申告番号 0187 – 「合理的選択」試験問題

担当　社会理工学研究科 VALDES 小林憲正

2015 年 8 月 3 日 (月) 10:45 – 12:15

試験開始前に以下の注意を読んでください。
問題冊子は、試験開始の合図があるまで開かないこと。

- 問題文に誤植（の可能性）やわかりづらい点があれば、気軽に挙手して質問すること。
- 答案用紙は 2 枚配布する。追加の答案用紙が必要となった場合は挙手せよ。
  答案用紙右上の No. 欄 に回答した順番にページ数を明記せよ。
  答案用紙は裏も使用せよ。No.1 の表 → No.1 の裏 → No.2 の表 ··· という順序で答案用紙を使用せよ。
- 数式や図の扱いが必要とされる問題は、特に注意書きがない限り、最終的な解やグラフの概形のみならず、導出過程も簡潔に記述せよ。
  対称性が考慮できるときは、ひとつの場合についてのみ詳しく説明し、他の場合については「対称性より」や「··· の場合も同様」のような記述を利用して説明を簡潔にして良い。
  常識の範囲内であれば、数式の中で説明抜きで略称を使ってオーケー。
  (例：　大岡山 → 大)
  問題文に登場する専門用語については適切に解釈してもらう必要があるが、
  回答では必ずしも専門用語を駆使する必要はない。専門用語に相当する内容を日常用語で説明しても減点はなし。
- 回答にあたってなにを参照するのも自由。
  インターネットに接続可能な情報機器を含む電子機器の使用も可。
  ただし、音は出ない設定にしておくこと。
- 受講者同士のインターネットを利用したチャットは通常のカンニング同様禁止!!!
  見つけた際の処置は、大学の不正行為に関する規定に準拠します。
- 後の方の問題の回答が前の問題に依存する場合で、前の問題の答えが間違っている場合は、その間違った答えを前提として正しい推論をできていれば、後の方の問題には相応の点数をつける可能性があります。
  (ただし、例えば、前の答えの間違いによって利得状況などがあまりに大きく異なってしまって、後の問題が簡単になりすぎてしまう場合は、後の問題に部分点はつかない)

結婚市場におけるコミュニケーション戦略を以下の事例で検討する。
まず、関連記号を整理する。

$N = \{S(\text{sender}), R(\text{receiver})\}$ プレーヤーの集合

$T = \{H(\text{with love}), L(\text{not with love})\}$ S のタイプの集合

$p \in \Delta(T)$ T 上の確率分布

$A = \{Accept, Reject\}$ R の選択肢の集合

$u : T \times A \to \Re, v : T \times A \to \Re$ S, R それぞれの効用関数

S が R に求婚している。

p は、R が T を識別できない場合の事前確率である。R はモテて、のべつ幕なしに異性が言い寄ってきて、言い寄る異性の大半には誠実さがないことを考慮し、$p(H) = 0.1, p(L) = 0.9$ とする。

R は S のことを基本的には気に入っていて、S が R のことを深く愛している場合はプロポーズを受諾 Accept し、S の結婚動機が例えばカネ目当て等 R への愛によらない場合は拒否 Reject したいと考えているとする。S については、いずれのタイプについても、結婚できたほうが得であるとする。この利得状況を以下の (u, v) の双行列であらわす（通常の同時決定ゲームと異なり S のタイプについては、S の操作変数ではないことに注意 !)。

		A	
		Accept	Reject
T	H	10, 10	-2, -2
	L	3, -10	0, 0

Proposal game

上述の状況に関して、以下の問に答えよ。

1. $$u(H, Reject) < u(L, Reject),\ v(H, Reject) < v(L, Reject)$$

   である事情については、意図的に問題文での説明から省略してある。u, v それぞれこの事情の直感を自分なりに説明せよ。(正解はひと通りとは限らないので自由に説明を工夫してください)

2. T は R にとって不確実性である。意思決定主体の選択肢を行、不確実性を列として、proposal game に基づき R の不確実性下の一人意思決定問題 $\langle A, T, v\rangle$ を利得行列で示せ。

3. R の max-min 戦略を求めよ。

4. R のリスク下の意思決定問題 $\langle A, T, p, v\rangle$ における期待効用最大化の解を求めよ。

5. R がタイプ T について知ることの完全情報の価値の期待値 EVPI を求めよ。

6. p は問題文のまま固定し、利得を動かして EVPI の比較静学分析を行いたい。R にとっての EVPI がゼロになる条件を v に関する不等式で示せ。(数学が苦手な人には数値例でも部分点を与えます)
   この EVPI がゼロになる利得の特徴を、問題文を参考にして、簡単に自然言語で説明せよ。(解釈はひと通りとは限らないので、自由に説明を工夫してください)

7. S による「私はあなたを愛しています (= 私のタイプは H です)」という趣旨のプレー前のチープトークが自己識別でない理由を簡単に説明せよ。

8. p が不明な場合でチープトークしか使えない時の、max-min 基準での R の混合戦略によるリスクヘッジを考えたい。R の混合戦略が

$$\phi = (\phi(Accept), \phi(Reject)) = (\frac{1}{11}, \frac{10}{11}) \in \Delta(A)$$

である時、T の値が H, L それぞれの場合の ϕ に関する期待効用を求めよ。
混合戦略 $(\frac{1}{11}, \frac{10}{11})$ が混合戦略の範囲での max-min 戦略となることを簡単に説明せよ。

9. チープトークしか使えない場合の問 4 の最適解は、あるタイプのプレーヤー S とプレーヤー R の組について言えば社会的ジレンマ的状況（レモンの市場 or 逆選択）であると言える。u v の効用空間上の直積順序（パレート基準）を利用して、これを説明せよ。

10. チープトークがうまくいかないので、<u>問 10 – 13 では</u> コストをかけたシグナリングを考える。
proposal game に加えて、コストをかけたメッセージ空間として

$$M = \{P(\text{プレゼントあり}), NP\}$$

を加え、タイプ $t \in T$ ごとのコスト関数 $c_t : M \to \Re$ を

$$c_H(P) = c_L(P) = 5,\ c_H(NP) = c_L(NP) = 0$$

とする。
この新たなシグナリングゲームにおける S, R それぞれの利得 $U : T \times M \times A \to \Re, V : T \times M \times A \to \Re$ を

$$U(t, m, a) = u(t, a) - c_t(m), V(t, m, a) = v(t, a)$$

とするとき、シグナリング・ゲームの展開形（ゲームの木）を描け。

11. 分離均衡があれば、それをゲームの木の上に図示せよ。（カラーのペンや鉛筆があれば、これを利用するとわかりやすいかもしれない。黒の筆記用具しかない場合は図示の仕方を相応に工夫してください。）

12. 分離均衡では問 9 の社会的ジレンマが解消されていることを U V 効用空間上で説明せよ。

13. $c_t(NP) = 0$ は固定し、$c_t(P)$ を動かした比較静学分析を考えたい。分離均衡が存在する条件を不等式で示せ。

14. 現実世界では、チープトークやシグナリングの理論分析と異なり、チープトークで表現できそうな安いトークによる詐欺が横行している（騙そうとするのみならず、騙されてしまう人もいる）ように見える。この現象の説明の一つの候補として主観ゲームを挙げてみたい。
<u>再びコストをかける前の proposal game について考える。</u>
R が自分が非モテであると誤解しており、自分のことを好きになってくれる人はよほどマニアックな人のみに限定されると考えているとしよう。この状況をタイプ H 効用 u についてはそのままで、タイプ L についての効用 u についての誤解で表現し、効用の数値の誤解の背景の直感も簡単に説明せよ。数値によっては、u の誤解を含む R の主観ゲームが自己識別性を満たしてしまうことを議論せよ。