

2014年前期 無線通信システム

第5回 復調方式と誤り率特性

荒木 純道 <araki@mobile.ee.>
2014年5月21日

講義スケジュール(前半)

	日付	教科書	内容
第1回	4月9日	1、7	無線通信システムの概要 ～IEEE802.11WLANを例に～
第2回	4月16日	2、5、他	無線通信システムのモデルとフェージング
第3回	4月23日		電波伝搬の統計的性質
第4回	5月14日	3.3、3.4	デジタル変調と波形整形
第5回	5月21日	3.5	復調方式と誤り率特性
第6回	5月28日	3.5	符号間干渉と波形等化器
第7回	6月4日	4.3	中間試験

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

2

復習

■ デジタル変調

$$s(t) = s_I(t) + js_Q(t) = f(m(t))$$

- ・振幅変調
- ・位相変調
- ・周波数変調

データレート、電力効率、回路規模、ビット誤り率

■ 波形整形(帯域制限)

$$s_{BB}(t) = \int g_s(\tau) s(t-\tau) d\tau$$

- ・矩形パルス
- ・ナイキストパルス
- ・ガウスパルス

帯域幅、ビット誤り率

■ 直交アナログ変調

$$s_{RF}(t) = s_{BBI}(t) \cos(2\pi f_c t) - s_{BBQ}(t) \sin(2\pi f_c t)$$

搬送波周波数

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

3

講義内容

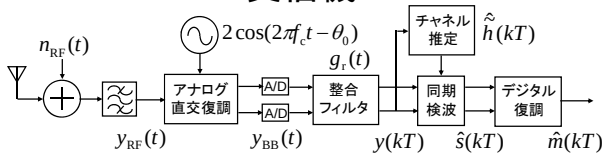
- ・受信機の構成
- ・アナログ直交復調
- ・整合フィルタ
- ・同期検波
- ・BPSK信号の誤り率特性
- ・その他の変調方式の誤り率特性
- ・フェージングチャネルにおける誤り率特性
- ・デモ

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

4

受信機



加法的雑音

電力増幅器で発生する熱雑音
+ 外来雑音

バンドパスフィルタ

所望周波数以外の干渉を除去

アナログ直交復調

高周波信号を低周波複素信号に変換

整合フィルタ

信号対雑音電力比 (SNR) を最大化

同期検波

伝搬路応答と発振器位相の補正

デジタル復調

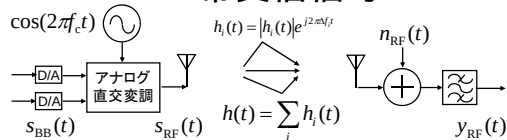
複素信号を情報信号に変換

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

5

RF帯受信信号



送信信号

$$s_{RF}(t) = r(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t)) = \text{Re}[s_{BB}(t) \exp(j2\pi f_c t)]$$

マルチパス伝搬路

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{RF}(t) &= \sum_i |h_i(t)| r(t) \cos(2\pi(f_c + \Delta f_i)t + \theta(t)) \\ &= \sum_i \text{Re}[|h_i(t)| \exp(j2\pi \Delta f_i t) s_{BB}(t) \exp(j2\pi f_c t)] \\ &= \text{Re}[h(t) s_{BB}(t) \exp(j2\pi f_c t)] \end{aligned}$$

受信信号

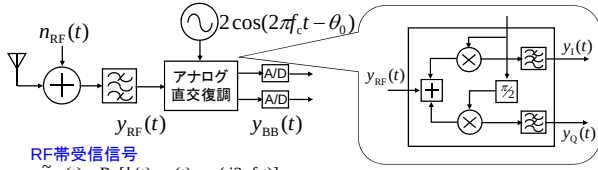
$$y_{RF}(t) = \text{Re}[h(t) s_{BB}(t) \exp(j2\pi f_c t)] + n_{RF}(t)$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

6

アナログ直交復調(1)

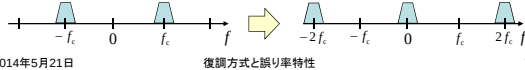


RF帯受信信号

$$\tilde{y}_{RF}(t) = \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j2\pi f_c t)]$$

アナログ直交復調(同相成分)

$$\begin{aligned}\tilde{y}_I(t) &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j2\pi f_c t)]2\cos(2\pi f_c t - \theta_0) \\ &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)]\{\cos(4\pi f_c t - \theta_0) + \cos(\theta_0)\} + \text{Im}[h(t)s_{BB}(t)]\{-\sin(4\pi f_c t - \theta_0) - \sin(\theta_0)\} \\ &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j4\pi f_c t)] + \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j\theta_0)]\end{aligned}$$

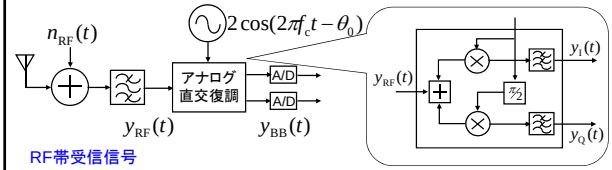


2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

7

アナログ直交復調(2)



RF帯受信信号

$$\tilde{y}_{RF}(t) = \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j2\pi f_c t)]$$

アナログ直交復調

$$\begin{aligned}\tilde{y}_I(t) &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j2\pi f_c t)]2\cos(2\pi f_c t - \theta_0) \\ &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j4\pi f_c t)] + \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j\theta_0)] \\ \tilde{y}_Q(t) &= \text{Re}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j2\pi f_c t)](-2\sin(2\pi f_c t - \theta_0)) \\ &= -\text{Im}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j4\pi f_c t)] + \text{Im}[h(t)s_{BB}(t)\exp(j\theta_0)]\end{aligned}$$

ローパスフィルタ

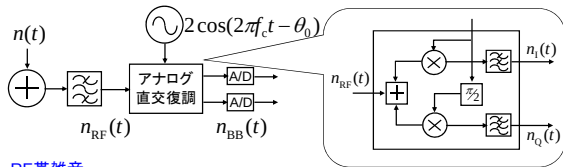
$$y_{BB}(t) = \text{Lpf}[\tilde{y}_I(t)] + j\text{Lpf}[\tilde{y}_Q(t)] = h(t)s_{BB}(t)\exp(j\theta_0) + n_{BB}(t)$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

8

雑音(1)



RF帯雑音

$$n_{RF}(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t - \theta_0) - n_Q(t)\sin(2\pi f_c t - \theta_0)$$

仮想的なI成分 仮想的なQ成分

BB帯雑音

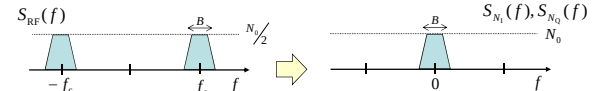
$$\begin{aligned}n_I(t) &= \text{Lpf}[n_{RF}(t)2\cos(2\pi f_c t - \theta_0)] \\ n_Q(t) &= \text{Lpf}[n_{RF}(t)(-2\sin(2\pi f_c t - \theta_0))] \\ n_{BB}(t) &= n_I(t) + jn_Q(t)\end{aligned}$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

9

雑音(2)



RF帯雑音

$$n_{RF}(t) = n_I(t)\cos(2\pi f_c t - \theta_0) - n_Q(t)\sin(2\pi f_c t - \theta_0)$$

BB帯雑音

$$n_{BB}(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$$

ローパスフィルタ後の雑音スペクトルと電力

雑音の時間相関 $R_N(\tau) \leftrightarrow$ 雑音のスペクトル $S_N(f)$

$$S_{N_I}(f) = S_{N_Q}(f) = |G(f)|^2 S_N(f)$$

$$P_{N_I} = P_{N_Q} = \int S_{N_{I+Q}}(f) df = BN_0 = E[|n_{I+Q}(t)|^2] = \sigma^2/2 \rightarrow P_N = P_{N_I} + P_{N_Q} = \sigma^2$$

RF帯雑音スペクトル

雑音のスペクトル密度

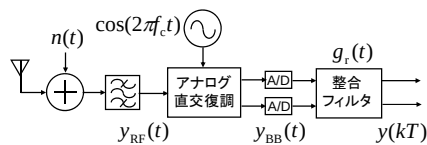
$$S_{RF}(f) = \frac{1}{4}(S_{N_I}(f - f_c) + S_{N_I}(f + f_c)) + \frac{1}{4}(S_{N_Q}(f - f_c) + S_{N_Q}(f + f_c))$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

10

整合フィルタ(1)



BB帯受信信号

$$y_{BB}(t) = h(t)s_{BB}(t)\exp(j\theta_0) + n_{BB}(t)$$

BB帯送信信号

$$s_{BB}(t) = g_s(t) \otimes s(t) = \sum_n a_n g_s(t - nT)$$

受信フィルタ出力

$$y(t) = g_s(t) \otimes y_{BB}(t) = g_s(t) \otimes g_s(t) \otimes s(t) + g_s(t) \otimes n_{BB}(t)$$

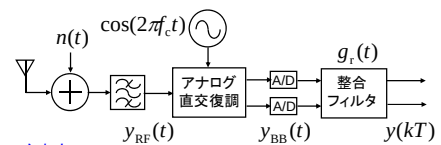
if $h(t) = \delta(t) \quad \theta_0 = 0$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

11

整合フィルタ(2)



受信フィルタ出力SNR

$$\gamma = \frac{|g(0)|^2}{E[|n(t)|^2]}$$

$$g(t) = g_s(t) \otimes g_s(t)$$

$$n(t) = g_s(t) \otimes n_{BB}(t)$$

周波数解析

送信と受信の統合パルス

信号電力

$$|g(0)|^2 = \left| \int G_s(f)G_s(f)df \right|^2$$

雑音電力

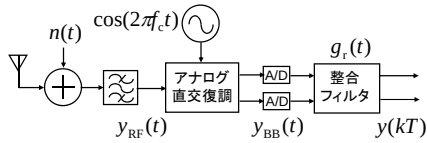
$$E[|n(t)|^2] = 2N_0 \int |G_s(f)|^2 df = \sigma^2$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

12

整合フィルタ(3)



Schwarzの不等式

$$|g(0)|^2 = \left| \int G_s(f) G_r(f) df \right|^2 \leq \int |G_s(f)|^2 df \int |G_r(f)|^2 df$$

整合フィルタ(SNR最大)

$$G_r(f) = (G_s(f))^* \quad g_r(t) = g_s(-t)$$

最大SNR

統合パルスのエネルギー

$$\gamma = \frac{|g(0)|^2}{E[|n(t)|^2]} \leq \frac{1}{2N_0} \int |G_s(f)|^2 df = \frac{E_s}{2N_0} = \frac{P_s T_s}{2N_0} = \frac{P_s}{2N_0 B} = \frac{P_s}{\sigma^2}$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

13

復調方式の種類

受信信号

$$y(t) = h(t)s(t) \exp(j\theta_0) + n(t)$$

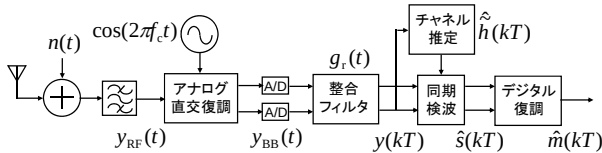
検波方式	送信方式	受信方式
包絡線	ASK	$\hat{s}(k) = \frac{ y(k) }{ h(t) }$
相関検波	FSK	$\left \int y(t) \exp(j\pi\Delta f t) dt \right \geq \left \int y(t) \exp(-j\pi\Delta f t) dt \right $
遅延検波	差動変調 $\tilde{\theta}(k) = \theta(k) - \theta(k-1)$	$\hat{s}(k) = \frac{y(k)}{y(k-1)}$
同期検波	PSK, QAM, MSK	$\hat{s}(t) = \frac{y(t)}{h(t) \exp(j\theta_0)}$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

14

同期検波+デジタル復調



整合フィルタ出力信号

$$y(t) = g(t) \otimes h(t) s(t) \exp(j\theta_0) + g_r(t) \otimes n_{BB}(t)$$

$$y(k) = h(k) s(k) \exp(j\theta_0) + n(k)$$

同期検波

$$\hat{h}(k) = h(k) \exp(j\theta_0)$$

$$\hat{s}(k) = y(k) / \hat{h}(k)$$

デジタル復調

$$\hat{m}(k) = f^{-1}(\hat{s}(k)) \quad \text{for each modulation method of ASK, PSK, FSK}$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

15

チャネル推定

整合フィルタ出力信号

$$y(k) = \hat{h}(k) s_{TR}(k) + n(k)$$

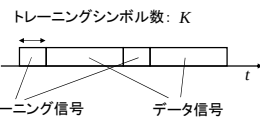
トレーニング信号

チャネル推定

$$\hat{h}(k) = y(k) / s_{TR}(k)$$

$$\hat{h} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{h}(k)$$

送信フレーム構成



2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

16

BPSK信号の誤り率特性

同期検波出力信号

$$\begin{aligned} \hat{s}(kT) &= y(kT) / \hat{h} \\ &= s(kT) + n(kT) / \hat{h} \end{aligned}$$

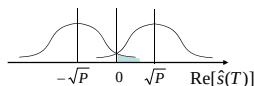
送信電力 分散 $\sigma^2 / |h|^2$ の複素ガウス分布

$$E[|s(k)|^2] = P$$

BPSK信号のビット誤り率

$$P_{eb} = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma^2 / |h|^2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(x + \sqrt{P})^2}{\sigma^2 / |h|^2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P|h|^2}{\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma})$$



誤差補関数

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-z^2) dz$$

受信SNR

$$\gamma = \frac{P|h|^2}{\sigma^2}$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

17

QPSK信号の誤り率特性

同期検波出力信号

$$\begin{aligned} \hat{s}(kT) &= y(kT) / \hat{h} \\ &= s_1(kT) + js_0(kT) + n(kT) / \hat{h} \end{aligned}$$

送信電力

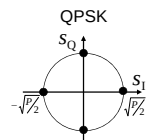
$$E[|s_1(k)|^2] = E[|s_0(k)|^2] = P/2$$

ビット誤り率

$$P_{eb} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P|h|^2}{2\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma})$$

シンボル誤り率

$$P_{es} = 1 - \frac{(1 - P_{eb})^2 + P_{eb}^2}{2} = 2P_{eb} - P_{eb}^2 \approx 2P_{eb}$$



ビット当りの受信SNR

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

18

QAM信号の誤り率特性

シンボル誤り率

$$P_{es} = 1 - (1 - P_{el})^M \approx 2P_{el} = 2P_{eq}$$

$$P_{el} = \left(\frac{\sqrt{M}-2}{\sqrt{M}} \right) \times 2P_{eb}^{\text{BPSK}} + \left(\frac{2}{\sqrt{M}} \right) \times P_{eb}^{\text{BPSK}}$$

中心 両端

$$= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b |h|^2}{\sigma^2}} \right)$$

送信平均電力

$$P = 2 \left(\frac{2E_0}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{\sqrt{M}/2} (2i-1)^2 \right) = \frac{2(M-1)E_0}{3}$$

ビット誤り率

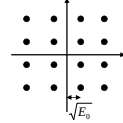
$$P_{eb} \approx \frac{1}{\log_2 M} P_{es} \quad \text{シンボル誤りは1ビット誤りに相当}$$

2014年5月21日

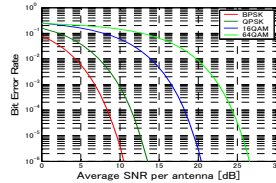
復調方式と誤り率特性

19

16QAM



ビット誤り率特性



MSKの誤り率特性

同期検波出力信号

$$\hat{s}(kT) = s(kT) + \frac{n(kT)}{\hat{h}}$$

MSK変調信号

$$s(kT) = \exp(j\theta(kT))$$

$$\theta(kT) = \pi\Delta f T a_k + \theta((k-1)T)$$

$$\theta(kT) = \pi a_k / 2 + \theta((k-1)T)$$

MSK信号のビット誤り率

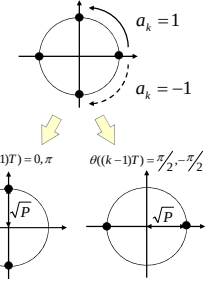
$$P_{eb} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{P|h|^2}{\sigma^2}} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma})$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

20

コンスタレーション



フェージング伝搬路における誤り率

ビット誤り率特性

$$P_{eb}(\gamma) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma}) \quad \gamma = \frac{P|h|^2}{\sigma^2}$$

レイリーフェージングチャネル

$$f(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \quad \bar{\gamma} = E \left[\frac{P|h(t)|^2}{\sigma^2} \right]$$

平均誤り率特性

$$\bar{P}_{eb}(\bar{\gamma}) = \int P_{eb}(\gamma) f(\gamma) d\gamma$$

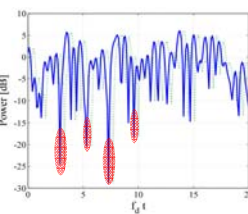
$$= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}} \right) \approx \frac{0.25}{\bar{\gamma}}$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

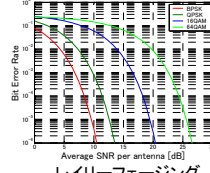
21

フェージング変動特性

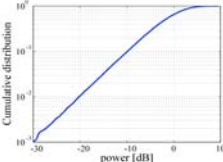


フェージング伝搬路における誤り率

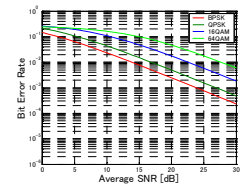
ビット誤り率特性



レイリーフェージング



平均ビット誤り率特性



2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

22

まとめ

■ 直交アナログ復調・整合フィルタ

$$\tilde{y}_{\text{RF}}(t) = \text{Re}[h(t)s_{\text{BB}}(t)\exp(j2\pi f_c t)] \rightarrow y_{\text{BB}}(t) = h(t)s_{\text{BB}}(t)\exp(j\theta_0) + n_{\text{BB}}(t)$$

$$y(t) = g(t) \otimes h(t)s(t)\exp(j\theta_0) + g_s(t) \otimes n_{\text{BB}}(t)$$

■ チャネル推定・同期検波

$$\tilde{h}(k) = h(k)\exp(j\theta_0)$$

$$\tilde{h} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y(k) / s_{\text{TB}}(k) \rightarrow \hat{s}(k) = y(k) / \tilde{h}(k) = s(k) + n(k) / \tilde{h}(k)$$

■ BPSK信号の誤り率特性

$$P_{eb} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{P|h|^2}{\sigma^2}} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma})$$

■ フェージング伝搬路における誤り率特性

$$\bar{P}_{eb}(\bar{\gamma}) = \int P_{eb}(\gamma) f(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}} \right) \quad \bar{\gamma} = E \left[\frac{P|h(t)|^2}{\sigma^2} \right]$$

2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

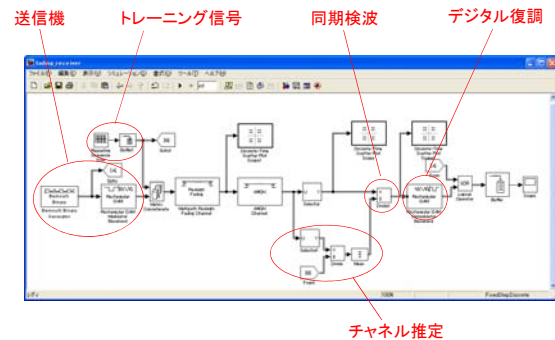
23

ナイキスト整合フィルタ

$$g(t) = g_s(t) \otimes g_s(t) = g_s(-t) \otimes g_s(t)$$

$$g(0) = \int G(f) df = 1 \quad \int |G_s(f)|^2 df = 1$$

デモ



2014年5月21日

復調方式と誤り率特性

24