優秀小論とゲーム理論

提出日 2015 年 6 月 22 日

所属 工学部 5 類

学籍番号 15_12475

氏名 福成理紀

1 合理的選択の講義における追加点システム

合理的選択の講義では、講義についてのアイデアを何らかの形で提出することで成績に直接影響を及ぼす追加点がもらえる。現在、追加点として小論提出による優秀小論ポイント 20 点、小論提出による面白小論ポイント 10 点、講義や Twitter 等での発言によるコメントポイント 2 点が存在する。

これらはつまり、アイデアを異なる形で提出することで、もらえるポイントが変わってくるということである。また、Twitter においてはたかだか 140 字で済むようなコメントポイントに対して、小論ポイントは正式な文書を書くためのコストを支払うことになる。さらに、アイデアを提出したところで、それが認定されるとは限らない。これは、まさにゲーム理論で論じることができる話題ではないだろうか。

ということで、今回は「合理的選択」という講義の追加点システムの、ゲーム理論的なモデルを考えたい。

2 優秀小論・面白小論・コメントの定義

さて、優秀小論や面白小論、コメントでそれぞれポイントが貰えることがわかった。ところが講師の Twitter(https://twitter.com/decsci/status/587570227820437504)によれば、これらは質重視であり、数を打っても当たらないという。一定の基準があるはずである。

まず小論とコメントの違いを考える。コメントは先にも述べたとおり、講義や Twitter で興味深い発言をすることでポイントが貰える。つまり詳しい論拠というより、面白い視点や考え方だけで十分に評価される可能性が存在する。それに対し小論は、自分の考えた視点を元に、必要に応じて文献を引用しつつ、論を展開し、結論を導き出す必要があり、つまりは「発想・過程・結論」全てのステップを踏む必要がある。よって小論はコメントに対してより大きなコストが必要であると考えられる。

次に優秀小論と面白小論の違いだ。今年度は現時点で面白小論が出ていないため、過去の年度の OCW から考えると、面白小論は優秀小論に対して、講師が何か改善点を提示している(論拠や数式が足りない等)。つまり、全ての面白小論は論を深めたり推敲をしたりすることで、優秀小論になりうるということである。また、面白小論の中には「アイデアは良かった」というアドバイスが付いているものが多かった。つまり、アイデアが良く、論文の体裁を保っていれば、面白小論として認定される可能性があるということになる。ゆえに、面白小論はコメントよりはコストはかかるが、優秀小論よりはコストがかからないことになる。手抜きと思われる可能性があるが、コストを考え面白小論として提出することも十分選択肢の一つとなりうる。

3 利得行列の考案

さてこれをゲーム理論で解析できるよう、利得行列を作る必要がある。簡単に書くと以下のとおりである。

	Accepted	Rejected
コメントとして投稿	$2 - \mathrm{Cost}_{\mathrm{Comment}}$	$-\mathrm{Cost}_{\mathrm{Comment}}$
面白小論として投稿	$10 - \mathrm{Cost}_{\mathrm{Interesting}}$	$-\mathrm{Cost}_{\mathrm{Interesting}}$
優秀小論として投稿	$20 - \mathrm{Cost}_{\mathrm{Excellent}}$	$-\mathrm{Cost}_{\mathrm{Excellent}}$

ここでは単純に、もらえる点数からかかるコストを引いた値を利得としている。今回かかるコストというのは基本的に執筆する時間であるため、単純に点数と足し引きできるようには考えられないが、例えば小論を書くことで他教科の勉強時間を削ることになると考えると、辻褄が合う。

さて、コメントにかかるコストを考える。Twitter にツイートを 1 つ投稿するのにさすがに 1 時間以上かける人はいないと思う。それに講義中にも Twitter でツイートを投稿することはできる。よって$\mathrm{Cost}_{\mathrm{Comment}} = 0$とする。

次に小論にかかるコストだが、人によって執筆スピードは違うため、一概に実際の値をあてることはできない。ひとまず$\mathrm{Cost}_{\mathrm{Excellent}} = a > Cost_{Interesting} = b > 0$とする。すると以下のとおりに書き直せる。

	Accepted	Rejected
コメントとして投稿	2	0
面白小論として投稿	$10 - \mathrm{b}$	$-\mathrm{b}$
優秀小論として投稿	$20 - \mathrm{a}$	$-\mathrm{a}$

これをあらゆる戦略から考えてみる。まず maxmin 戦略で考えれば、$0 > -\mathrm{b} > -\mathrm{a}$であるから、コメントとして投稿するのが良い。

maxmax 戦略の時は、$20 - \mathrm{a} > 10 - \mathrm{b}$ かつ$20 - \mathrm{a} > 2$すなわち$\mathrm{a} < 10 + \mathrm{b}$かつ$\mathrm{a} < 18$であるとき、優秀小論として投稿するのが良いし、$\mathrm{b} < \mathrm{a} - 10$かつ$\mathrm{b} < 8$であるとき、面白小論として投稿するのが良い。それ以外の場合はコメントとして投稿するべきだろう。

次に期待効用を考える。Accepted の確率を p、Rejected の確率を 1-p とすると、

$$\mathrm{Eu}(\mathrm{Comment}) = 2\mathrm{p}$$

$$\mathrm{Eu}(\mathrm{Interesting}) = 10\mathrm{p} - \mathrm{b}$$

$$\mathrm{Eu}(\mathrm{Excellent}) = 20\mathrm{p} - \mathrm{a}$$

よって$a < 10p + b$かつ$a < 18p$であるときは優秀小論として投稿するのが良いし、$b > a - 10p$かつ$b < 8p$であるときは面白小論として投稿するのが良い。それ以外の場合はコメントとして投稿するべきだろう。

4 利得行列にする際に削った情報

ここまで、合理的選択のアイデアの提出を利得行列にして考えた。これは本当に状況を正しく反映しているだろうか。

まず、合理的選択の講義全体で 100 点という上限がある。これ以上はとってもこの講義が絶対評価である以上自分の利得にならない。つまり、プレイヤーである受講者は出来る限り 100 点を目指す。またそうでなくても、単位が貰えなくなるのはプレイヤー(受講者)にとって死活問題であるから、最低でも 60 点が欲しい。このことは、いくら時間をかけてでも、60 点取れれば単位が来るという点で、コストは利得に影響しないという考えが存在することを意味する。

次に、出せるアイデアには限りがある。先に示した利得行列は、1 つのアイデアを提出するゲームを 1 回のみプレイした行列である。例えばもし上述の利得行列を解くことで「全てのアイデアについてコメントの形式で投稿すべきだ」という合理的な選択が得られたとする。1 コメントにつき 2 点であるから、100 点を目指すなら最低 50 個、最低の 60 点を目指しても 30 個は必要になる。さらにこれらは必ず評価されるとは限らない。しかし、講義は全 15 回であり、もし 30 個のアイデアを提出するのであれば 1 講義あたり 2 個のアイデアを提出し通さなければならない。1 講義あたり 2 個というのは少ないように見えるが、全てのプレイヤーがこれを実行した時、ネタ被り等の問題もあるからかなり厳しくなるであろう。このことから、アイデアをコメントとして提出するのは、貴重なアイデアを消費して 2 点しかもらえないという点で望ましくない選択であると考えられる。

さらに、出せるアイデアの数にも限りはあるが、認められるアイデアの数にも限りはある。例えば、講師が課題と明示して提出を促したアイデアの数は、プレイヤーの数に対して明らかに少ない。競争率も高くなるだろう。つまり、講義で提示された内容とは離れたオリジナルのアイデアでなければ、他のプレイヤーの小論にも気を配らなければならない。

最後に、出せるアイデアの数に限りがあるのであれば、コストとして、時間以外にもアイデアを発想する力も消費されるだろう。例えば頑張って考えたアイデアを提出して、Reject された場合、明らかにそのアイデアを発想するために使った時間だけでなく、そのアイデアに至るために消費した精神的なエネルギーや労力、そのアイデアそのものなどが消費されたと考えることができる。

以上を考えると、これは単純な利得行列では完全には表しきれないことが分かる。イントロダクションにおいて、現実に行われているゲームに基礎ゲーム理論を適用するのは難しいということを聞いたが、それは基礎ゲーム理論のように単純なある瞬間の出来事ではなく、また複雑なために莫大な数の状況を考える必要があり、その状

況下で正しく利得を考え、それについて多数のプレイヤーが考える、というのが現実で行われているゲームだからであろう。(もちろん、基礎ゲーム理論で一般的なゲームの最適解が簡単に求まるようであれば現実のゲームはほとんどつまらないものになっているであろうが。)

5 オークションとしての「合理的選択」の講義

以上の条件を総合すると、講師に提示されたアイデアについて小論を書くことを考えた時、

・出せるアイデアには限りがある

・時間や労力というコストをかけて質を上げると認定されやすくなる

・多人数でプレイし、提出には期限が決まっており、それを越えると早い者勝ち

この条件は、「売りに出されている商品は限られている」「高い金額を提示すれば落札できる」「入札期限があり、その時点で一番高い金額を提示した入札者が落札」という点で、複数種類の物品に対するオークションと似ている。売りだされる物品があるアイデアに対する優秀小論や面白小論などというラベルで、これに対しプレイヤーは評価額をつけ、どれだけのコストを出せるかを競うという、複数人で行うオークションとみなせるということである。

ただし、他人には思いつかないようなアイデアを考えついた場合は、他人と競うことがないため、オークション性はない。

6 繰り返しゲームとしての「合理的選択」の講義

ここではアイデアの被りが無く、小論の体裁で提出した場合を考える。

まずある程度のコストにより小論を書き、提出する。

ここで優秀小論と認定されれば、利得は最大化され、この時点でゲームを終了することができる。

ここで面白小論止まりであると講師に判定された場合は、ここで満足してゲームを終了するか、さらにコストを支払って小論の質を上げて再度提出するかを選択できる。

これは必要に応じて無限に繰り返すことができ、これは繰り返しゲームであると考えることができる。

先ほどのオークションの例で言えば、もし自分のアイデアが認められた(落札し交渉成立した)ならば、その後貰える利得を増やせるようコストを対価に交渉を繰り返すという工程に当たると考えられる。

また、ここまでは 1 つのアイデアを小論にして提出することを考えたが、複数のアイデアについて小論を作っていくことができるので、オークションや、1 つの小論の精製の繰り返しといった全体を 1 つのゲームとして、これを目標点、単位獲得なら 60 点、満点なら 100 点を得られるまで小論提出を続ける繰り返しゲームと見ることができる。

7 まとめと考察

今回、「合理的選択」という講義における、アイデアの提出による追加点というシステムを、ゲーム理論によって最適解を求められないかと考えてみた。OCW に「科学論文の世界同様、同じ系統の議論については、ボーナス・ポイントは早い者勝ちとします。」とあるように他の受講者と競う場合には、オークションに似た形になることがわかった。また、「科学論文の査読・修正と同様のシステム」「おもしろ小論以上のレベルの小論については、ご希望に応じて査読したい」とあるように、もし優秀小論として認められなかった場合は、そこから少しずつ小論の質を上げていく繰り返しゲームとみなすことができるということがわかった。

今回はこのシステムのモデルの提案で終わった。今回用いた「コスト」という単語が、4 節でも述べたとおり、時間や労力やアイデアの消費を含んでおり、数式として表すことが人によって異なり難しいという点や、オークションに関しては、評価やかけるコストに依らず、20 点や 10 点という一定の利得しか返ってこない点で、通常のゲームとは異なる。そのため、どのようにして解を求めるべきか困った。

また「コストをかけることで質が上がる」という仮定のもとでオークションや繰り返しゲームについて提案したが、コストと質の関係は定かではない上、講師が優秀小論と認める基準を、コストを使って判断していいということを暗黙のうちに仮定していた。これには文体や態度による感情的な問題や、体裁や論法による内容的な問題も含まれており、かけた時間や連ねた文字数と言ったデジタルな値で評価することが難しい。

現実のゲームや駆け引きにゲーム理論を適用することの難しさを改めて実感した。ゲーム理論に落としこむには、問題の単純化や、新しいモデルの提案が必要だと感じた。