2014年度　論理回路理論　演習４　解答

1.Quine-McCluskey の方法を用いて、次の論理関数 $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ を NOT-AND-OR 形式で簡単化し、簡単化された論理式を示せ。ただし、簡単化された経緯 (グループ分けや包含図) も示すこと。

x_1	x_2	x_3	x_4	$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	*
0	0	1	1	1
0	1	0	0	*
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	*
1	0	0	0	*
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

解答 (配点：グループ分け 9 点、包含図 10 点、簡単化した論理式 6 点　計 25 点)

$p=0$	0	0	0	0	✓
$p=1$	0	0	1	0	✓
	0	1	0	0	✓
	1	0	0	0	✓
$p=2$	0	0	1	1	✓
	0	1	0	1	✓
	1	0	0	1	✓
	1	1	0	0	✓
$p=3$	0	1	1	1	✓
	1	0	1	1	✓
	1	1	0	1	✓
$p=4$	1	1	1	1	✓

$p=0$	0	0	-	0	
	0	-	0	0	✓
	-	0	0	0	✓
$p=1$	0	0	1	-	
	0	1	0	-	✓
	-	1	0	0	✓
	1	0	0	-	✓
	1	-	0	0	✓
$p=2$	0	-	1	1	✓
	-	0	1	1	✓
	0	1	-	1	✓
	-	1	0	1	✓
	1	0	-	1	✓
	1	-	0	1	✓
	1	1	0	-	✓
$p=3$	-	1	1	1	✓
	1	-	1	1	✓
	1	1	-	1	✓

$p=0$	-	-	0	0
$p=1$	-	1	0	-
	1	-	0	-
$p=2$	-	-	1	1
	-	1	-	1
	1	-	-	1

よって、包含図は以下のようになる。

	$\bar{x_1}\bar{x_2}\bar{x_3}\bar{x_4}$	$\bar{x_1}\bar{x_2}x_3x_4$	$\bar{x_1}x_2\bar{x_3}x_4$	$x_1\bar{x_2}\bar{x_3}x_4$	$x_1\bar{x_2}x_3x_4$	$x_1x_2\bar{x_3}\bar{x_4}$	$x_1x_2\bar{x_3}x_4$	$x_1x_2x_3x_4$
$\bar{x_1}\bar{x_2}\bar{x_4}$	◯							
$\bar{x_1}\bar{x_2}x_3$		◯						
$\bar{x_3}\bar{x_4}$	◯					◯		
$x_2\bar{x_3}$			◯			◯	◯	
$x_1\bar{x_3}$				◯		◯	◯	
x_3x_4		◯			◯			◯
x_2x_4			◯				◯	◯
x_1x_4				◯	◯		◯	◯

従って、論理関数 $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ は以下のように簡単化される。

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x_3}\bar{x_4} \vee x_2\bar{x_3} \vee x_3x_4 \vee x_1x_4$$

2.$F(x,y,z) = xyz \vee \bar{x}y \vee \bar{y}z \vee \bar{x}z$ を、双対関数 $F_d(x,y,z)$ を考えることにより、NOR ゲートだけを用いた 3 段の論理構成による回路図を以下の空欄を埋めることで示せ。

解答 (配点：真理値表 8 点、回路図 17 点※途中点含む　計 25 点)

x	y	z	$F(x,y,z)$	$F_d(x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

真理値表を用いて、双対関数 $F_d(x,y,z)$ のカルノ―図を書くと以下のようになる。

x＼yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	0

従って $F_d(x,y,z)$ は

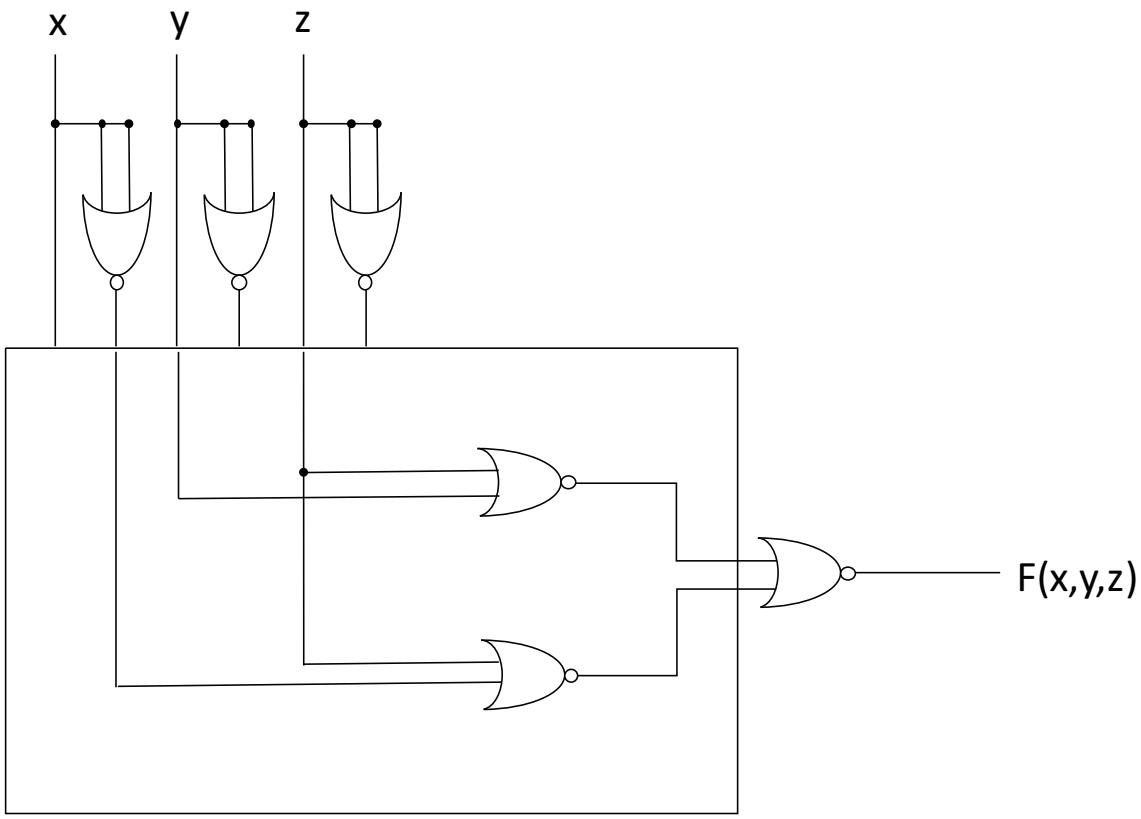
$$\begin{aligned} F_d(x,y,z) &= \bar{x}z \vee yz \\ &= \overline{\overline{\bar{x}z \vee yz}} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}z} \cdot \overline{yz}} \end{aligned}$$

となり NAND のみで表せるので、$F(x,y,z)$ は

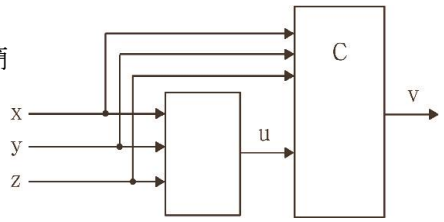
$$\begin{aligned} F(x,y,z) &= \overline{x\bar{z}} \cdot \overline{y\bar{z}} \\ &= (\bar{x} \vee z)(y \vee z) \\ &= \overline{\overline{(\bar{x} \vee z)(y \vee z)}} \\ &= \overline{(\overline{\bar{x} \vee z}) \vee (\overline{y \vee z})} \end{aligned}$$

となり、NOR のみで表せる。(NAND を NOR に置換しただけの構成となる)

以上より、回路図は



３．右の図において$u = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$ を実現している回路がすでにあるとき、$v = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}yz$となるように論理回路 C を追加して、NOT-AND-OR 形式で簡単化し、その簡単化された論理式を示せ。なお解答においては、下のカルノー図を利用せよ。



解答

xy \ zu	00	01	11	10
00	*	1	*	0
01	0	*	1	*
11	0	*	0	*
10	*	0	*	0

x	y	z	u	v
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

表に現れない (x, y, z, u)の組はドントケアとなる。これを(x, y, z, u)とvの真理値表とみなしてカルノー図を用いて簡略化すると、上図のようになる。これより、$v = \bar{x}u$となる。

４．右の表の２つの出力を個別に与える論理関数を、回路の一部を共有した回路で実現する。
以下のカルノー図と空欄を埋めることで手順を完成させよ。

x_3	x_2	x_1	y_2	y_1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	*
1	0	0	*	*
1	0	1	1	1
1	1	0	*	1
1	1	1	1	*

解答

まずy_2、y_1を出力する論理回路およびその共用回路を求めるためのカルノー図を構成する。

y_2

x3 \ x2 x1	00	01	11	10
0	1		1	1
1	*	1	1	*

y_1

x3 \ x2 x1	00	01	11	10
0		1	*	
1	*	1	*	1

y_2とy_1

x3 \ x2 x1	00	01	11	10
0			1	
1	*	1	1	1

以上より
共有回路の主項：

x_2x_1、x_3

y_2用回路の主項：

$\overline{x_1}$、x_2、x_3

y_1用回路の主項：

x_1、x_3

となる

次のページへ

これら主項とy_2、y_1が 1 となる場合に対応する極小項との間で包含図を作る。

	$\overline{x_3}\overline{x_2}\overline{x_1}$	$\overline{x_3}x_2\overline{x_1}$	$x_3\overline{x_2}x_1$	$\overline{x_3}x_2x_1$	$x_3x_2x_1$	$\overline{x_3}\overline{x_2}x_1$	$x_3\overline{x_2}x_1$	$x_3x_2\overline{x_1}$
$\overline{x_1}$	○	○						
x_2		○		○	○			
x_3			○		○			
x_1						○	○	
x_3							○	○
x_2x_1				○	○			
x_3		○	○	○			○	○

以上より共有する回路の主項を選ぶようにしながらy_2、y_1を出力する論理式を構成すると

y_2：

$$\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_2x_1$$

y_1：

$$x_1 \vee x_3 \vee x_2x_1$$

と書き表せる。