化学第２中間試験問題

２０１２年１２月６日　担当　石川

注意：教科書、ノート参照不可。電卓、計算尺（関数電卓・グラフ電卓・プログラム電卓も）使用可。スマートフォン等の電卓機能は使用不可。電卓貸借禁。電卓を使わない場合には計算の有効桁数は1桁でよい。

0，以下の問題において、致命的な間違い（ワープロミスでなく、解答不能な状況になるもの、与えられた数値が常識的におかしいもの）を見付けた場合は、何が間違っているかを指摘するとともに、問題文を正しいと考える形態に修正し、修正した問題に対する解答を記せ。

１，2GHz 帯の携帯電話の電波に関する次の問に答えよ

(1) 使用されている電波の光子 1 個あたりのエネルギーを求めよ。

(2) 通信会社の Web によると、電話使用時に人体 1kg あたり、最大で 0.5W 程度の電磁波が人体に吸収される。携帯電話に近い側の人体 1kg に 1 秒間に吸収される光子数（の最大値）を求めよ。

(3) 光子の 1 個が分子量 602 のタンパク質に吸収されたとする。この時タンパク質の温度は最大で何度上昇するかを議論せよ。ただし、タンパク質の比熱は 1 程度であるとする。

2，電子線の回折のように、粒子の波動性が露わになる現象は通常は電子などの素粒子でしか観察されない。しかし、プランク定数が大きな世界があれば、日常的にも物質の波動性は観察される。プランク定数がどの程度の大きさであれば、我々の住む世界の日常的な場面で物質の波動性が観察されるかを、観察対象とする現象と、その現象に対して波動性が観察されるのに必要なプランク定数値の計算方法とあわせて示せ。

３、１次元の有限の深さの井戸型ポテンシャルを考える。井戸の幅は L で井戸の中心を座標の原点に取る物とする。井戸の内側ではポテンシャル V=0 で、井戸の外側では、$V>E_0$ であるものとする。ただし、E_0 は量子数 n=1 の最低エネルギー状態でのエネルギーである。

(1) 井戸の内側と外側のシュレディンガー方程式を記せ（難しく考えないでください）。

(2) 井戸の内側と外側の n=1 の状態の一般的な解を示せ。（方程式を解いて求める必要はない））

(3) 井戸の壁の部分における境界条件を記せ。

(4) n=1 の状態に対応する粒子は井戸に閉じ込められているか井戸から抜け出せるかを理由と共に記せ。

(5) 井戸の内側の波動関数の波長が 4L である時に、井戸の外側のポテンシャルの大きさを E_0 を単位として求めよ。

(6) (5) の答えで与えられるポテンシャルの時に n=2 の状態に対応する粒子は井戸に閉じ込められているか井戸から抜け出せるかを理由と共に記せ（この問には一意的な正解はないかもしれません）。

４，調和振動に関する次の問に答えよ。

(1)　ポテンシャルが無限大の井戸型ポテンシャル中の粒子のエネルギーは量子数 n の 2 乗に比例するのに、調和振動子のエネルギーは量子数 v の 1 次関数であるのは何故かを説明せよ。

(2)　質量 m=1kg のおもりがバネにつながっていて固有周期 6/(2 π) 秒、振幅（最も伸びた状態と縮んだ状態の差）0.2m で振動している。この状態の量子数 v を計算せよ。

裏面は参考資料。

$\hbar = 1.05\times10^{-34} JS$

$h = 6.63\times10^{-34} JS$

$c = 3.00\times10^{8} ms^{-1}$

$k_B = 1.38\times10^{-23} JK^{-1}$

$m_e = 9.11\times10^{-31} kg$

$m_p = 1.67\times10^{-27} kg$

$m_n = 1.67\times10^{-27} kg$

$N_A = 6.02\times10^{23} mol^{-1}$

$e = 1.60\times10^{-19} C$

$1cal = 4.2J$

$$E = mc^2$$

$$\lambda = h/p$$

$$E = h\nu$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\frac{\hbar}{i}\frac{d\psi}{dx} = p\psi$$

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2}\hbar$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\psi_v(y) = N_v H_v(y) e^{-\frac{y^2}{2}}$$

$$y = \frac{x}{\alpha} \qquad \alpha = \left(\frac{\hbar^2}{mk}\right)^{1/4}$$

$$H_v = (-y)^v e^{y^2} \frac{d^v}{dy^v}(e^{-y2})$$

$$N_v = \frac{1}{(\alpha\pi^{1/2}2^v v!)^{1/2}}$$

$$E = \left(v + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \qquad \omega = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$$