第 14 回講義メモ

第 12 回に発振の条件 $\boxed{Im\left[AF(j\omega)\right]=0 \qquad Re\left[AF(j\omega)\right]\geq 1 \text{なら発振する}}$ を述べた。
逆に言えば、ループ利得 $AF(j\omega)$ がこの条件を満たせば発振器が作れる。今回は発振器の話をしよう。
ただし、発振状態では $Re\left[AF(j\omega)\right]=1$ となる。
これは発振開始時は $Re\left[AF(j\omega)\right]\geq 1$ でも、振幅が大きく成るに従い、g_m などが低下し、利得が下がり、$Re\left[AF(j\omega)\right]=1$ でバランスするからである。小信号利得が充分の大きな場合でも、電源電圧による制限で振幅は有限となり、利得が制限される。

いま三つの極,
$\omega_{p1},\omega_{p2},\omega_{p3}$ を持った増幅器を考えよう。

$$AF(j\omega)=\frac{A_0}{(1+\frac{j\omega}{\omega_{p1}})(1+\frac{j\omega}{\omega_{p2}})(1+\frac{j\omega}{\omega_{p3}})}$$

として、負帰還であり $A_0<0$ とした場合でも発振するか見よう。
$\omega >> \omega_{p1}$ のとき、

$$AF(j\omega)\simeq\frac{A_0}{\frac{j\omega}{\omega_{p1}}(1+\frac{j\omega}{\omega_{p2}})(1+\frac{j\omega}{\omega_{p3}})}=\frac{A_0}{\frac{j\omega}{\omega_{p1}}(1+j\omega(\frac{1}{\omega_{p2}}+\frac{1}{\omega_{p3}})-\frac{\omega^2}{\omega_{p2}\omega_{p3}})}$$

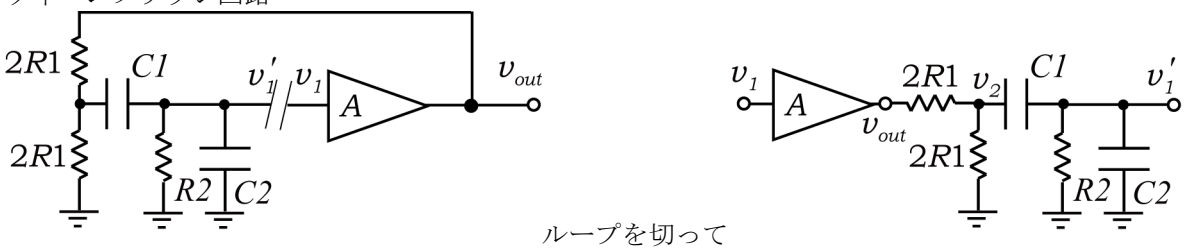
$Im\left[AF(j\omega)\right]=0$ になるには、分母の虚数が 0 ならばよいので、$\frac{j\omega}{\omega_{p1}}\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_{p2}\omega_{p3}}\right)=0$

$\therefore \omega_0=0,\pm\sqrt{\omega_{p2}\omega_{p3}}$ ただし、$\omega_0=0,-\sqrt{\omega_{p2}\omega_{p3}}$ は不適なので、$\omega_0=\sqrt{\omega_{p2}\omega_{p3}}$ のとき
もともと負帰還で-180 度位相が遅れていたが、周波数特性で-180 度位相が計-360 度遅れて正帰還になり、発振する可能性がある。このとき

$$AF(j\omega_0)\simeq\frac{A_0}{\frac{j\omega_0}{\omega_{p1}}(j\omega_0(\frac{1}{\omega_{p2}}+\frac{1}{\omega_{p3}}))}=-\frac{A_0\omega_{p1}}{\omega_{p2}+\omega_{p3}}$$

これが 1　を超えれば発振する。

ウィーンブリッジ回路



ループを切って

(ここで 2R になっているのは別解のため)
ループ利得を求める為に、いま増幅器は入力インピーダンス無限を仮定しているので、その直前で切ってループ利得を求める。$AF(j\omega)=\frac{v_1'}{v_1}$ を求める。

ここで $v_{out}=kv_1$　$\dfrac{v_{out}-v_2}{2R_1}-\dfrac{v_2}{2R_1}=j\omega C_1(v_2-v_1')$　$j\omega C_1(v_2-v_1')=\left(\dfrac{1}{R_2}+j\omega C_2\right)v_1'$

$\dfrac{kv_1}{2R_1}=\left(\dfrac{1}{R_1}+j\omega C_1\right)v_2-j\omega C_1v_1'$　　$j\omega C_1v_2=\left(\dfrac{1}{R_2}+j\omega C_2+j\omega C_1\right)v_1'$　なので

$$\frac{kv_1}{2R_1}=\left\{\left(\frac{1}{R_1}+j\omega C_1\right)\left(\frac{1}{j\omega C_1R_2}+\frac{C_2}{C_1}+1\right)-j\omega C_1\right\}v_1'$$

$$\frac{kv_1}{2}=\left\{(1+j\omega C_1R_1)\left(\frac{1}{j\omega C_1R_2}+\frac{C_2}{C_1}+1\right)-j\omega C_1R_1\right\}v_1'$$

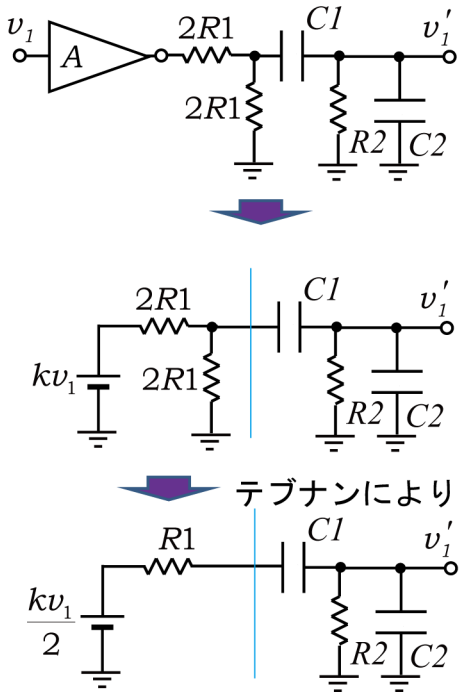
$$AF(j\omega)=\frac{v_1'}{v_1}=\frac{k}{2}\frac{1}{(1+j\omega C_1R_1)\left(\dfrac{1}{j\omega C_1R_2}+\dfrac{C_2}{C_1}+1\right)-j\omega C_1R_1}=\frac{k}{2}\frac{1}{\dfrac{1}{j\omega C_1R_2}+\dfrac{C_2}{C_1}+1+\dfrac{R_1}{R_2}+j\omega C_2R_1}$$

$Im[AF(j\omega)]=0$ のとき、$\dfrac{1}{j\omega C_1R_2}+j\omega C_2R_1=0$　よって $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{C_1R_2C_2R_1}}$

このとき $AF(j\omega_0)=\dfrac{k}{2}\dfrac{1}{\dfrac{C_2}{C_1}+1+\dfrac{R_1}{R_2}}\geq 1$ が発振には必要。従って $k\geq 2\left(1+\dfrac{C_2}{C_1}+\dfrac{R_1}{R_2}\right)$

ここで、$C_2=C_1, R_2=R_1$ とすると、$\omega_0=\dfrac{1}{C_1R_1}$　$k\geq 6$　が条件となる。

別解



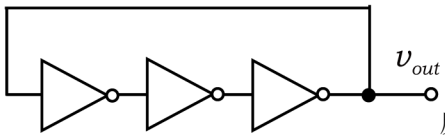
上の様に考えた後、テブナンの定理で電圧源 1 つと抵抗 1 つ（開放時の電圧の大きさ $\dfrac{kv_1}{2}$ の電圧源、電圧源短絡時のインピーダンス R）で置き換え得て、そのあと

$$AF(j\omega)=\frac{v_1'}{v_1}=\frac{k}{2}\frac{\dfrac{1}{j\omega C_2+\dfrac{1}{R_2}}}{R_1+\dfrac{1}{j\omega C_1}+\dfrac{1}{j\omega C_2+\dfrac{1}{R_2}}}=\frac{k}{2}\frac{1}{R_1\left(j\omega C_2+\dfrac{1}{R_2}\right)+\dfrac{1}{j\omega C_1}\left(j\omega C_2+\dfrac{1}{R_2}\right)+1}$$

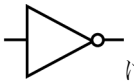
$$=\frac{k}{2}\frac{1}{j\omega C_2R_1+\dfrac{R_1}{R_2}+\dfrac{1}{j\omega C_1R_2}+\dfrac{C_2}{C_1}+1}$$

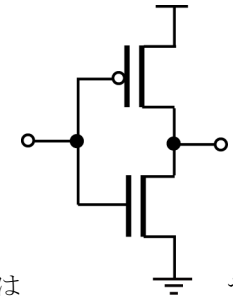
とでる。

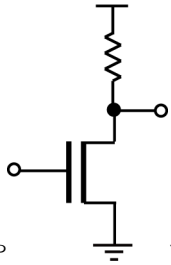
リング発振器(インバーターチェイン)



反転増幅器を奇数段繋いだもの。最も一般的な発振器

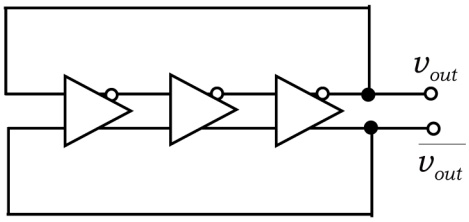

は


や

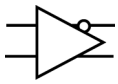

で構成されるが、CMOS 型が今は一番多い。

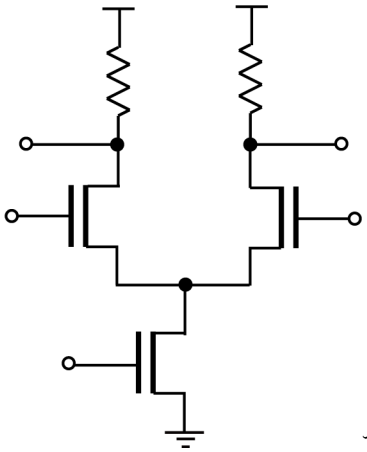
もともと-180 度×3＝-540 度ひっくり返っているから、一段で-60 度ずつ進むところまで周波数が高くなるところで-720 度になれば、$Im\left[AF(j\omega)\right]=0 \quad Re\left[AF(j\omega)\right]\geq 1$を満たし発振する。

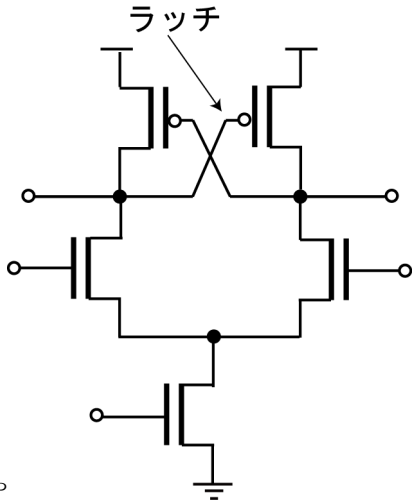
なお、差動リング発振器は



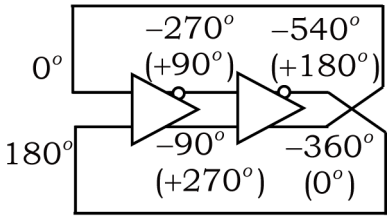
と構成できる。


は


や



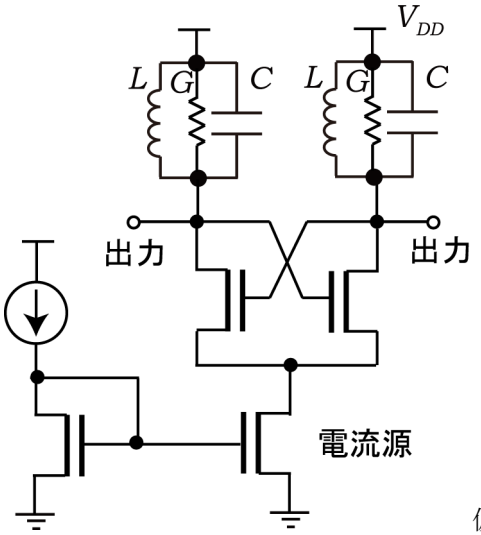
とすればよいが、奇数段だけでなく、

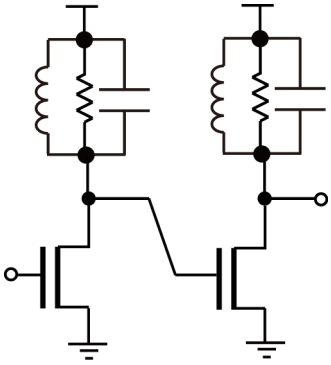


とクロスさせれば偶数段でも発振できる柔軟性を持つ。
（このときは、一段で-270 度まで回る周波数で発振する。骨格ボード図では最大-270 度までしか回らないが、実際には C_{dg} やゲート抵抗の効果でそれよりすこし多く回れる。）

なぜ正帰還では駄目か？　全ての周波数で発振条件を満たすことは望ましくない。
必要な周波数だけがよい。偶数段では、DC から不定（フリップフロップの記憶と呼んでも良い）になってしまう。

LC 発振器
ここでの LC 発振器は LC クロスカップル型発振器である。広義には後でしめすコルピッツもハートレイも LC 発振器だが、通例 LC 発振器と言えばクロスカップル型をさす。



仮想接地してループを切ると


G は損失となるので、本当は無い方がよいが、インダクタやキャパシタの Q 値は有限であり、G がつく。

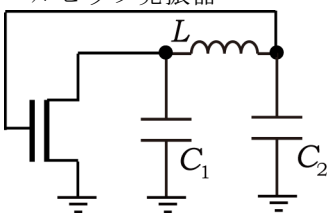
$$AF(j\omega)=\left\{\frac{-g_m}{\frac{1}{j\omega L}+j\omega C+G}\right\}^2=\left\{\frac{-jg_m\omega L}{1-\omega^2LC+j\omega LG}\right\}^2$$

$$=\frac{-g_m^2\omega^2L^2}{\left(1-\omega^2LC\right)^2-\omega^2L^2G^2+2j\omega LG\left(1-\omega^2LC\right)}$$

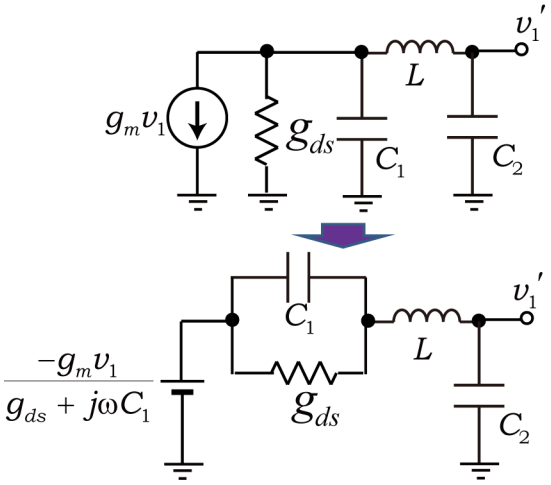
$Im\left[AF(j\omega)\right]=0$ になるには、分母の虚数が 0 ならばよいので、$\omega LG\left(1-\omega^2LC\right)=0$　$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

このとき，$Re[AF(j\omega_0)]=\dfrac{-g_m^2\omega^2L^2}{\left(1-\omega^2LC\right)^2-\omega^2L^2G^2}=\dfrac{g_m^2}{G^2}\geq 1$ ならば発振する。$g_m\geq G$ が条件

コルピッツ発振器



トランジスタ１個でも良い（バイアスや電源を省略しているので注意）
テブナンの定理で書き換えて、



$$AF(j\omega)=\left(\frac{\dfrac{1}{j\omega C_2}}{\dfrac{1}{g_{ds}+j\omega C_1}+j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C_2}}\right)\frac{-g_m}{g_{ds}+j\omega C_1}=\left(\frac{1}{\dfrac{j\omega C_2}{g_{ds}+j\omega C_1}-\omega^2 LC_2+1}\right)\frac{-g_m}{g_{ds}+j\omega C_1}$$

$$=\frac{-g_m}{j\omega C_2-\omega^2 LC_2 g_{ds}-j\omega^3 LC_1C_2+g_{ds}+j\omega C_1}=\frac{-g_m}{g_{ds}(1-\omega^2 LC_2)+j\omega(C_2+C_1-\omega^2 LC_1C_2)}$$

$Im\left[AF(j\omega)\right]=0$ になるには、$C_2+C_1-\omega^2 LC_1C_2=0$　$\omega_0=\sqrt{\dfrac{C_2+C_1}{LC_1C_2}}$

$$Re[AF(j\omega_0)]=\frac{-g_m}{g_{ds}(1-\omega_0{}^2 LC_2)}=\frac{-g_m}{g_{ds}(1-\dfrac{C_2+C_1}{LC_1C_2}LC_2)}$$

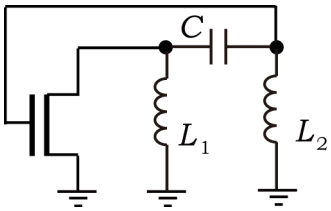
このとき，

$$=\frac{-g_m}{g_{ds}(1-\dfrac{C_2+C_1}{C_1})}=\frac{g_mC_1}{g_{ds}C_2}\geq 1$$

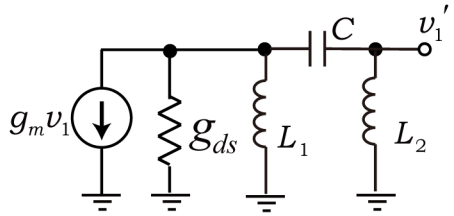
ならば発振する。

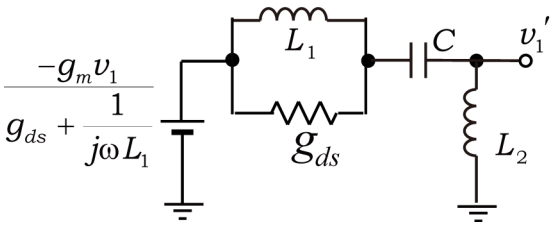
$g_m\geq g_{ds}\dfrac{C_2}{C_1}$ が条件

ハートレイ発振器
コルピッツ発振器は、二つのコンデンサと一つのインダクタで共振器を兼ねた帰還回路を作ったが、二つのコイルと一つのコンデンサでも良い。



（バイアスや電源を省略しているので注意）
ハートレイは、コイルの中間からタップをとれた時代には用いられたが、集積回路ではインダクタが二つになり，面積が大きく成りなすいので、あまり用いられない。
テブナンの定理で書き換えて、





$$AF(j\omega)=\left(\frac{j\omega L_2}{\dfrac{1}{g_{ds}+\dfrac{1}{j\omega L_1}}+\dfrac{1}{j\omega C}+j\omega L_2}\right)\frac{-g_m}{g_{ds}+\dfrac{1}{j\omega L_1}}=\frac{-g_m j\omega L_2}{1+\dfrac{g_{ds}}{j\omega C}-\dfrac{1}{\omega^2 CL_1}+jg_{ds}\omega L_2+\dfrac{L_2}{L_1}}$$

$Im\left[AF(j\omega)\right]=0$ になるには、$1-\dfrac{1}{\omega^2 CL_1}+\dfrac{L_2}{L_1}=0$　$\omega_0=\sqrt{\dfrac{L_1}{L_1+L_2}\dfrac{1}{CL_1}}=\dfrac{1}{\sqrt{C\left(L_1+L_2\right)}}$

このとき，

$$Re[AF(j\omega_0)]=\frac{-g_m\omega L_2}{g_{ds}\omega L_2-\dfrac{g_{ds}}{\omega C}}=\frac{g_m}{g_{ds}}\frac{-1}{1-\dfrac{1}{\omega^2 CL_2}}=\frac{g_m}{g_{ds}}\frac{-1}{1-\dfrac{C\left(L_1+L_2\right)}{CL_2}}=\frac{g_m}{g_{ds}}\frac{-1}{-\dfrac{L_1}{L_2}}=\frac{g_m L_2}{g_{ds}L_1}\geq 1$$

ならば発振する。$g_m\geq g_{ds}\dfrac{L_1}{L_2}$ が条件