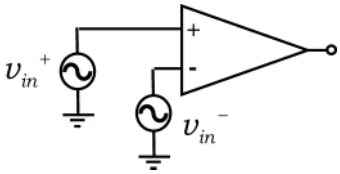
第 13 回講義メモ

今回はオペアンプ（演算増幅器）についての説明を行う。差動増幅器に帰還を組み合わせて回路に応用する。まず差動増幅器を、演算増幅器として扱うために理想化して見る。



ここで $v_{out} = A_d\left(v_{in}^{+} - v_{in}^{-}\right) + A_c\left(\dfrac{v_{in}^{+} + v_{in}^{-}}{2}\right)$　　A_d は差動利得、A_c は同相利得

同相除去比　$CMRR = \dfrac{A_d}{A_c}$　である。

差動増幅器の時との定義の違いは、差動利得については $v_{out} = v_{out}^{+} - v_{out}^{-}$ とすれば同じだが、同相利得側では $v_{out} = \dfrac{v_{out}^{+} + v_{out}^{-}}{2}$　と定義されているところに違いがある。

差動成分、$v_d = v_{in}^{+} - v_{in}^{-}$　同相成分 $v_c = \dfrac{v_{in}^{+} + v_{in}^{-}}{2}$　とすれば $v_{in}^{+} = \dfrac{v_d}{2} + v_c$　$v_{in}^{-} = -\dfrac{v_d}{2} + v_c$　とも書ける。

これ以降は、理想的な条件として、$A_c = 0$ として扱う。つまり、$v_{out} = A_d\left(v_{in}^{+} - v_{in}^{-}\right)$

理想的なオペアンプ

$A_c = 0$　$A_d \to \infty$　$CMRR \to \infty$

入力インピーダンス　∞　（$i = 0$　v は任意）　入力端子に電流が流れ込まない。

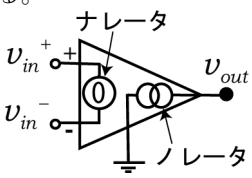
出力インピーダンス　0　（i は任意　$v_{out} = A_d\left(v_{in}^{+} - v_{in}^{-}\right)$　）

いかなる出力負荷を繋いでも、v_{out}　は変化しない。

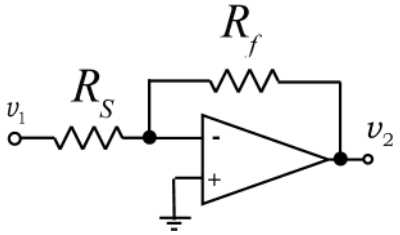
これらを仮想的な素子である

ナレータ（両端の電圧ゼロ、電流もゼロ）・ノレータ（両端の電圧・電流が任意）

を使って回路を描くときもある。



例題 1　反転増幅器



$G = \dfrac{v_2}{v_1}$　を求めよう。　ただし、$A_d \to \infty$

$\dfrac{v_1 - v_{in}^{-}}{R_s} = \dfrac{v_{in}^{-} - v_2}{R_f}$　$v_{in}^{+} = 0$　$v_{out} = A_d\left(v_{in}^{+} - v_{in}^{-}\right) = v_2$　から

$R_f\left(v_1 - v_{in}^-\right) = R_s\left(v_{in}^- - v_2\right)$　$R_s v_2 - (R_f + R_s)v_{in}^- = -R_f v_1$　$(R_s + \dfrac{R_f + R_s}{A_d})v_2 = -R_f v_1$

$G = \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{-R_f}{R_s + \dfrac{R_f + R_s}{A_d}}$　$A_d \to \infty$　なので、$G = -\dfrac{R_f}{R_s}$　R_f と R_s の比で決まる。

→　相対精度は高いので、利得は決めうる。A_d は、無限大といかないまでも、高ければ高い方がよい。

$v_{in}^+ - v_{in}^- = \dfrac{v_{out}}{A_d}$　　v_{out} は有限の電位となるので、$A_d \to \infty$ のとき、$v_{in}^+ - v_{in}^- \to 0$ となる。

つまり、$v_{in}^+ \to v_{in}^-$ となる。これを”仮想短絡”と呼ぶ。

帰還が有ると、v_{out} が有限の値に落ち着くには、$v_{in}^+ = v_{in}^-$ に落ち着くと言っても良い。

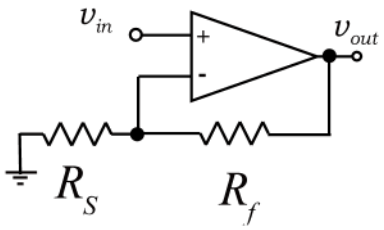
別解　$v_{in}^+ = v_{in}^-$ の条件（ただし、$v_{in}^+ - v_{in}^-$ 間には電流は流れない。）を使うと、

$v_{in}^+ = 0$　の式から、$v_{in}^- = 0$ となり、$\dfrac{v_1 - v_{in}^-}{R_s} = \dfrac{v_{in}^- - v_2}{R_f}$ は $\dfrac{v_1}{R_s} = \dfrac{-v_2}{R_f}$ となり、$G = -\dfrac{R_f}{R_s}$ が簡単にでる。

ここで帰還が掛かっているのが v_{in}^- 側である意味を考えよう。

例えば v_1 が当初の値から少しだけマイナスにずれたとしよう。抵抗分割はされているが、v_{in}^- も v_{in}^+ からすこしだけマイナス側にずれる筈である。すると v_{out} は大きくなる。従って、R_s と R_f で帰還がかかっているので、v_{in}^- を大きくするようになって元に戻る。したがって、マイナス側である v_{in}^- に帰還が繋がっているから負帰還となり、うまく動作していることが判る。v_{in}^+ 側だと正帰還となり、値が落ち着かない。

例題２　非反転増幅器　（あくまで帰還は v_{in}^- に掛かっている）



$G = \dfrac{v_{out}}{v_{in}^+}$　を求めよう。　ただし、$A_d \to \infty$

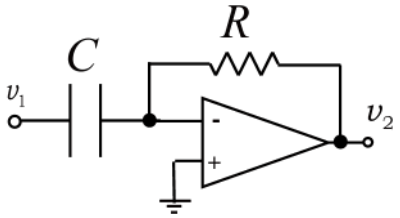
$v_{out} = A_d\left(v_{in}^+ - v_{in}^-\right)$　から $v_{in}^- = v_{in}^+ - \dfrac{v_{out}}{A_d}$　　$\dfrac{v_{in}^-}{R_s} = \dfrac{v_{out} - v_{in}^-}{R_f}$　から

$R_f v_{in}^- = R_s\left(v_{out} - v_{in}^-\right)$　　$v_{out} = \dfrac{R_f + R_s}{R_s}v_{in}^- = \dfrac{R_f + R_s}{R_s}\left(v_{in}^+ - \dfrac{v_{out}}{A_d}\right)$

$v_{out}(1 + \dfrac{R_f + R_s}{R_s A_d}) = \dfrac{R_f + R_s}{R_s}v_{in}^+$　$G = \dfrac{v_{out}}{v_{in}^+} = \dfrac{\dfrac{R_f + R_s}{R_s}}{1 + \dfrac{R_f + R_s}{R_s A_d}}$　これは $A_d \to \infty$ で $G = \dfrac{v_{out}}{v_{in}^+} = \dfrac{R_f + R_s}{R_s}$

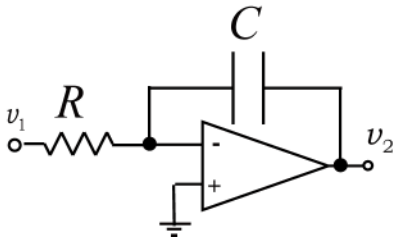
別解　$v_{in}{}^{+} = v_{in}{}^{-}$　$v_{out} = \dfrac{R_f + R_s}{R_s} v_{in}{}^{-}$　$G = \dfrac{v_{out}}{v_{in}{}^{+}} = \dfrac{R_f + R_s}{R_s}$

例題 3
微分回路



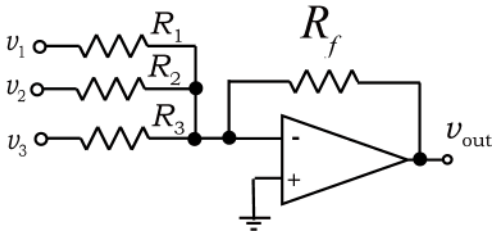
$$\frac{v_2}{R} = -j\omega C v_1 \qquad G = \frac{v_2}{v_1} = -j\omega CR \qquad j\omega \Rightarrow \frac{d}{d\tau}$$

積分回路



$$j\omega C v_2 = -\frac{v_1}{R} \qquad G = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{1}{j\omega CR}$$

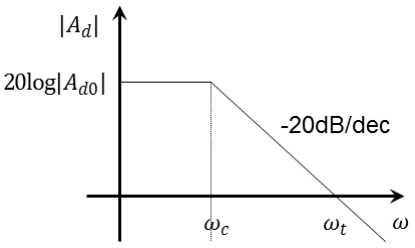
加算回路



$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} = -\frac{v_{out}}{R_f} \qquad v_{out} = -R_f(G_1 v_1 + G_2 v_2 + G_3 v_3)$$

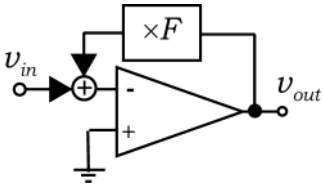
ただし、$G_n = 1/R_n$ である。

A_d が有限で、周波数特性を持つ場合　$A_d = \dfrac{A_{d0}}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}$



ω_c　遮断周波数（極であり、いままでの ω_1 などと同じ。平坦な部分から-3dB 利得がダウンしている。）

$\omega_t = A_{do}\omega_c$　利得帯域幅積（GBW）

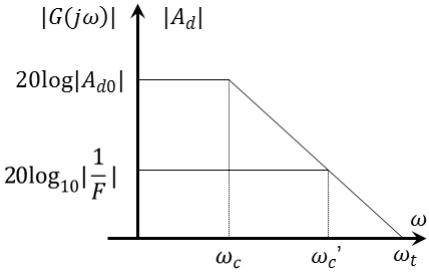


$$v_{out} = A_d\left(v_{in}^{+} - v_{in}^{-}\right) \qquad v_{in}^{-} = v_{in} + Fv_{out} \qquad v_{in}^{+} = 0$$

$$v_{out} = -A_d v_{in}^{-} \qquad v_{in} = v_{in}^{-} - Fv_{out} = \left(1 + A_d F\right)v_{in}^{-}$$

$$G(j\omega) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{A_d}{1 + A_d F} = -\frac{\dfrac{A_{d0}}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}}{1 + \dfrac{A_{d0}F}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}} = -\frac{A_{d0}}{A_{d0}F + 1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

$$\simeq -\frac{A_{d0}}{A_{d0}F + \dfrac{j\omega}{\omega_c}} = -\frac{1}{F}\frac{1}{1 + \dfrac{j\omega}{A_{d0}F\omega_c}}$$



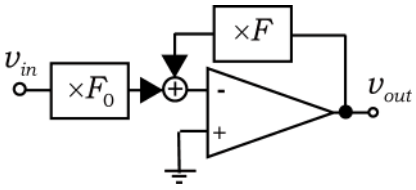
利得は$\left|A_{d0}\right| \Rightarrow \left|\dfrac{1}{F}\right|$と落ちる。

遮断周波数は$\omega_c' = A_{d0}F\omega_c = F\omega_t$　と伸びる。

利得帯域幅　$\omega_t' = \dfrac{1}{F}\omega_c' = A_{d0}\omega_c = \omega_t$ と変わらない。

一般形②

さて、先に示したように、入力側に抵抗 R_s、入出力間にインピーダンスを入れて、帰還していた。この抵抗により、入力信号が減衰し、利得帯域幅が劣化する。入力信号の減衰分を F_0 としよう。



$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

$$v_{in}^{-} = F_0 v_{in} + Fv_{out} \qquad v_{out} = -A_d v_{in}^{-} \qquad \text{よって}\ v_{in} = \frac{v_{in}^{-} - Fv_{out}}{F_0} = \frac{1 + A_d F}{F_0}v_{in}^{-}$$

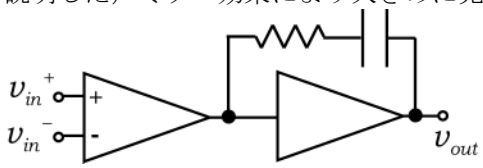
$$G(j\omega)=\frac{v_{out}}{v_{in}}=-\frac{A_dF_0}{1+A_dF}=-\frac{\dfrac{A_{d0}}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}F_0}{1+\dfrac{A_{d0}F}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}}=-\frac{A_{d0}F_0}{A_{d0}F+1+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

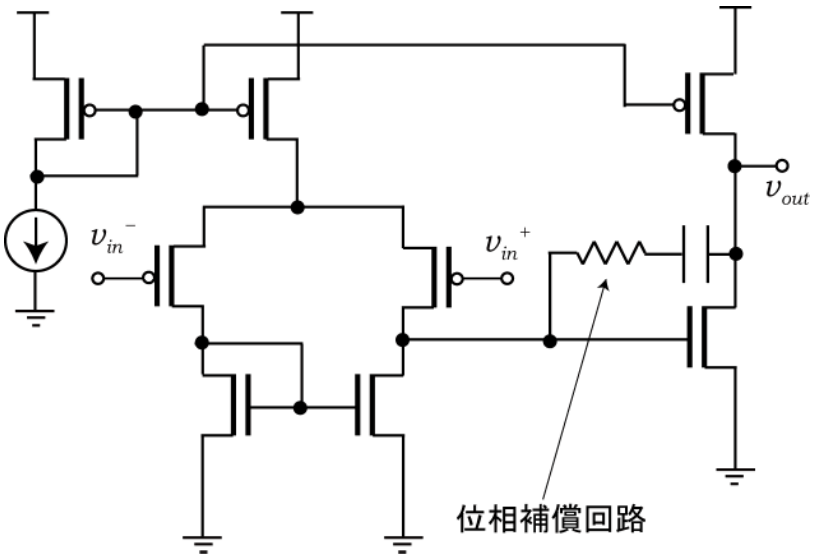
$$\simeq-\frac{A_{d0}F_0}{A_{d0}F+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}=-\frac{F_0}{F}\frac{1}{1+\dfrac{j\omega}{A_{d0}F\omega_c}}$$

なので、利得は$G_0=-\dfrac{F_0}{F}$、遮断周波数は$\omega_c{}'=A_{d0}F\omega_c$　　利得帯域幅　$\omega_t{}'=|G_0|\omega_c{}'=A_{d0}F_0\omega_c$ であり、F_0分だけ素のオペアンプより利得帯域幅が劣化する。$\omega_c{}'=\dfrac{F}{F_0}\omega_t{}'$とも書ける。

さてF_0であるが、$v_{in}^{-}=F_0v_{in}+Fv_{out}$となっているので、もしも入力とオペアンプの間に抵抗R_sがあり、かつ入出力間に抵抗 R_fがあるとすれば、入力インピーダンスは出力短絡で考えるので R_s+R_fであり、$R_f/(R_s+R_f)$がF_0となる。

オペアンプの内部だが、利得を高くする/振幅をとる為に二段アンプになっているのが普通である。しかし、二段アンプは位相によっては発振してしまうので、位相補償回路を入れている。位相補償回路は、単なる LPF でも良いのだが、ここでは C を入出力間に繋げて、比較的小さな容量でも（第 7 回で説明した）ミラー効果により大きめに見える様になっている。

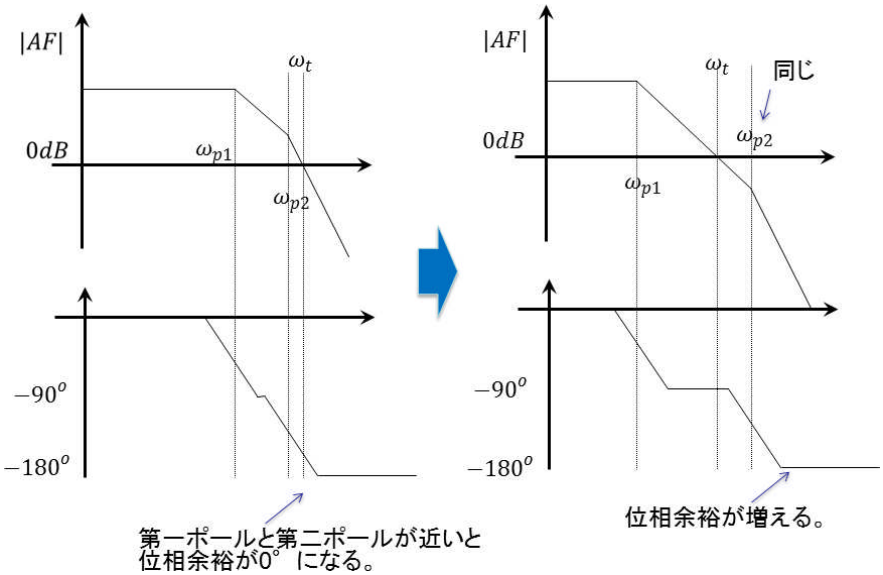




ここで位相補償効果がおこなうのは　、次の二つが考えられる。

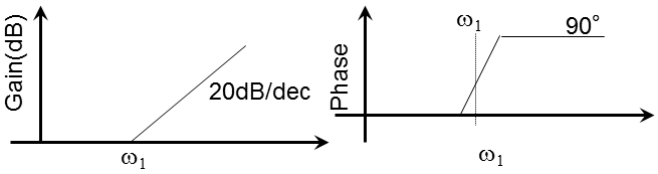
1　ポールスプリッティング

低域利得が非常に高いと、二つの極を超したあとでも利得が 1 を超えてしまうことがある。そこで、（コンデンサの容量を大きくして）片方の極を下げて、二つの極を通り越す前に、利得 を 1 以下にして位相余裕を増やす。



２．ポールゼロキャンセル

第 6 回にやったように伝達関数が $G(\omega)=1+j\dfrac{\omega}{\omega_1}$ （零点である）ならば



となる。

CR で帰還をかけると、このような零点がでてくる。この零点で極をキャンセルできる。
式でかくと

$$G(\omega)=\frac{A_0\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_z}\right)}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}$$ としたときに、$\omega_z=\omega_{p1}$ とすれば $G(\omega)=\dfrac{A_0}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)}$ となり、

位相は-90 度までしかいかず発振しない。
（バラツキがあるとキャンセル仕切れない場合があるので、注意しよう。）