

現代経済の諸問題レポート課題 #4

出題日 11/4(火) 提出日 11/11(火)

1. 国連安全保障理事会における勝利提携全体 Ω について、中村ナンバー $N(\Omega)$ を求めなさい。
2. 投票者の集合が N 、勝利提携全体が $\Omega \subseteq 2^N$ である投票ゲームについて、①任意の $T_1, T_2, T_3 \in \Omega$ について $T_1 \cap T_2 \cap T_3 \neq \emptyset$ で、②ある $S_1, S_2, S_3, S_4 \in \Omega$ について $S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4 = \emptyset$ であるとする。
 - (1) 上記の条件①,②をみたすような $\Omega \subseteq 2^N$ の例を 1 つ挙げなさい。(投票者の人数は任意で構わない)
 - (2) 選択肢の集合 A が $A = \{x, y, z\}$ のとき、任意の選好組の下で投票ゲームのコアが非空になることを示しなさい。
 - (3) 選択肢の集合 A が $A = \{x, y, z, w\}$ のとき、投票ゲームのコアが空集合となるような選好組の例を 1 つ挙げなさい。
3. n, k は $n > k > \frac{n}{2}$ をみたす任意の自然数とする。投票者の集合が $N = \{1, \dots, n\}$ 、勝利提携全体が $\Omega = \{S \subseteq N \mid \#S \geq k\}$ で与えられているとしよう。
 - (1) 有限集合 N の任意の部分集合 $S, T \subseteq N$ について、 $\#(S \cap T) \geq \#S + \#T - \#N$ が成り立つことを示しなさい。
 - (2) 任意の $\Omega' \subseteq \Omega$ について、 $\#\bigcap_{S \in \Omega'} S \geq n - (n - k) \times \#\Omega'$ が成り立つことを示しなさい。
 - (3) 中村ナンバー $N(\Omega)$ を求めなさい。