3-2.システムの安定性

システムの伝達関数が、次のように表すことができたとする。

$$H(s)=\frac{K\left(s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0\right)}{(s-s_1)(s-s_2)\cdots(s-s_i)\cdots(s-s_n)}=\frac{A_1}{s-s_1}+\frac{A_2}{s-s_2}+\cdots+\frac{A_i}{s-s_i}+\cdots$$

これをラプラス逆変換すると、

$$h(t)=\left(A_1e^{s_1t}+A_2e^{s_2t}+\cdots\right)u(t)$$

で表すことができる。

ここで、伝達関数の極 s_i が実数の場合と複素数の場合について考える。

(1) s_i が実数 α_i の場合

$\alpha_i<0$ であれば、$e^{s_it}=e^{\alpha_it}$ は時間の経過とともに収束する。逆に、$\alpha_i>0$ の場合、$e^{s_it}=e^{\alpha_it}$ は時間の経過とともに増大する。

(2) s_i が複素数 $\alpha_i+j\omega$ の場合

$\alpha_i<0$ であれば e^{s_it} は時間の経過とともに収束し、$\alpha_i>0$ の場合には時間の経過とともに増大する。

すなわち、応答が時間とともに 0 に収束する（安定な系である）ためには、伝達関数の極のすべてが s の複素平面の左半面に存在する必要がある。