# 合理的選択　レポート

学籍番号 13_07410
菅原 喜周

2015 年 8 月 10 日提出

## 1　なぜ我々の社会において税率が 100% でないのかについて

公平再分配のパレート効率性 [1] から考えると、税率が 100% である場合がパレート最適となるが、現実では税率が 100% ではない。これは [1] の理論では、税としてそれぞれの主体の利得全体を再分配しているのに対し、実際の税では労働を行うことによる時間の損失や疲労などのコストを無視し、数値上の利益 (給与など) のみを再分配していることが原因であると考えられる。
今回簡単なモデルを用いてこれを示す。
A,B の主体において労働を行うという選択を x, 労働を行わないという選択を y とする。A は高所得者であり、労働を行うと 30000 の利益が得られ、B は低所得者であり、労働を行うと 8000 の利益が得られる。労働を行わなかった場合は 0 である。労働を行なった場合、双方ともに利得が 5000 減るとし、税率を s($0 \leq s \leq 1$) とすると、標準系ゲームは下図のようになる。

### 1.1　労働によるコストを税に含める場合

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 25000(1-s)+$\frac{25000+3000}{2}s$ , 3000(1-s)+$\frac{25000+3000}{2}$ s | 25000(1-s)+$\frac{25000}{2}s$ , $\frac{25000}{2}s$ |
| A(y) | $\frac{3000}{2}s$ ,3000(1-s)+$\frac{3000}{2}s$ | 0 , 0 |

書き直すと

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 25000-11000s , 3000+11000s | 25000-12500s , 12500s |
| A(y) | 1500s ,3000-1500s | 0 , 0 |

となる。s=0(無課税) と s=1(税率 100%) の標準系ゲームは

表 1　s=0 の場合の標準系ゲーム

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 25000 , 3000 | 25000 , 0 |
| A(y) | 0 ,3000 | 0 , 0 |

表 2　s=1 の場合の標準系ゲーム

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 14000 , 14000 | 12500 , 12500 |
| A(y) | 1500 , 1500 | 0 , 0 |

したがって税率 100% におけるナッシュ均衡 (支配戦略均衡) は双方が労働を行う場合であり、これは税率 0% においてパレート最適となっている。また、今回のゲームでは税率が 0% であっても両者が働くことが支配戦略均衡になっている。両者が労働を行うことが支配戦略均衡となっていると国家としては GDP が上昇するため好ましい状況と言える。

## 1.2　労働によるコストを税に含めない場合

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 30000(1-s)+$\frac{30000+8000}{2}s$-5000 , 8000(1-s)+$\frac{30000+8000}{2}s$-5000 | 30000(1-s)+$\frac{30000}{2}s$-5000 , $\frac{30000}{2}s$ |
| A(y) | $\frac{8000}{2}s$ ,8000(1-s)+$\frac{8000}{2}s$-5000 | 0 , 0 |

書き直すと

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 25000-11000s , 3000+11000s | 25000-15000s , 15000s |
| A(y) | 4000s ,3000-4000s | 0 , 0 |

となる。s=0(無課税) と s=1(税率 100%) の標準系ゲームは

表 3　s=0 の場合の標準系ゲーム

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 25000 , 3000 | 25000 , 0 |
| A(y) | 0 ,3000 | 0 , 0 |

表 4　s=1 の場合の標準系ゲーム

| | B(x) | B(y) |
|---|---|---|
| A(x) | 14000 , 14000 | 10000 , 15000 |
| A(y) | 4000 , -1000 | 0 , 0 |

となり、税率が 0% の場合は両者が働くことが支配戦略均衡であるが、税率が 100% の場合、A が働き、B が働かない場合が支配戦略均衡になってしまう。また、A が働き、B が働かない組は税率が 0% の場合の標準系ゲームにおいてパレート最適ではなく、公平再分配のパレート効率性 [1] は成り立たない。A が働き、B が働かない場合は両者が働く場合と比べ、GDP が少なく税収が少なくなるため国家としてはあまり好ましくない状況となる。
したがって国家が税率を 100% にはしない。

また今回の値において、両者が働く戦略の組が支配戦略均衡となる税率 s を求めると、

$$3000 + 11000s > 15000s \tag{1}$$

が成り立てばよいため $s < \frac{3}{4}$ となるため、税率 75% 未満の場合両者が働く戦略の組が支配戦略均衡となる。

一方、逆に税率 100% の場合でも両者が労働を行うことがナッシュ均衡となるための高所得者の賃金 $P_A$ と低所得者の賃金 $P_B$ と労働を行うコスト C の関係について考える。
税率 100% では、両者が働いた場合得られる利得はどちらも

$$\frac{P_A + P_B}{2} - C \tag{2}$$

であり、高所得者 A が働き低所得者 B が働かなかった場合の A の利得は

$$\frac{P_A}{2} - C < \frac{P_A + P_B}{2} - C \tag{3}$$

であり、B の利得は

$$\frac{P_A}{2} \tag{4}$$

となる。今回高所得者は働かない場合よりも働いた場合の方が利得が大きくなることを自明とすると、両者が働くことがナッシュ均衡となるためには

$$\frac{P_A + P_B}{2} - C \leq \frac{P_A}{2} \tag{5}$$

$$P_B \leq 2C \tag{6}$$

となる必要がある。したがってもし仮に国家が税率を 100% に引き上げる場合、労働を行うコストの 2 倍以上の給与を与えなければ低所得者は働かず、元の税率でのパレート最適な状態にはなることはない。

## 2　参考文献

[1] 不平等社会の非効率性
武藤　正義
www.geocities.jp/sociomath/ms44hiroshima.pdf