「合理的選択」期末試験　略解

担当　社会理工学研究科 VALDES 小林憲正

2015 年 8 月 3 日（月）10:45 – 12:15

純粋な計算以外の問題では、下記以外の回答でも、点数がついていることもあります

1. u の不等式の説明に機会費用はわかりやすい。「H についてはこの相手にかけがえがないが、L についてはすぐに次に行けば良い」とするもの。
   よりアクロバティックな回答としては、「H と L はそもそも別人なのだから、効用の個人間比較の分析をしない限り $u(H, Rej) < u(L, Rej)$ という言明自体に意味がない」というものも考えられる。(本試験問題では、効用の個人間比較は登場しない。)
   他方、v の不等式についての「H からの求婚を断った機会費用」の効果は $v(H, Acc)$ の値に反映されるべき。この機会費用が「心理的な後悔」という形で埋め込まれれば $v(H, Rej)$ の説明候補にもなる（が意思決定分析的にはダブル・カウンティング)。
   より標準的な回答としては、S に対する思いやりを考慮したものが考えられる。

2.

	H	L
Accept	10	-10
Reject	-2	0

3. $\min_{t \in T} v(t, Accept) = v(L, Acc) = -10$
   $\min_{t \in T} v(t, Reject) = v(H, Rej) = -2$
   ゆえに max-min 戦略は Reject

4. $Ev(Accept) = p(H)v(H, Acc) + p(L)v(L, Acc) = -8$
   $Ev(Reject) = p(H)v(H, Rej) + p(L)v(L, Rej) = -0.2$
   ゆえに解は Reject

5. $EVPI = p(H) \max_{a \in A} v(H, a) + p(L) \max_{a \in A} v(L, a) - \max_{a \in A} Ev(a)$
   $= p(H)v(H, Acc) + p(L)v(L, Rej) - (-0.2)$　($\because$ 前問より $\max_{a \in A} Ev(a) = -0.2$)
   $= 1.2$

6. Acc, Rej のどちらかがタイプ T に関して支配戦略になっていれば良い。
   Acc が支配戦略である条件 – $\forall t \in T, v(t, Acc) \geq v(t, Rej)$
   解釈の候補: R の結婚願望が非常に強く、相手の愛の有無によらず結婚したい。
   Rej が支配戦略である条件 – $\forall t \in T, v(t, Acc) \leq v(t, Rej)$
   解釈の候補: R に結婚願望がなく、相手の愛の有無によらず結婚したくない。

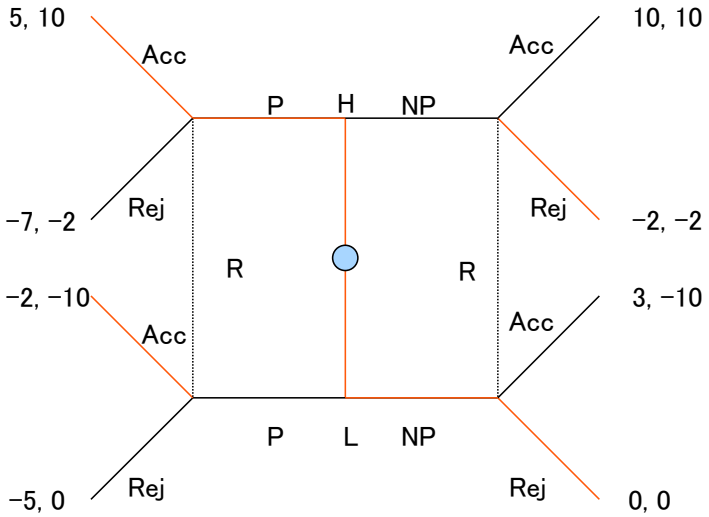
7. R が S のチープトークを信じたとすると、
   タイプ H を示唆するメッセージに対する R の最適応答は Acc、
   タイプ L を示唆するメッセージに対する R の最適応答は Rej。
   ところが、$u(L, Acc) = 3 > u(L, Rej) = 0$ であるため、タイプ L の S には自分のタイプを偽るインセンティブが生じる。

8. 混合戦略を $(\phi(Acc), \phi(Rej)) = (q, 1-q)$ とおくと (ただし $q \in [0, 1]$)

$$\min_{t \in T} \sum_{a \in A} \phi(a) v(t, a) = \begin{cases} \sum_{a \in A} \phi(a) u(L, a) = 12q - 2 < -\frac{10}{11} & \left(q \in [0, \frac{1}{11})\right) \\ -\frac{10}{11} & \left(q = \frac{1}{11}\right) \\ \sum_{a \in A} \phi(a) u(H, a) = -10q < -\frac{10}{11} & \left(q \in (\frac{1}{11}, 1]\right) \end{cases}$$

9. 問 4 の解でのタイプ H の S と R の利得の組は $(u(H, Rej), v(H, Rej)) = (-2, -2)$.
ところが、$(u(H, Acc), v(H, Acc)) = (10, 10) \gg (u(H, Rej), v(H, Rej))$ ゆえパレート非効率的である。

10. 青丸が木の根



11. タイプ $t \in T$ ごとの S の戦略を $\sigma : T \to \Re$, R の戦略を $s : M \to \Re$ （信念は省略）とおくと、分離均衡では、

$$(\sigma^*(H), \sigma^*(L)) = (P, NP),\ (s^*(P), s^*(NP)) = (Acc, Rej)$$

10 の図に赤線で表示

12. 分離均衡でタイプ H の S と R の得る利得の組は、

$$(U(H, P, Acc), V(H, P, Acc)) = (5, 10)$$

$$\gg (U(H, NP, Rej), V(H, NP, Rej)) = (u(H, Rej), v(H, Rej)) = (-2, -2)$$

（ちなみに、$u(H, Acc) > U(H, P, Acc)$ となるのは、不確実性解消に必要なコストゆえ）

13. 分離均衡では、信念に関する条件は自明なので、問 11 で求めた S, R それぞれの戦略 σ^*, s^* が最適応答になっている条件を確かめる。
R – V は c_t によらず、s^* が σ^* に対する最適応答であることは容易にわかる。
S – 自己識別性と似た条件をチェックする。s^* を所与として、両方のタイプとも逸脱するインセンティブがないことが条件。すなわち、

$$U(H, P, Acc) > U(H, NP, Rej) \wedge U(L, P, Acc) < U(L, NP, Rej)$$

$$\Leftrightarrow c_H(P) < 12 \wedge c_L(P) > 3.$$

14. R が $u(L, Acc) < u(L, Rej)$ であると誤解している場合は、問 7 の回答で得られたタイプ L が嘘をついて得をする条件が失われる。タイプ H についてはもともと嘘をつくインセンティブがないので、全てのタイプについて嘘をつくインセンティブがなくなり、自己識別性が生じる。
解釈については省略。