

1. 角運動量と慣性力

回転運動にまつわる様々な現象を体験する

はじめに

この実験テーマの目的は大きく分けて

1. 物体を回転させたり自分が回転することで、慣性モーメントや角運動量など「剛体の回転運動」に関わる物理量を身をもって理解する。
2. 回転系から球の運動を観察する。回転系にはたらく慣性力(ここではコリオリ力と遠心力)という概念を使って、観察結果を解析する。

の2つがある。

どちらも計測やデータ処理が主要な目的ではなく、物理学の講義で学習する内容を体験を通して理解を深めることに重きを置いている点で、他の実験とは性格が大きく異なる。

実験時には制限があるため、インストラクターの説明が一番理解されやすい、と思われるものを選んで行なわれる。しかしながら自然現象は、視点を変えることで様々な解釈が可能である。受けた説明以外にどんな解釈が出来るのかを是非考えてみてほしい。

この実験を終えたときに、コマの運動や自転車のハンドル操作等の回転体の運動について自分なりの説明が出来るように取り組もう。

それぞれの実験の説明や課題を右側のリンクにまとめた。
インストラクターからの指示と合わせて参照すること。

1. 角運動量の実験

物体を回転させて、回転体の運動方程式を確かめよう

この実験では、物体を回転させたり自分が回転椅子上で回転することによって、テキストで紹介している回転運動の方程式

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

への理解を深める。

ここに現れる3つの 軸性ベクトル はそれぞれ

$\vec{\omega}$:角速度ベクトル

\vec{L} :角運動量

\vec{N} :力のモーメント
である.

以下では

- 1-1. 回転椅子の上で車輪を傾ける
- 1-2. 両手に鉄アレイを持った状態で回転し, 鉄アレイの回転半径を変えてみる
- 1-3. ジャイロスコープを用いた実験

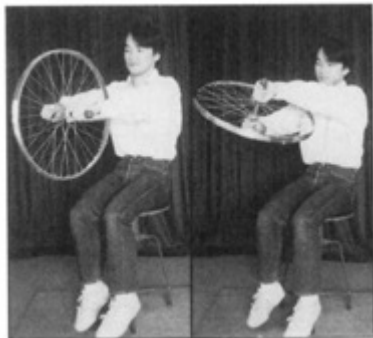
の実験を行う.

それぞれの実験を行うときには, それぞれの物体(実験者自身も含む)について上記の軸性ベクトルを意識しながら実験しよう.

1-1. 回転椅子の上で車輪を傾ける

車輪を左右に傾けるとどうなるか?

下の写真のように, 回転椅子の上で車輪を回し(左), 車輪の軸を傾けたとき(右)にどのような現象が起こるかを調べよう.



実験に先立って, 以下を意識して思考実験をおこなう.

- 車輪の角運動量の向きが, 傾ける前後でどう変化するか
- 人と車輪を「合わせて一つの物体」とみなすと, 傾ける前後で外力ははたらくか?
- 上と同様にみなすと, 傾ける前後で角運動量はどう変化するか?

思考実験ののちに実際に道具を使って実験する.

椅子の回転軸には若干のぶれがあるため, 座る位置が悪いと静止しようとしてもゆっ

く回り回転してしまうことがある。
このようなときには座る位置を調整して、なるべく静止出来る位置を探す。

実験ノートには

1. 車輪の回転方向
2. 車輪を傾けた方向
3. 車輪を傾けたことによる変化

を幾つか条件を変えて記録しておくこと。
思考実験の結果と比べて合っているか？合わない場合は結果を踏まえて再度上記の思考実験を行なってみる。

実験終了時には、インストラクターに「車輪を傾ける前後での変化」を理由をつけて説明すること。

1-2. 鉄アレイを両手に持って回転する

慣性モーメントを体で感じよう

慣性モーメントの変化が回転運動にどのような変化を与えるのかを、この実験で体験しよう。

下の写真のように、腕を縮めた状態(左)で回転し、そのまま腕を伸ばす(右)。



このときの角速度の変化をストップウォッチを用いて測定する。
以下に示した表を実験ノートに作成して、測定データを記録する。

	半径 [m]	慣性モーメント [kg m ²]	周期 [sec]	角速度 [rad/sec]
縮めたとき	$r_1 =$	$I_1 =$	$T_1 =$	$\omega_1 =$
伸ばしたとき	$r_2 =$	$I_2 =$	$T_2 =$	$\omega_2 =$

ここで半径 r は回転軸から鉄アレイまでの半径である。あらかじめ腕を縮めたときと伸ばしたときの半径をメジャーで測っておくと良いだろう。

周期の測定にあまり時間をかけていると気分が悪くなってしまうため、共同実験者と段取りを打ち合わせてから開始しよう。

腕を伸ばす前後では、外力を受けていないため角運動量は変化しないはずである。この関係を表した以下の式

$$(I_0 + I_1)\omega_1 = (I_0 + I_2)\omega_2$$

を使って人の慣性モーメント I_0 を実験結果から計算してみよう。

1-3. ジャイロスコープを用いた実験

回転体の運動方程式と照らし合わせながら観察しよう

ジャイロスコープ



この実験で使用するジャイロスコープは写真のように、高速で回転する金属製の回転子(重量のある円盤)が、互いに垂直な3つの軸の周りで自由に回転できるように円環で支えたものである。こまは自由な方向を向いて回転できるようになっている。この回転子は軸がぶれず、スムーズに回転することが要求されるため軸受けの部分は特に精密に作られている。そのため強い衝撃を回転子に与えると正常に動かなくなるため、あまり手荒に扱わないよう注意しよう。

ドリルを使って回転させる



回転子を回転させるには実験台に備え付けてある電動ドリルドライバーを使用する。このドリルの先端に o-リングを取付けてあるので、この部分を回転子に写真のように接触させて摩擦により回転させる。

ドリルの回転速度は引き金を引く量によって調節できるので、最初はゆっくりと加速して徐々に速度を上げて行く。

より加速したい場合は、下の写真のように回転子の軸の部分に o-リングを接触させて加速すれば良い。



回転子を様々な方向に動かしてみよう

下の写真に示したナットを緩めることで、回転子を支持している円環を動かすことができる。

回転子を回転させた後に、写真のように手で支えながら円環を動かして、適当な角度で固定してみる。

回転子の軸の方向は、円環を傾ける前から動かないことが分かるだろう。



さらに写真に示したハンドルを動かして、ジャイロスコープ全体を鉛直軸の周りに回転させてみよう。

動かない場合は写真の固定ボルトが締まっているので、緩めればよい。



1-3 (a) おもりを載せる

ジャイロの回転軸に指やおもりで力を加えてみる



ジャイロスコープの回転子を高速で回転させて、軸を水平に向けた後に写真のようにおもりを載せてみる。

おもりを載せた後に、回転軸はどのような運動をするだろうか？ またそれはなぜだろうか？

以下では回転体の運動方程式を使った説明を考えよう。

下の図は回転子を横から眺めたものと上から眺めたものである。



このようなスケッチをノートに作成して、

- おもりを載せた位置
- 回転子の回転方向
- 回転軸の運動方向

が分かるようにスケッチに書き込む。

このスケッチに、これから角運動量や力のモーメントのベクトルを書き込んでいくので、大きめにスケッチすること。

1-3 (b) 角運動量と力のモーメント

回転体の運動方程式と照らし合わせてみる

おもりを載せたときの回転軸の運動はどのように説明できるだろうか？

回転体の運動方程式

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

を使って考えていこう。

上の式は

\vec{L} : 角運動量

\vec{N} : 力のモーメント

の関係を表したものであるが、このジャイロ스코ープの運動ではそれぞれ何がこの2つの量に対応しているだろう？先にノートに作成したスケッチにこの2つのベクトルを方向が分かるように書き込む。

(この2つのベクトルは軸性ベクトルと呼ばれる対称性を持つベクトルで、力や速度といった質点の運動で現れる極性ベクトルとは異なる性質を持つ。軸性ベクトルの矢印の始点は特に意味を持たないため、どこにでも平行移動できる。)

次に回転軸の運動について考えよう。

上の式の左辺は角運動量の時間微分になっているが、これを微小時間 Δt あたりの角運動量の微小変化 $\Delta \vec{L}$ と読み替えると

$$\Delta \vec{L} = \vec{N} \Delta t$$

角運動量が増加する方向は、力のモーメントと同じ方向を向くことが分かる。

このことをスケッチに書き込んだ \vec{L} および \vec{N} のベクトルの方向から確かめよう。

1-3 (c) 回転速度とおもりを変える

変化に対する反応

おもりを載せたときの回転軸の(おおむね水平面内の)運動は

1. 回転子の回転速度を変えた場合
2. おもりの重さを変えた場合

でどのように変化するかを調べる。

1. おもりを載せた状態で回転軸の運動をしばらく観察した後に、回転子に軽く指を触

れる等して回転速度を落としてみる。このように、回転子の角運動量を変化させると、回転軸の運動はどのように変化したか？

2. おもりを 1 つ載せた場合と 2 つ載せた場合で、回転軸の運動の角速度の変化を調べる。

a) 充分高速に回転子を加速した後に、おもりを 1 つ載せて回転軸が 1/4 回転する時間をストップウォッチで計測する。

b) (回転を止めないようになるべく手早く) おもりを追加して同じく 1/4 回転する時間を計測

c) 回転を止めないまま、おもりを 1 つ取り外して再度 1/4 周期にかかる時間を計測する。

という手順で測定して、以下のような表にまとめること。

	おもり	1/4 周期の時間 [sec]	回転軸の持つ角速度 ω [rad/sec]
a)	m		
b)	$2m$		
c)	m		
a) と c) の平均 --->			

a) および c) では、おもり 1 つについて 2 度繰り返して計測する。これは回転子の速度が時間が経つにつれて減少してくることを考慮している。測定の最初と最後で平均をとったものと、両者の中間でとったおもりが 2 つの場合を比較しよう。

おもりの重さの変化に対して、回転軸の角速度はどのように変化したか？

1-3 (d) 回転軸の持つ角速度

実験結果のおさらい

回転子の持つ角速度 $|\vec{L}|$ と回転軸の持つ角速度 ω から、微小時間 Δt における角運動量の変化量の大きさ $|\Delta \vec{L}|$ が、

$$|\Delta \vec{L}| = |\vec{L}| \omega \Delta t$$

と表されることを図を描いて示すこと。

また回転軸の角速度 ω は、回転子の角運動量 $|\vec{L}|$ と力のモーメント $|\vec{N}|$ との間に

$$\omega = \frac{|\vec{N}|}{|\vec{L}|}$$

という関係が成り立つこと示せ．

この関係が先の実験結果と対応しているか？を確認してほしい．

1-4. コリオリ力と遠心力

回転座標系から球の運動を観察しよう

この実験では，回転台に取付けたカメラから球の運動を観察することで非慣性系に現れる 慣性力 について体験する．

実験には下の写真のような電動回転台を用いる．
静止系から打ち出された小球の運動を

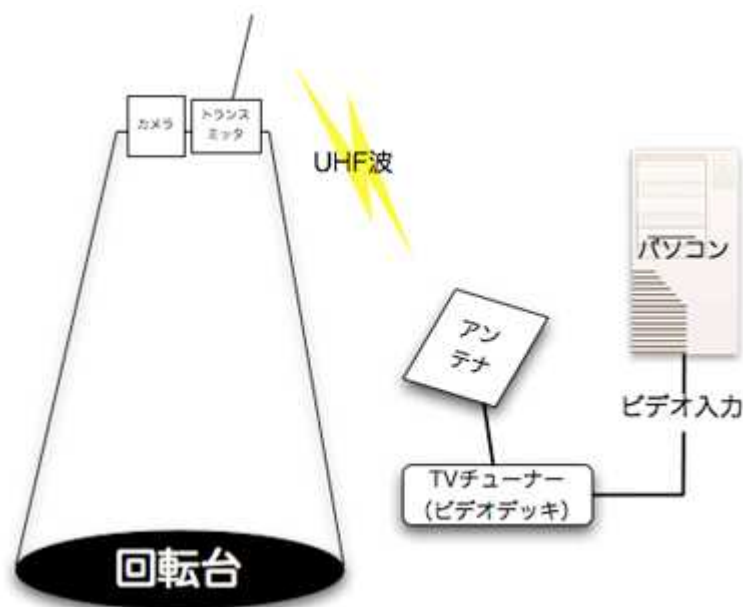
- 目視によって直接観察
- 回転台の上に取付けてあり，台とともに回転するカメラから観察

のように 2 通りの視点から観察する .



回転台の上を転がる小球には , 摩擦力を無視すれば力にはたらいておらず , 等速直線運動をするはずである . まずは , 目視によって (静止系から) 球の運動を観察して , 直線的に運動していることを確認しよう .

カメラからの映像は , ケーブルによって配線できないため , 下の図に示したように UHF トランスミッタによって伝送した映像をパソコンに入力して記録している .

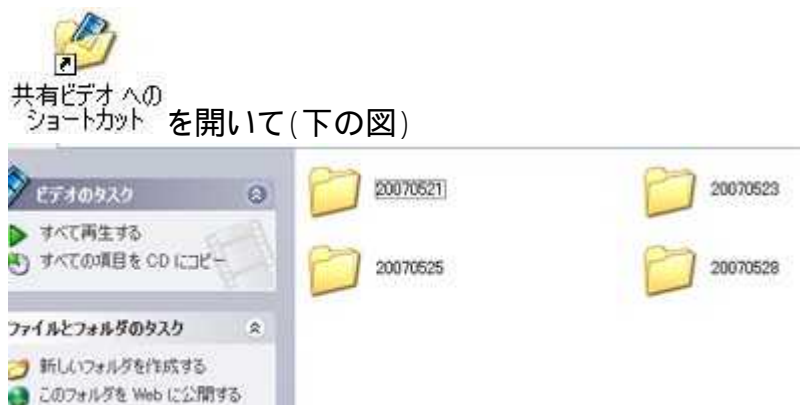


以降では、パソコンに記録した回転系から観測した球の運動を、再生する方法と解析する方法を手順を追って説明する。

ビデオ映像のダウンロード

撮影された球の映像を共有フォルダから取り出す

デスクトップの「共有ビデオへのショートカット」を開いて、インストラクターの録画した球の運動のビデオを自分のコンピュータへコピーする。以下の作業は**必ずコピーしたビデオを使って行う**。(サーバ上のオリジナルを消去しないように！)



インストラクターが撮影したビデオをデスクトップなどにコピーする

球の座標の抽出

ビデオ映像から ColiolisForce.vi を使って球の座標を書き出す

各パソコンのデスクトップに置いてある ColiolisForce.vi という LabVIEW のアイコンをダブルクリックして開く。



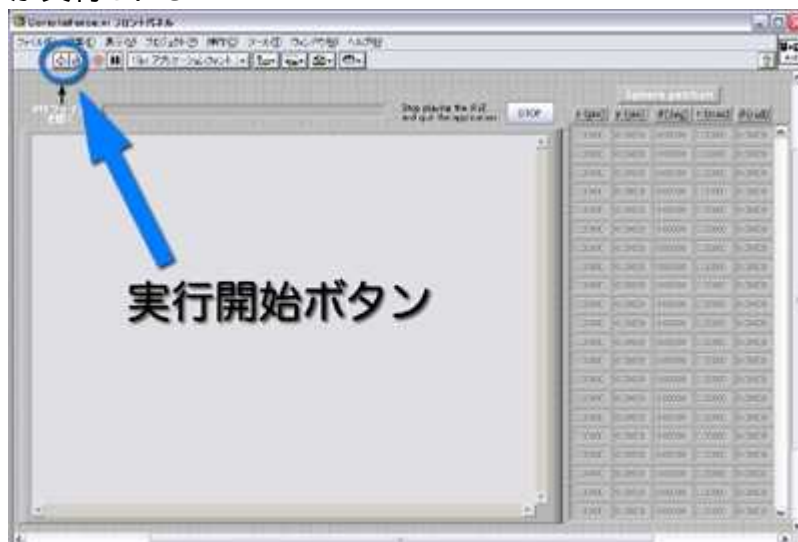
ColiolisForce.vi

この LabVIEW プログラムは、実行すると

1. どの AVI ファイルを開くか聞いてくる
2. 指定された AVI ファイルを再生しながら、小球の位置を判別して座標を抽出する
3. 座標(直交座標および極座標)のデータをどこに保存するか聞いてくる

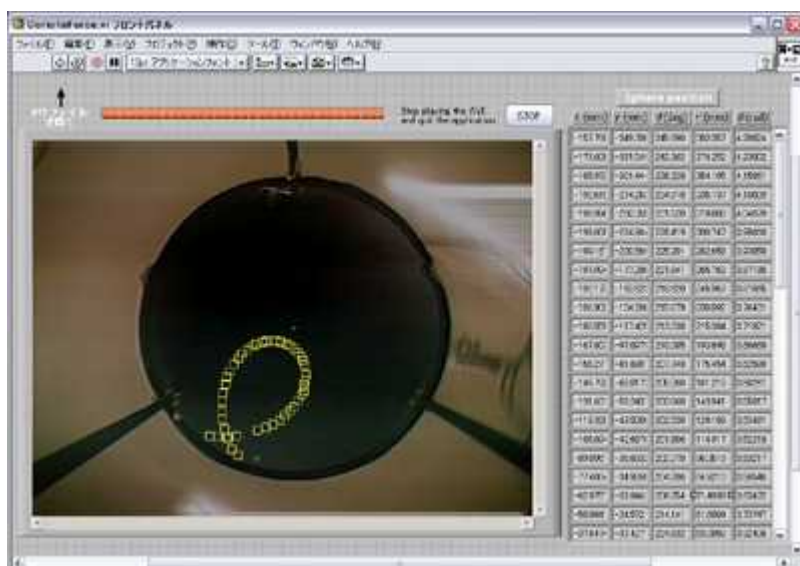
という動作をする。

下の図の実行開始ボタン(右向きの白い矢印のボタン)をクリックすると、プログラムが実行される。



まず、どの AVI ファイルを開くか聞かれるので、先の手順でダウンロードしてきた AVI ファイルを指定する。

すると、再生をしながら下の図のように小球の軌跡を記録していく。



全てのフレームについて処理が終わると、球の位置を記録したデータファイルを保存するために、書き込むファイルを聞いてくる。ファイル名の末尾に .dat と拡張子を付けて保存する。



作成したデータファイルは

x 座標 [mm], y 座標 [mm], 角度 θ [度], 半径 r [mm], 角度 θ [rad]

の 5 個のカラムで構成されている。以下 Origin をつかって、下線を引いた θ [度], 半径 r [mm] から慣性力を分析する。

グラフを描く

Origin をつかって球の座標の時間変化をグラフにしよう

スタートメニューあるいはデスクトップにあるショートカットから Origin を起動する。



ファイル --> 「インポート」 --> 「ASCII 単一ファイル」を選んで、保存したデータを開く。



データの C カラム が「角度(度)」に対応するデータである。極座標グラフにするときは、角度を X 系列にする必要がある。
X 系列に変更するには、ワークシートの C カラム のタイトル部分で右クリックし、図のように変更すればよい。



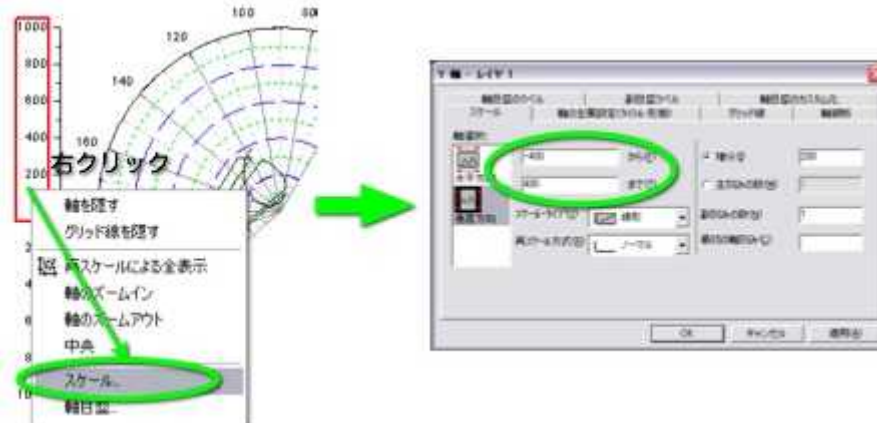
カラム C(角度)と D(半径)のデータから極座標系のグラフを作成する。
CとDのタイトル部分をドラッグして選択した後に、右クリックをして
「作図」 --> 「極線グラフ」を選択する。



「グラフの中心 = 半径ゼロの点」とするために、下図の「0から修正」ボタンを押す。



下図のように軸メモリを右クリックして、半径のスケールを -400 mm から 400 mm (回転台の半径)に変更する。



軸選択の欄から 水平方向 (角度に対応)を選んで 0 度から 360 度の範囲にする.

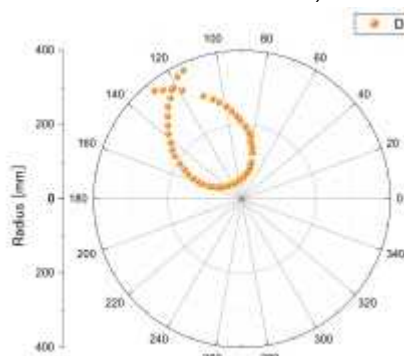


図のように凡例の部分を右クリックして、「オブジェクトの表示属性」を選ぶと、プロットの設定画面が出てくる。作図形式を「折れ線」から「散布図」に変更する。



好みの(見やすい)マーカーの種類と色を選択する。
完成したグラフは、各グループ1枚ずつ印刷すること。

(レポートを作成するときには、各自の報告書に必要なため人数分印刷する。データが記録された表もレポートには必要なので印刷しておくこと。)



慣性力を求める

作成したグラフから球にはたらく慣性力を求めよう

データを取りこぼしているところをのぞくと、各点の時間間隔は $1/30$ 秒である。ツールバーから「データリーダー」を選んで、プロット上の点を選ぶと座標が表示される。



プロットされた点から適当な点を選んで、角速度 ω (θ の時間変化を見ればよい。) と球の速度 v (前後の球の移動距離を測ればよい。直交座標のデータを使うと便利) から

遠心力と Coriolis 力を求める. v' の計算は下図を参照すること.

