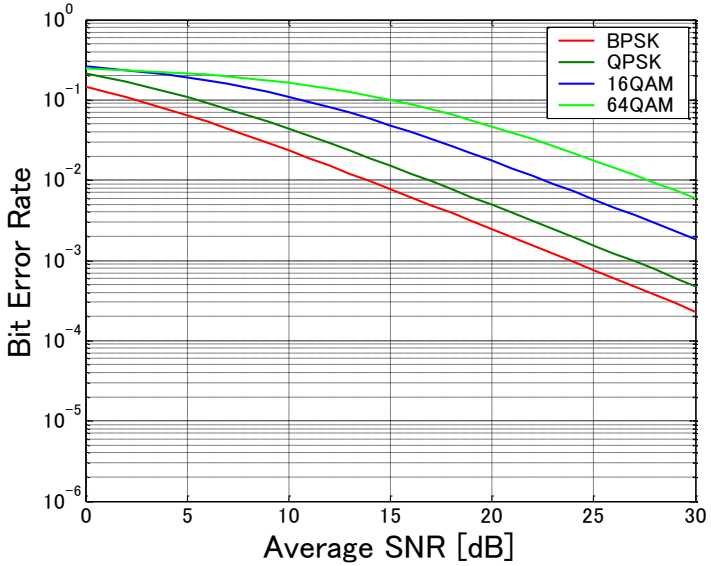
ビット誤り率特性



レイリーフェージング



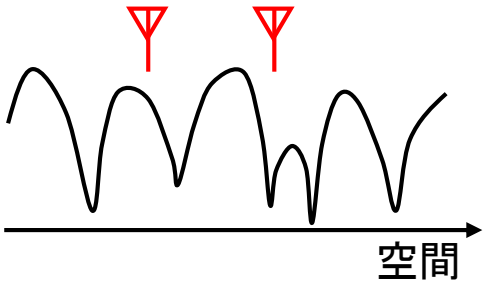
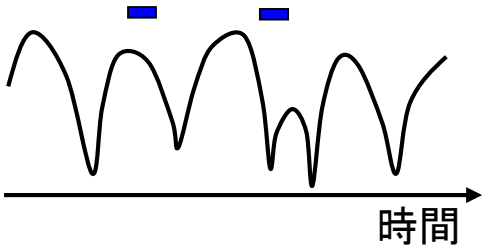
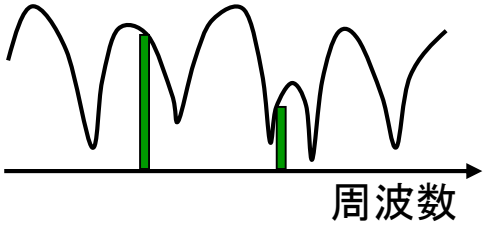
平均ビット誤り率特性



無線通信システムの最大の問題

ダイバーシチの分類

2つ以上の{アンテナ，シンボル，サブキャリア}を用いたフェージング対策技術

空間	アレーアンテナ マルチパス環境で有効	
時間	再送、インターリーバ ドップラ変動環境で有効	
周波数	OFDM 遅延波がある環境で有効	

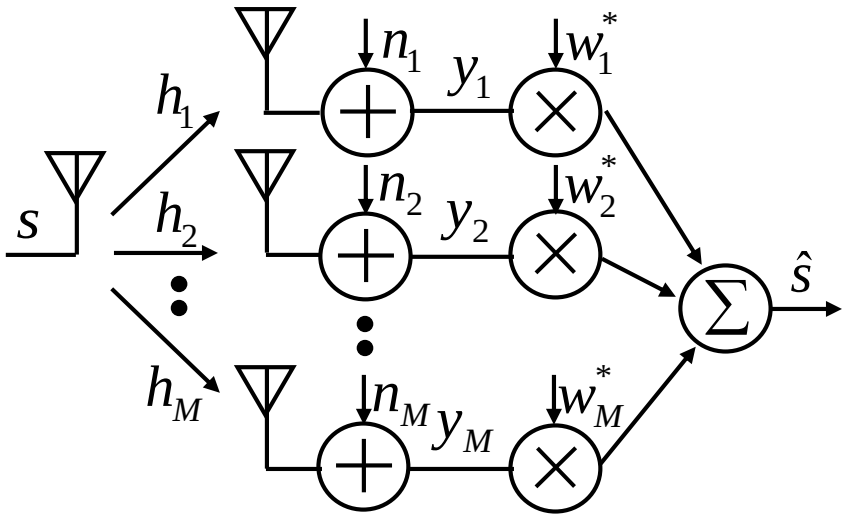
アンテナ信号処理

受信信号モデル

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}s + \mathbf{n}$$

アレー受信機



アレーウェイト合成

$$\hat{s} = \mathbf{w}^H \mathbf{y} = \mathbf{w}^H \mathbf{h}s + \mathbf{w}^H \mathbf{n}$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_M \end{bmatrix}^T$$

最大比合成ダイバーシチ（MRC）

ウェイト合成後受信SNR

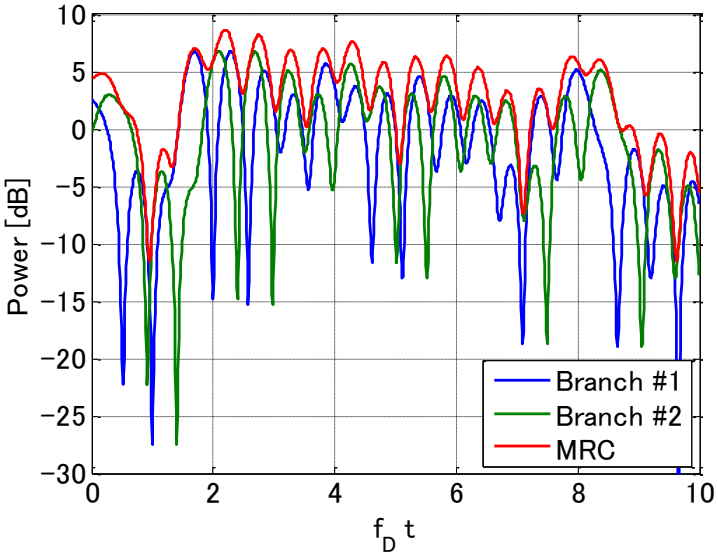
ベクトルの内積

$$\gamma = \frac{\mathrm{E}[|\mathbf{w}^H \mathbf{h} s|^2]}{\mathrm{E}[|\mathbf{w}^H \mathbf{n}|^2]} = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{h}|^2 \mathrm{E}[|s|^2]}{\mathbf{w}^H \mathrm{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^H]\mathbf{w}} = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{h}|^2 P}{|\mathbf{w}|^2 \sigma^2}$$

ベクトルの外積

$$\mathrm{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}_M$$ ← 雑音は無相関

MRCの特性



最大比合成ダイバーシチ

$$\mathbf{w}_{\mathrm{opt}} = \arg\max \gamma = \alpha \mathbf{h}$$

$$\gamma_{\mathrm{opt}} = \frac{|\mathbf{h}|^2 P}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{M} |h_i|^2 P}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{M} \gamma_i$$ ← 各ブランチのSNRの和

確率分布と特性関数

確率変数の和の分布

独立な確率変数　x　y

$$f(x) \quad f(y) \quad f(x,y) = f(x)f(y)$$

$$z = x + y \longleftarrow$$ 確率変数の和

$$f(z) = \int f(x)f(z-x)\mathrm{d}x \longleftarrow$$ 畳込み積分

確率分布の特性関数

$$f(\gamma) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\exp(-j\gamma t)\mathrm{d}\gamma \longleftrightarrow \varphi(t) = \int_{0}^{\infty} f(\gamma)\exp(j\gamma t)\mathrm{d}\gamma$$

フーリエ変換の公式

$$\gamma = \sum_i \gamma_i \longleftrightarrow \varphi(t) = \prod_i \varphi_i(t)$$

MRC後SNRの確率分布

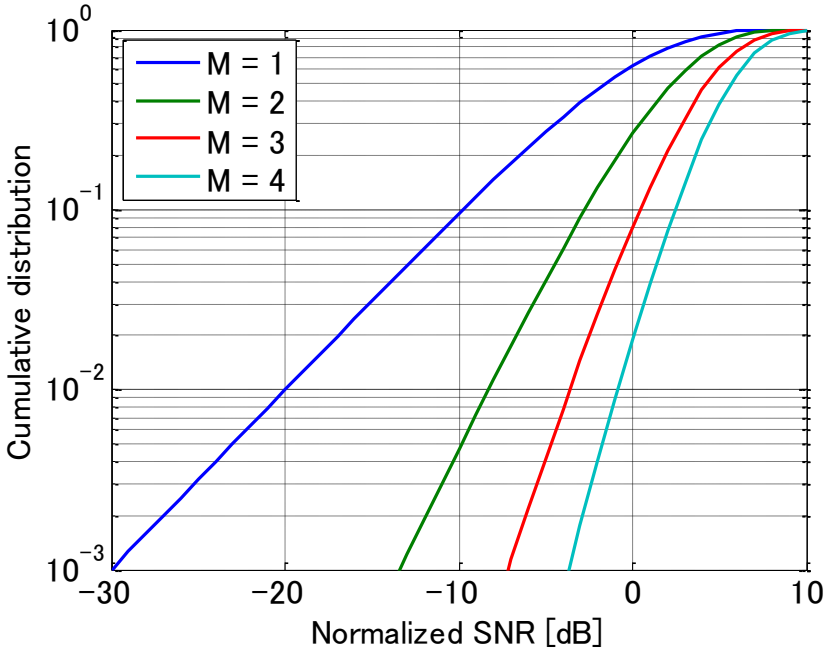
MRC後受信SNR

$$\gamma = \sum_{i=1}^{M} \gamma_i$$

各ブランチの特性関数

$$f(\gamma_i) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}}\right) \longleftrightarrow \varphi_i(t) = \frac{1}{1 - j\bar{\gamma}t}$$

累積確率分布



MRC後受信SNRの確率分布

$$\varphi(t) = \prod_{i=1}^{M} \varphi_i(t) = \left(\frac{1}{1 - j\bar{\gamma}t}\right)^{M}$$

$$f(\gamma) = \frac{1}{(M-1)!\bar{\gamma}^{M}} \gamma^{M-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)$$ ← ガンマ分布（カイ二乗分布）

ダイバーシチオーダ

MRC後受信SNRの確率分布

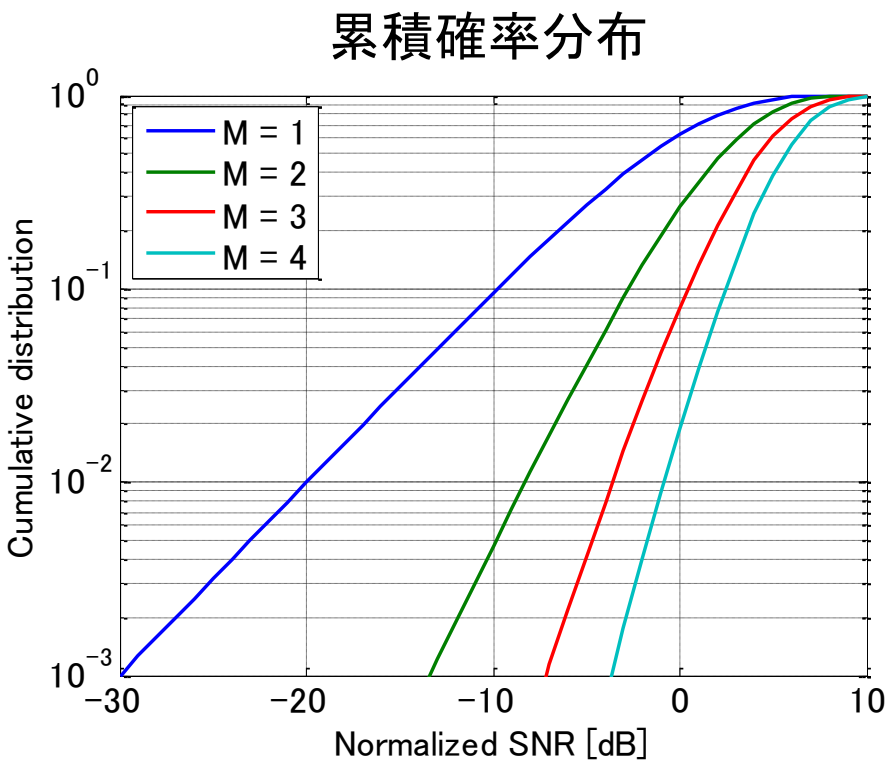
$$f(\gamma)=\frac{1}{(M-1)!\bar{\gamma}^{M}}\gamma^{M-1}\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)$$

MRC後受信SNRの累積確率分布

$$\tilde{f}(\gamma)=1-\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)\sum_{i=1}^{M}\frac{\left(\gamma/\bar{\gamma}\right)^{i-1}}{(i-1)!}$$

1ブランチ受信

$$\tilde{f}(\gamma)=1-\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)\cong\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}+O\left(\gamma^{2}\right)$$



2ブランチダイバーシチ

ダイバーシチオーダ

$$\tilde{f}(\gamma)=1-\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)\cong\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{2}+O\left(\gamma^{3}\right)$$

MRC後の誤り率特性

平均誤り率

$$\overline{P}_{\mathrm{e}}(\bar{\gamma}) = \int P_{\mathrm{e}}(\gamma) f(\gamma) \mathrm{d}\gamma$$

AWGNにおける誤り率

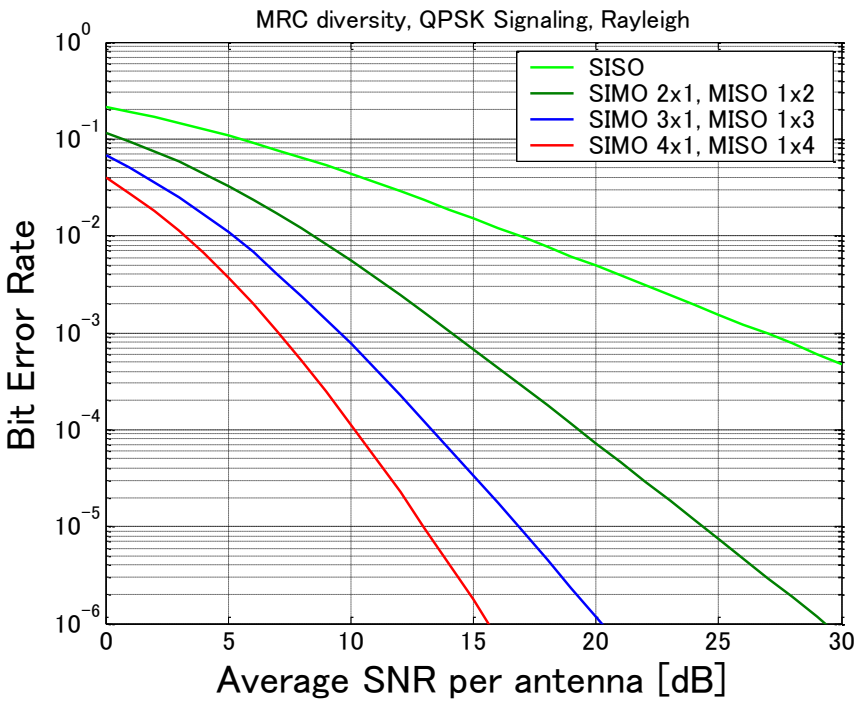
$$P_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2} \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\gamma}\right)$$

MRC後SNRの確率分布

$$f(\gamma) = \frac{1}{(M-1)!\bar{\gamma}^{M}} \gamma^{M-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)$$

$$\overline{P}_{\mathrm{e}}(\bar{\gamma}) = \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right)^{M} \sum_{i=0}^{M-1} \binom{M-1+i}{i} \left(\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right)\right)^{i}$$

誤り率特性



まとめ

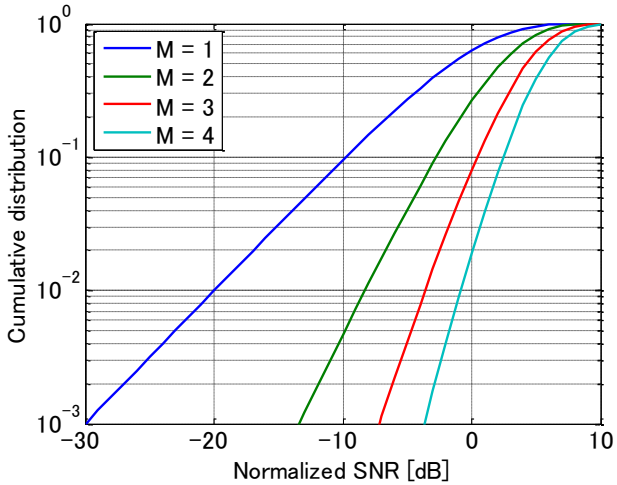
■ フェージング伝搬路における誤り率特性

$$P_{\mathrm{eb}}(\gamma)=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\gamma}\right) \quad \Rightarrow \quad \bar{P}_{\mathrm{eb}}(\bar{\gamma})=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right)$$

■ 空間ダイバーシチ（アレー信号処理）

$$\mathbf{y}=\mathbf{h}s+\mathbf{n}$$

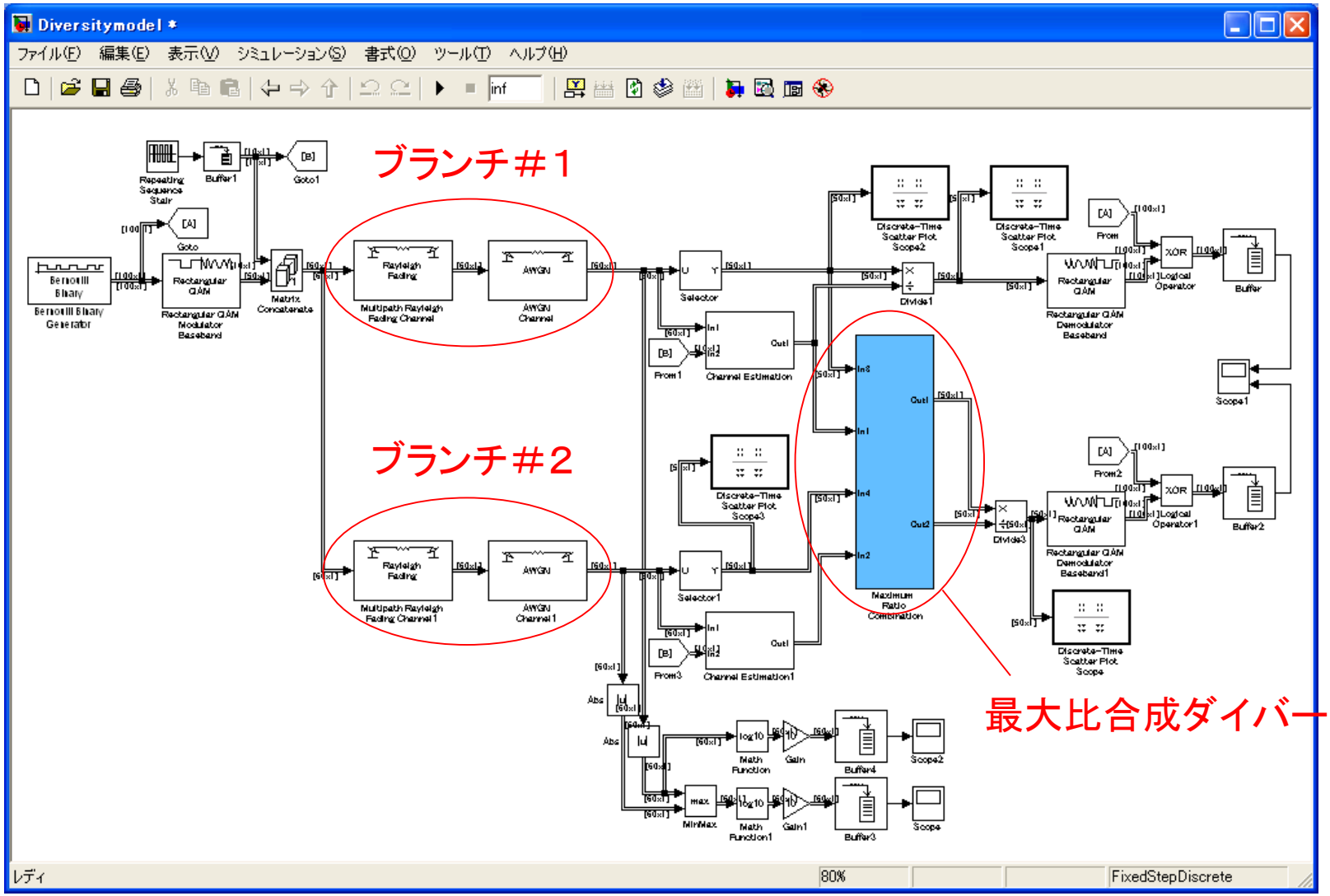
$$\hat{s}=\mathbf{w}^H\mathbf{y}=\mathbf{w}^H\mathbf{h}s+\mathbf{w}^H\mathbf{n}$$



■ 最大比合成ダイバーシチ(MRC)の特性

$$\gamma_{\mathrm{opt}}=\frac{|\mathbf{h}|^2P}{\sigma^2}=\frac{\sum_{i=1}^{M}|h_i|^2P}{\sigma^2}=\sum_{i=1}^{M}\gamma_i \quad \Rightarrow \quad f(\gamma)=\frac{1}{(M-1)!\bar{\gamma}^M}\gamma^{M-1}\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)$$

デモ


Diversitymodel *
ファイル(F) 編集(E) 表示(V) シミュレーション(S) 書式(O) ツール(T) ヘルプ(H)
ブランチ＃1
ブランチ＃2
最大比合成ダイバーシチ
Repeating Sequence Stair
Buffer1
Goto1
Goto
Bernoulli Binary
Bernoulli Binary Generator
Rectangular QAM
Rectangular QAM Modulator Baseband
Matrix Concatenate
Rayleigh Fading
Multipath Rayleigh Fading Channel
AWGN
AWGN Channel
Rayleigh Fading
Multipath Rayleigh Fading Channel1
AWGN
AWGN Channel1
Selector
Selector1
Channel Estimation
Channel Estimation1
From1
From3
Discrete-Time Scatter Plot Scope2
Discrete-Time Scatter Plot Scope1
Discrete-Time Scatter Plot Scope3
Discrete-Time Scatter Plot Scope
Divide1
Divide3
Maximum Ratio Combination
Rectangular QAM Demodulator Baseband
Rectangular QAM Demodulator Baseband1
From
From2
XOR
Logical Operator
Logical Operator1
Buffer
Buffer2
Scope1
Abs
Math Function
Math Function1
Gain
Gain1
MinMax
Buffer4
Buffer3
Scope2
Scope4
レディ
80%
FixedStepDiscrete