不完全情報ゲーム Games with Imperfect Information と シグナリング Signaling

– 合理的選択 Lecture 11 –

小林憲正

Department of Value and Decision Science (VALDES)
Tokyo Institute of Technology

June 28, 2015

就活ゲーム

メッセージの送り手の私的情報に関するコミュニケーションの一例としてチープ・トークで登場した就活ゲームについて考える。
より、利得の効果をわかりやすくするため、一般化する。

- $w_H > w_L > 0$ 給与
- $\pi_H > 0, \pi_L < 0$ 企業が従業員から得る利潤
  (タイプ L の従業員は雇用が赤字)

Example (就活ゲーム)

候補者の能力 T \ 企業の選択 A	採用 E	不採用 NE
高い H	w_H, π_H	$0, 0$
低い L	w_L, π_L	$0, 0$

候補者が自分のタイプを直接伝えるチープトークは、自己識別的でない。

逆選択 Adverse Selection[1]

Example (就活ゲーム)

ちなみに、候補者の能力がわからなくて、かつ $p(H) < \pi_L/(\pi_H - \pi_L)$ と思っている企業の意思決定は、

- $Eu(NE) = 0$
- $Eu(E) = p(H)\pi_H + p(L)\pi_L < 0$

より、H, L どちらも採用されない結果となってしまう。

逆選択 Adverse Selection

市場における買い手の評価の期待値が低くなることへの対応として、売られる商品の質が低い物ばかりが市場にあふれたり、そもそも市場取引が成立しなくなることを逆選択という。

コストをかけたコミュニケーション

就活ゲームでは、H の候補者、企業ともに、
H を L から差別化する戦略を考えたい。
(L にはかわいそうだけど)

チープ・トーク → シグナリング

「チープ」トークの替わりに、タイプごとにかかるコストが異なるメッセージを利用して、自己識別性の問題をクリアする戦略が考えられる。

Example (就活ゲーム)

(大まかには) 能力が高いことを示すのにかかるコストを $c_H, c_L > 0$ とおくと、

$$w_L < c_L, \quad w_H > c_H$$

であれば、H は引き続き正直であり続け、L については嘘をつくインセンティブが失われる。

シグナリングとコスト

Example (能力のシグナル Signal としての学歴 [4])

大学・大学院で学んだ内容それ自体にはほとんど意味がなかったとしても、学歴自体が能力を示すシグナルとして機能し得る。

Example (恋愛とプレゼント)

愛する人からのプレゼントはしばしばなんでも良く、相手が自分のためにコストをかけてくれた事実が、真実の愛のシグナルとして重要。

両方の実例ともに、シグナリングにかけたコストはいわば burning money であり、実用的な用途がある必要はない。

不完全情報下での正直なコミュニケーションとコスト

入札希望額の真の分布を知らない売り手が second price auction で妥協せざるを得ないように、不完全情報ゲームで正直なコミュニケーションを確保するためには、コストがかかるのが一般的。このことを次善 second best と呼ぶ。

シグナリングとスクリーニング Screening

シグナルを設計するのがメッセージを送る側（私的情報を持つ側）に限定されるとは限らない。
例えば、就活ゲームでは、企業は自社の志望度が高いかどうかを、エントリー・シートのように様々にシグナリングを利用して知ろうとする。

シグナリング・ゲーム

コストをかけたコミュニケーションは、
チープ・トークとくらべて通常の展開型ゲームにより分析可能。

Definition (シグナリング・ゲーム)

$\langle \{S, R\}, T, p, M, A, (U, V) \rangle$

- S, R S シグナルの送り手 sender, R 受け手 receiver
- T S のタイプ type の集合 (={ High, Low })
- p T 上の確率分布 ($p \in \Delta(T)$)
- M シグナルの集合 (={ Certificate, No Certificate })
- A R の応答の集合 (={ Employ, Not Employ })
- U, V S, R それぞれの効用

不完全情報ゲーム Games with Imperfect Information

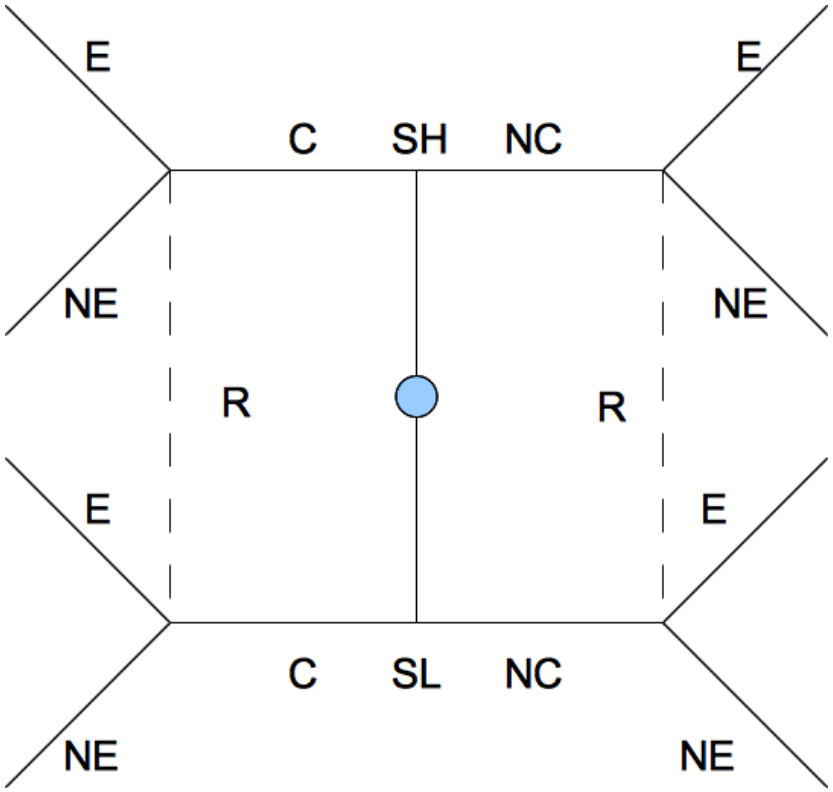
シグナリング・ゲームにおいては、シグナルの受け手が、送り手のタイプ（＝過去の自然のとった手）を観測できない。

Definition (不完全情報ゲーム game with imperfect information)

過去の履歴が不完全にしか観察されないゲーム

決定の木においては、とある決定ノードにおいて過去にすでに起こっている事象を知らない場合、不確実性ノードと決定ノードの時間的順序を便宜的に入れ替えることで対処し得る（同時決定ゲームの定義でも似た議論を紹介した）が、
ゲームの木においては、あるプレーヤーにとっては不確実だが、別のプレーヤーにとっては知っている過去の出来事となる事象が存在し得るため、この便宜的手法は使えない。

情報集合 Information Set



- 主体 i が区別できない決定ノード $h, h' \in H$ は、同一の情報集合 information set I_i に入っていると言い、点線などで結ぶ。
- $\forall h, h' \in I_i$, それ以降の木の構造は全く同一。特に、$A(I_i) := A(h) = A(h')$
- 戦略 s_i は、I_i に $A(I_i)$ 上の行動を対応させる関数。

不完全情報ゲームにおける戦略と信念 Belief

$\sigma(t) \in M$ 送り手 S のシグナル決定戦略はタイプ $t \in T$ 別

$s(m) \in A$ 受け手 R の戦略はシグナル $m \in M$ 毎の応答
(タイプを観察できないため、タイプ別に応答を変えることができない)

$\mu(\cdot|m) \in \Delta(T)$ R は、シグナル $m \in M$ をどういうタイプの S がとってきたのかについて、条件付き信念 conditional belief を形成する

完全ベイジアン均衡 Perfect Bayesian Equilibrium

Definition (完全ベイジアン均衡 Perfect Bayesian Equilibrium[3])

$\langle \{S, R\}, T, p, M, A, (U, V) \rangle$ をシグナリング・ゲームとする。
戦略と信念の組 (σ, s, μ) が完全ベイジアン均衡である $\Leftrightarrow$

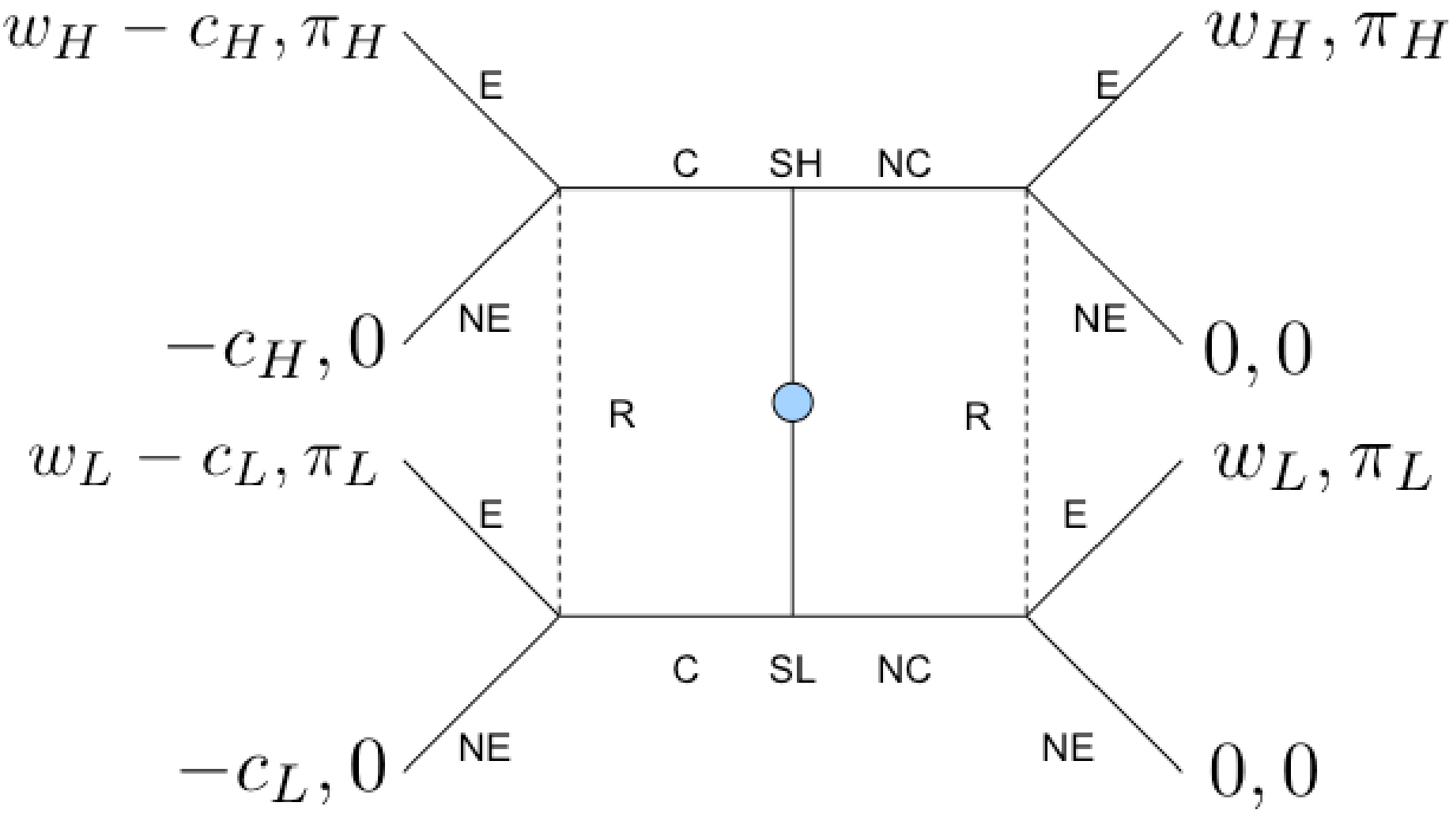
逐次合理性 sequential rationality 各決定ノードで最適応答をとる

- $\forall t \in T : \sigma(t) \in \arg\max_{m \in M} U(m, s(m), t)$;
- $\forall m \in M : s(m) \in \arg\max_{a \in A} \sum_{t \in T} \mu(t|m) V(m, a, t)$;

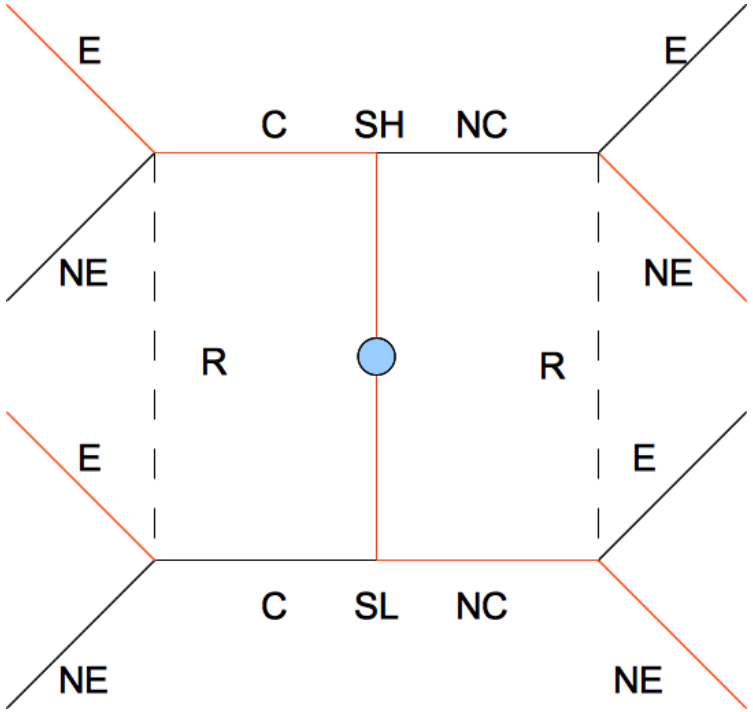
信念のベイズ・アップデート Bayesian updating $\forall m \in M$

- 少なくとも一つのタイプの S がシグナル m を選んでいる場合 (if $\{t \in T | \sigma(t) = m\} \neq \emptyset$)
  $\mu(t|m) = p(t) / \sum_{\sigma(t')=m} p(t')$
- どのタイプの S もそのシグナル m を選んでいない場合 (if $\{t \in T | \sigma(t) = m\} \neq \emptyset$) は、信念は任意

Example (就活ゲーム)



分離均衡 Separating Equilibrium – 程よい資格

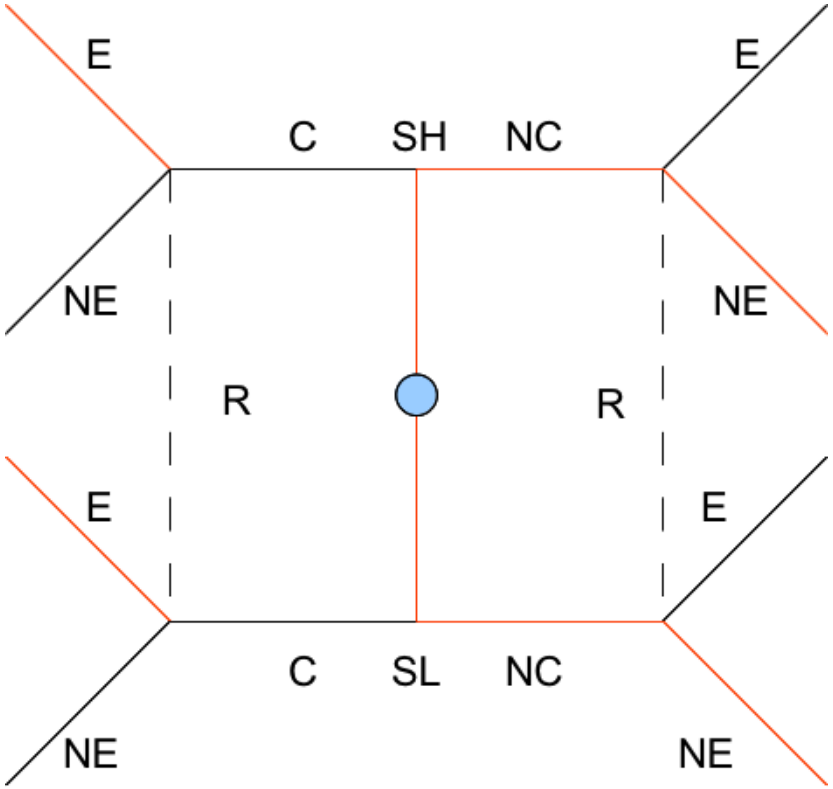


$w_L < c_L, \quad w_H > c_H$ であれば、

- H は C 、L は NC
- 企業は C を選択した候補者のみを雇うことにより、H のみを選択的に雇う

という均衡が存在する。

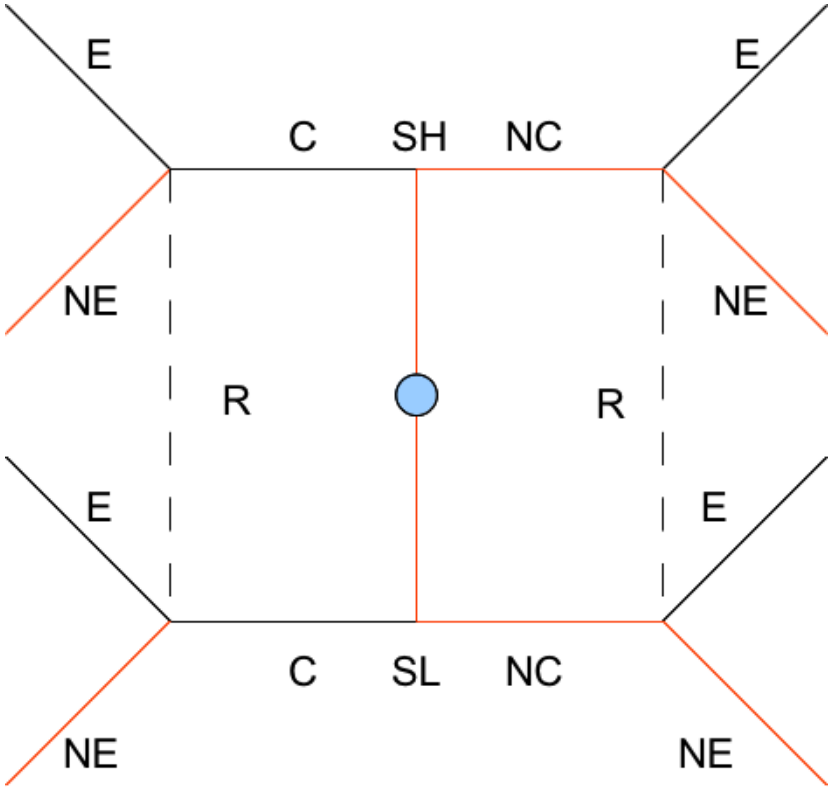
混在均衡 Pooling Equilibrium – 難しすぎる資格



$w_L < c_L, \quad w_H < c_H$ 、つまり資格が難しすぎる時、

- 両方のタイプにも資格取得が利益にならない。
- 企業に雇う意思があっても、誰も資格を取らなくなってしまう。

混在均衡 Pooling Equilibrium – 優しすぎる資格



$w_L > c_L, \quad w_H > c_H$ 、つまり資格が優しすぎる時、

- チープトーク同様、資格取得が自己識別的でなくなる。
- 資格が意味をなさず、取得もされず、結局、制度として衰退する。

混在均衡 Pooling Equilibrium
程よい資格コストの場合のちんぷんかんぷん均衡

- 分離均衡が存在するゲームにおいても、均衡パス外の信念（例えば資格取得しているのは L のみ！　というのもあり）によっては、混在均衡も存在し得る。
- チープトークにおける「特に信憑性を疑う理由がなければメッセージを信頼する」という文化同様、不自然な混在均衡を取り除く精緻化基準がいくつも提案されている。
  特に、前向き帰納法を利用した精緻化 [2] が有名。

Example (就活ゲーム)

$w_L < c_L, \quad w_H > c_H$ であれば、L にとっては資格取得は弱支配される戦略なので、L が資格取得者の中に混じっているという信念は非現実的に見える。

References

[1] George A. Akerlof.
The market for "lemons": Quality uncertainty and the market mechanism.
The Quarterly Journal of Economics, 84(3):488–500, 08 1970.

[2] In-Koo Cho and David M. Kreps.
Signaling games and stable equilibria.
The Quarterly Journal of Economics, 102(2):pp. 179–222, 1987.

[3] Drew Fudenberg and Jean Tirole.
Perfect bayesian equilibrium and sequential equilibrium.
Journal of Economic Theory, 53(2):236 – 260, 1991.

[4] Michael Spence.
Job market signaling.
The Quarterly Journal of Economics, 87(3):355–374, 08 1973.