平成26年度前期東京工業大学学部講義

電子デバイス

Electron Devices

Supplement (1)［講義資料（１）の補足］

Kazuya Masu
Director, ICE Cube Center
Frontier Research Center
Precision and Intelligence Laboratory
Dept. Electronics and Applied Physics

益　一　哉
異種機能集積研究センター
ソリューション研究機構
精密工学研究所
大学院・物理電子システム創造専攻

Tel & Fax: 045-924-5010 Email: masu@ieee.org,
http://masu-www.pi.titech.ac.jp/~masu/index-j.html

Green ICE Tokyo Tech Information Communication Energy
Semiconductor Solution Research

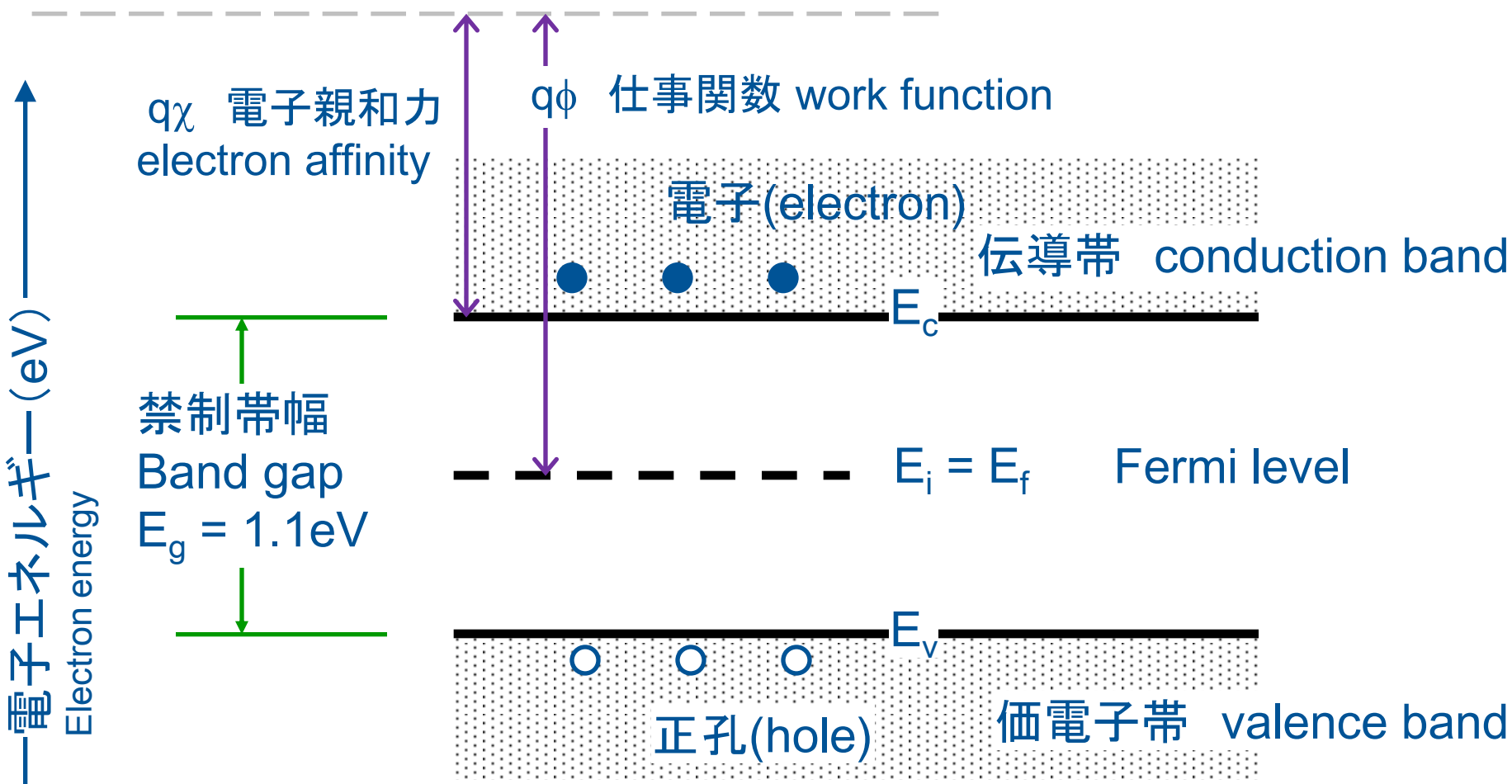
TOKYO TECH Pursuing Excellence

参考資料(1)　pn接合

1. pn接合　拡散電位の求め方(1)
2. pn接合　拡散電位の求め方(2)
3. 仮定(2)の詳細説明 「Pn接合を介して、Boltzmannの関係が成立する」
4. pn接合電流電圧特性の導出(①～⑤)
5. pn接合:空乏層領域での電位変化(①～③)

半導体のエネルギーバンド図（真性半導体）

Energy band diagram, intrinsic semiconductor



真性半導体（intrinsic semiconductor）

- No doping. Fermi level is located at the center of forbidden band.
- The electron density is equal to the hole density, and is $n_i = 1.5\times10^{10}$ cm^{-3} @300K

Energy band diagram (1)

J & E
TOKYO TECH
Pursuing Excellence

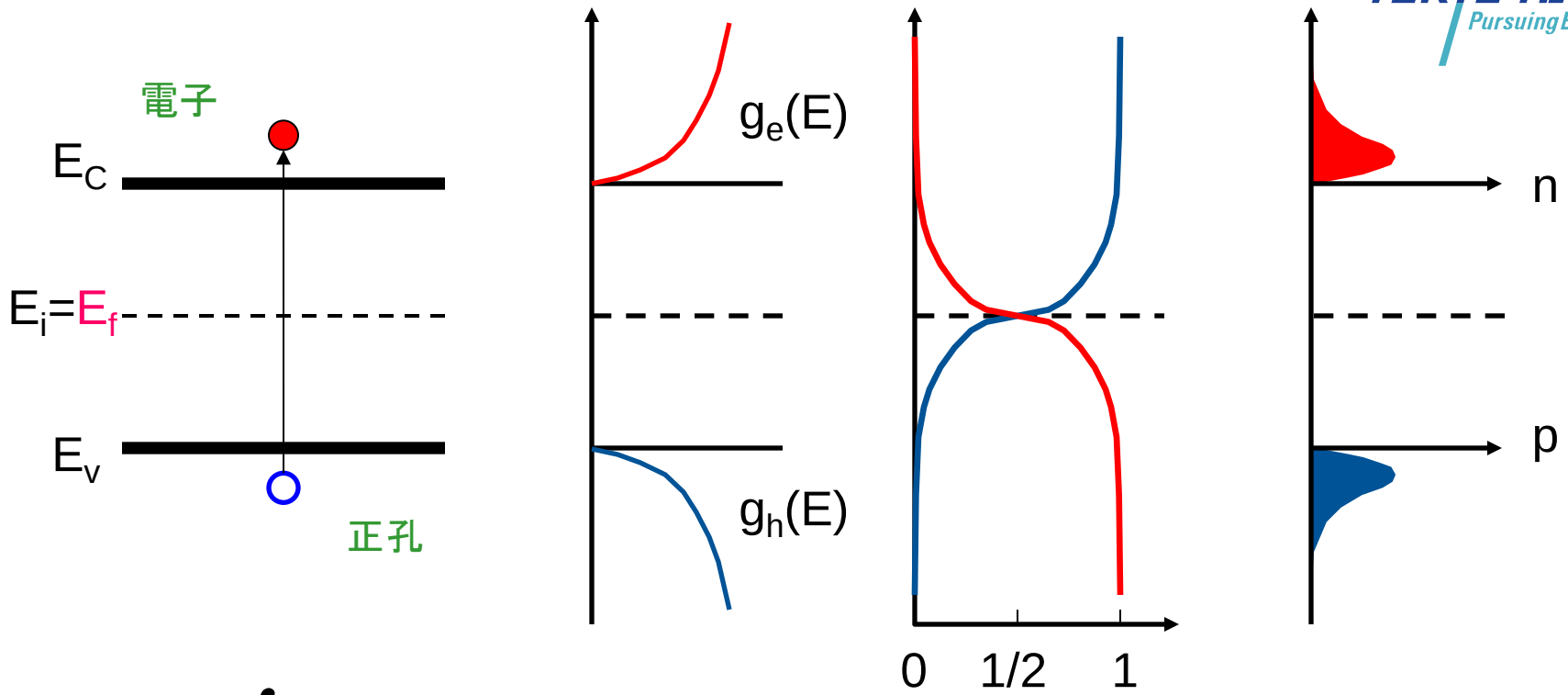
- バンド図の縦軸は、電子エネルギーである。電子デバイス動作を議論するとき、バンド図の横軸は距離を表していることが多い。さて、縦軸の電子エネルギーの基準はどこにあるだろうか。真空準位（Vacuum level）が基準である。真空準位にある電子は何の力を受けない。一般には、宇宙の彼方であるといえるだろう。
- The vertical axis of the energy band diagram is electron energy. In the description of device operation, the horizontal axis of the energy band is length. By the way, where is the reference level of the energy band? The reference is the vacuum level. Electrons at the vacuum level is not affected by any forces. The vacuum level may exist at far-off the universe.
- 真空準位に電子が存在するとして、その電子は止まっているのだろうか？　相対論を考えると難しくなりそうであるが、古典運動方程式 $m\ddot{x} = F = 0$ から考えると、$\dot{x} \neq 0$ であるから等速運動をしていても良いこととなる。
- If the electron exists at vacuum level, is the electron moving or not? Ignoring the theory of relativity, from the classical motion equation $m\ddot{x} = F = 0$ gives $\dot{x} \neq 0$. This means that the electron permitted to be uniform motion.

Energy band diagram (2)

J & E
TOKYO TECH
Pursuing Excellence

- 固体中の電子エネルギーは真空準位より低いということは、何を意味しているのだろうか？　真空準位に存在するよりも固体内の電子の方が安定しているということを意味してる。
- When the electron in solid, the electron energy is lower then the vacuume level. What is this meaning? This means that the electron in the solid is more stable than electron at the vacuum level.
- 電子親和力は、真空準位から伝導帯の底までのエネルギー差である。真空準位にある電子を固体には取り込まれたときに、位置するエネルギー準位である。シリコンというように材料を限定すると、ドーピング量などにより電子親和力は変化しない。
- The electron affinity is the energy difference between the vacuum level and the bottom of the conduction band. If the electron penetrates the solid, the electron exist at the bottom of the conduction band. The electron affinity is inherent value of the solid, and independent of the doping concentration.
- 仕事関数は、固体中の電子を固体外に取り出すときに必要となるエネルギーである。
- The work function is the energy that is required to deduct the electron in the solid to the vacuum level.

キャリア密度（真性半導体）



電子密度= $\int$(状態密度)×(分布関数)

$$n = \int_{E_c}^{\infty} g_e(E)\cdot f(E)\,dE$$

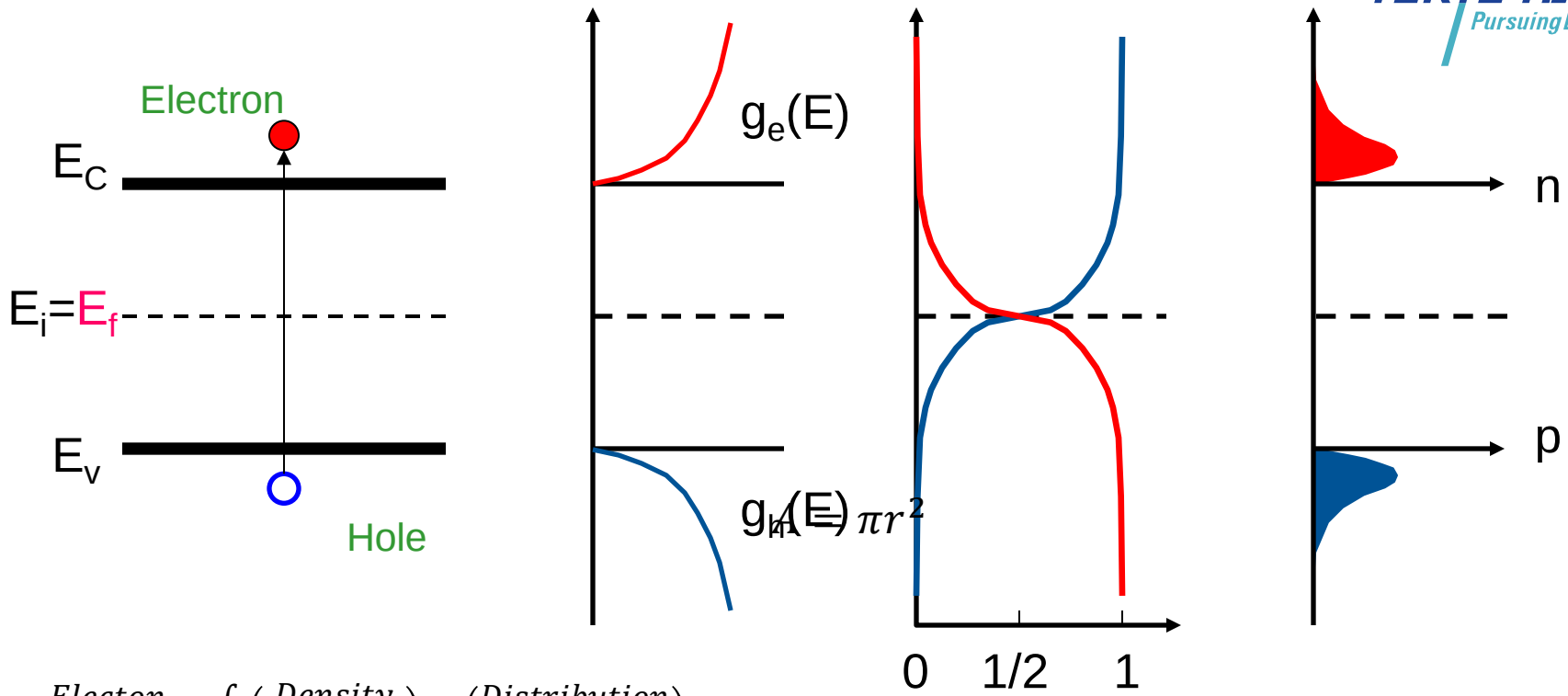
ここで、 $g_e(E) = (4\pi/h^3)(2m_e)^{3/2}(E-E_c)^{1/2}$

$$f(E) = \frac{1}{1+\exp\{(E-E_f)/kT\}}$$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

$$p = N_v \cdot \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

Carrier density for intrinsic semiconductor



$$\text{Electon Density} = \int \begin{pmatrix}\text{Density}\\ \text{of states}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Distribution}\\ \text{function}\end{pmatrix}$$

$$n = \int_{E_c}^{\infty} g_e(E) \cdot f(E)\, dE$$

$$\text{where} \quad g_e(E) = \left(4\pi/h^3\right)\left(2m_e\right)^{3/2}\left(E - E_c\right)^{1/2}$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left\{\left(E - E_f\right)/kT\right\}}$$

$$\mathbf{n = N_c \cdot exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)}$$

$$\mathbf{p = N_v \cdot exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)}$$

キャリア密度　Carrier density

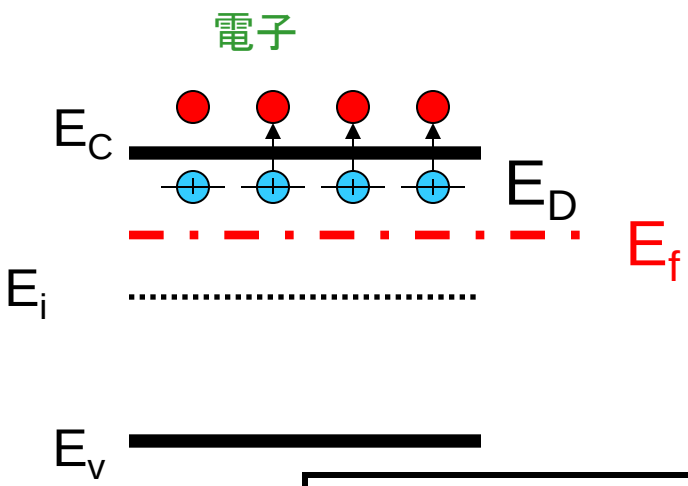
- 電子密度は、電子の状態密度とフェルミ分布の積を積分することで求めることができる。状態密度は電子が存在することのできる椅子の数と思えばよい。フェルミ分布は、椅子が存在したときにそこに電子が存在する確率である。
- The electron density is derived the integral of the product of density-of-state and Fermi distribution function. The density-of-state is the number of chairs for electron, and the Fermi distribution function is the probability that electrons can exist at the chairs. The hole density is derived by the same manner.

$$n = N_c\, exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \cdots (1), \qquad p = N_v\, exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right) \cdots (2)$$

- Product of Eq (1) and (2) gives $$np = N_c N_v exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right) = N_c N_v exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \cdots (3)$$
- For the intrinsic semiconductor, $n = p = n_i$. n_i is called the intrinsic carrier density (真性キャリア密度).
- The intrinsic carrier density is $$n_i = \sqrt{N_c N_v}\ exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \cdots (4)$$
- The know intrinsic carrier density at room temperature is $n_i = 1.5 \times 10^{10}\ [cm^{-3}]$. This value is a little bit different from the value calculated by Eq. (4).

フェルミ準位（n形半導体とp形半導体）

TOKYO TECH Pursuing Excellence



ドナーイオンから電子を供給

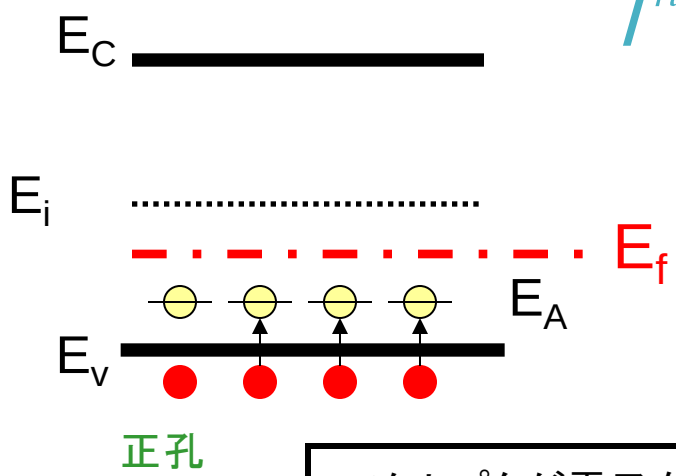
多数キャリア → 電子

少数キャリア → 正孔

$$n \approx N_D$$

$$p \approx \frac{n_i^2}{N_D} \qquad \because np = n_i^2$$

$$E_f = E_i + \frac{kT}{q} \cdot \log_e \frac{N_D}{n_i}$$



アクセプタが電子をトラップ

多数キャリア → 正孔

少数キャリア → 電子

$$p \approx N_A$$

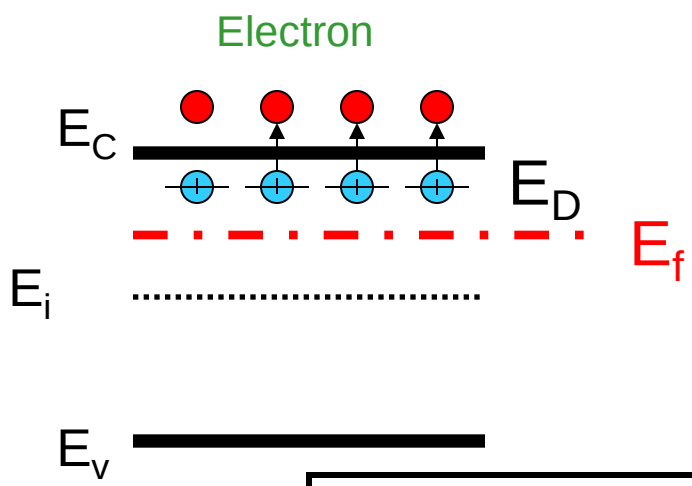
$$n \approx \frac{n_i^2}{N_A} \qquad \because np = n_i^2$$

$$E_f = E_i - \frac{kT}{q} \cdot \log_e \frac{N_A}{n_i}$$

Kazuyai Masu

Fermi levels of n and p-type semiconductors

TOKYO TECH Pursuing Excellence



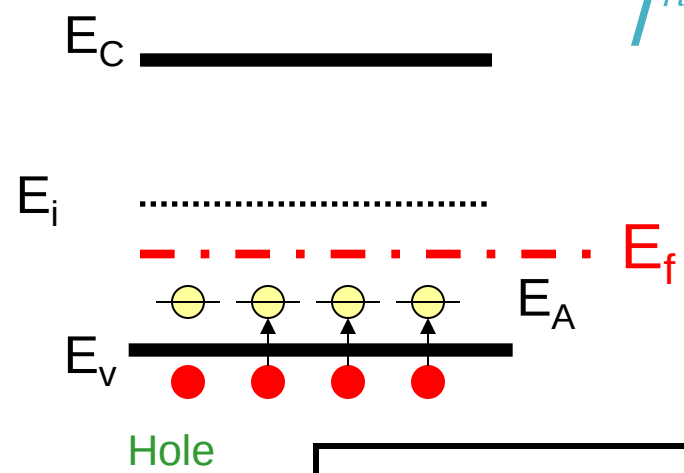
$$n \approx N_D$$

Electrons is supplied from donor atoms.

majority carrier → electron
minority carrier → hole

$$p \approx \frac{n_i^2}{N_D} \qquad \because np = n_i^2$$

$$E_f = E_i + \frac{kT}{q} \cdot \log_e \frac{N_D}{n_i}$$



$$p \approx N_A$$

Acceptor atoms trap electrons.

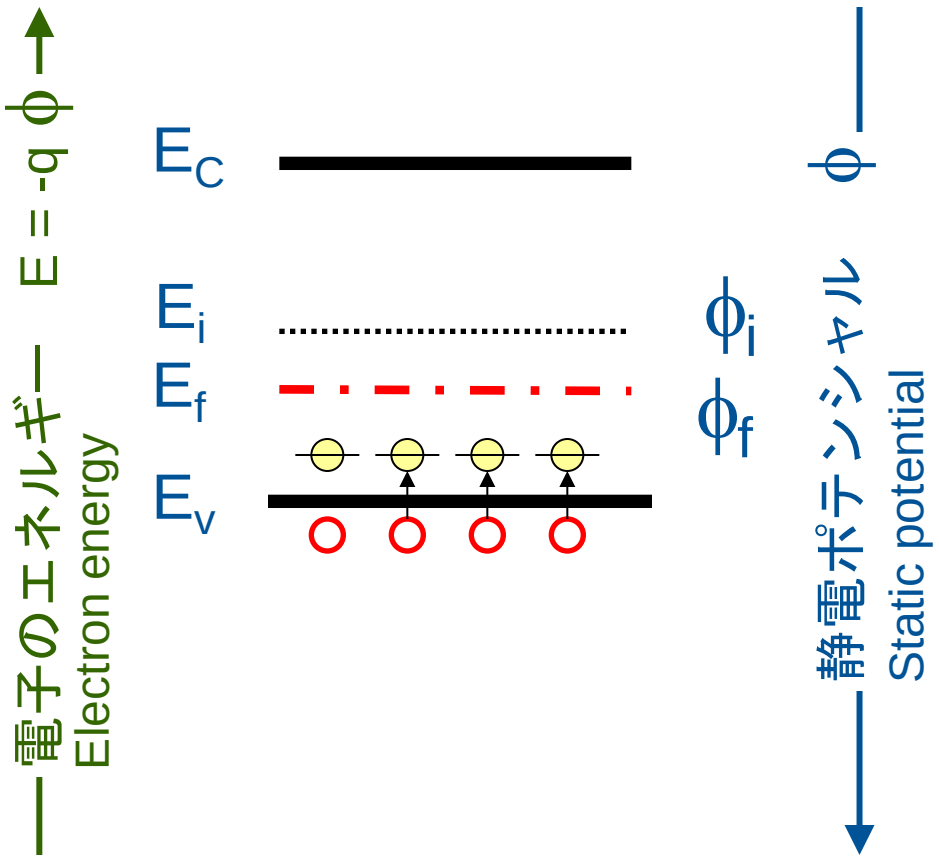
majority carrier → hole
minority carrier → electron

$$n \approx \frac{n_i^2}{N_A} \qquad \because np = n_i^2$$

$$E_f = E_i - \frac{kT}{q} \cdot \log_e \frac{N_A}{n_i}$$

Kazuyai Masu

Carrier density using static potential



$$\boxed{E = -q\,\phi}$$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_i}{kT}\right) \times \exp\left(-\frac{E_i - E_f}{kT}\right)$$

$$= n_i \exp\left(-\frac{-\phi_i + \phi_f}{kT/q}\right)$$

$$= n_i \exp\left(-\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right)$$

同様に、$p = n_i \exp\left(\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right)$

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

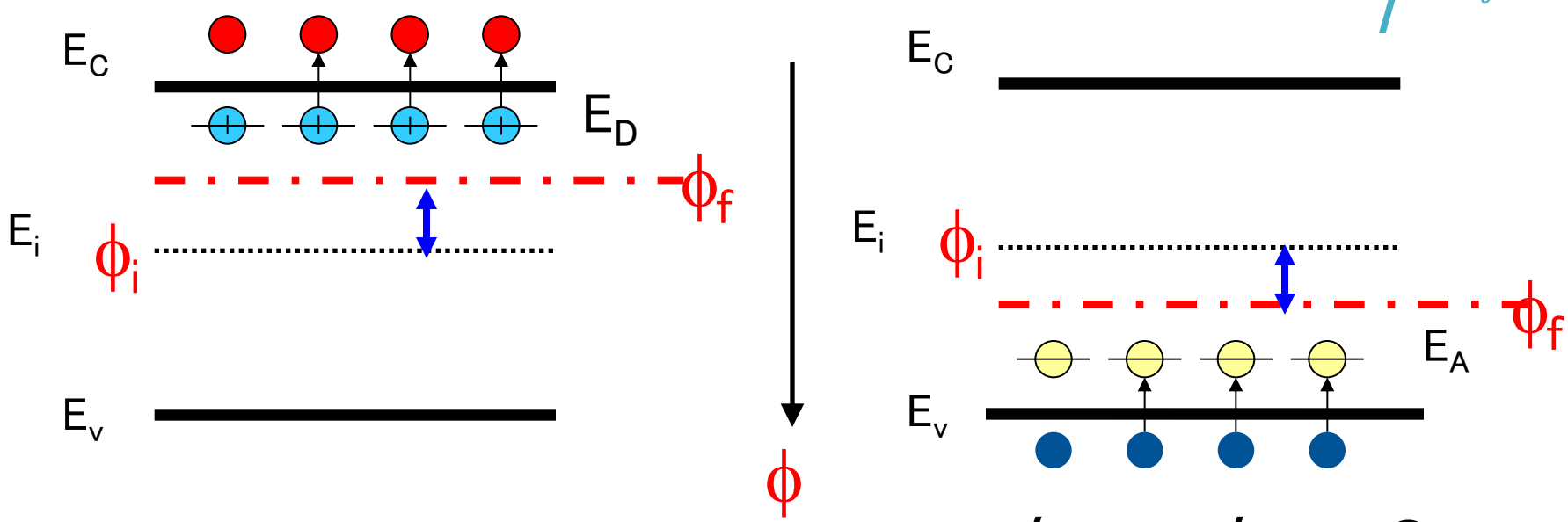
$$n = \boxed{N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_i}{kT}\right)} \times \boxed{\exp\left(-\frac{E_i - E_f}{kT}\right)}$$

$$= n_i \boxed{\exp\left(-\frac{-\phi_i + \phi_f}{kT/q}\right)} = n_i \exp\left(-\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{2kT}\right) = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_i}{kT}\right)$$

if $N_c = N_v$

静電ポテンシャル Static potential



$$\phi_f - \phi_i < 0$$

$$\phi_f - \phi_i > 0$$

$$n = n_i \exp\left(-\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right) > n_i$$

$$n = n_i \exp\left(-\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right) < n_i$$

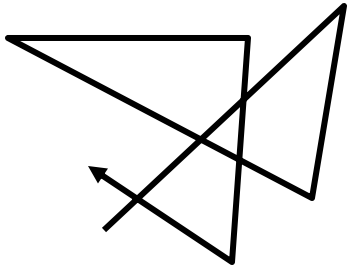
$$p = n_i \exp\left(+\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right) < n_i$$

$$p = n_i \exp\left(+\frac{\phi_f - \phi_i}{kT/q}\right) > n_i$$

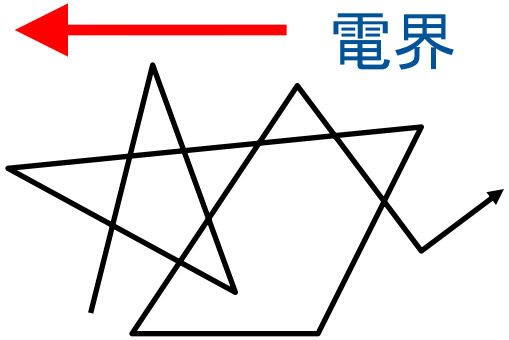
電流について（ドリフト電流: drift current）

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

電界　E=0



電界　E



熱速度：v_F

$$\frac{1}{2} m_e^* v_F^2 = \frac{3}{2} kT$$

電界方向への平均的な速度：v_d

$$v_d = \frac{\langle \tau \rangle}{m_e^*} eE$$

τ：緩和時間　～10^{-14} sec

$v_d = \mu E$として、$\mu = \dfrac{e\langle \tau \rangle}{m_e^*}$

ドリフト電流

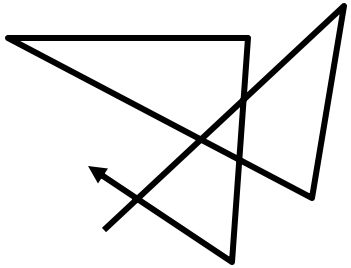
$$J_{d,electron} = e n v_{d,electron} = e n \mu_e E$$

$$J_{d,hole} = e p v_{d,hole} = e p \mu_h E$$

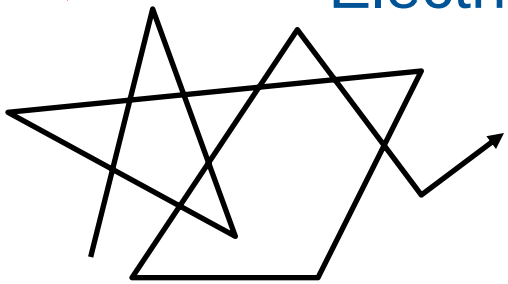
Kazuya Masu

Current: drift current）

Electric field E=0



Electric field E



Thermal velocity：v_F

$$\frac{1}{2} m_e^* v_F^2 = \frac{3}{2} kT$$

Average velocity along the electric field direction：v_d

$$v_d = \frac{\langle \tau \rangle}{m_e^*} eE$$

τ：relaxation time～10^{-14} sec

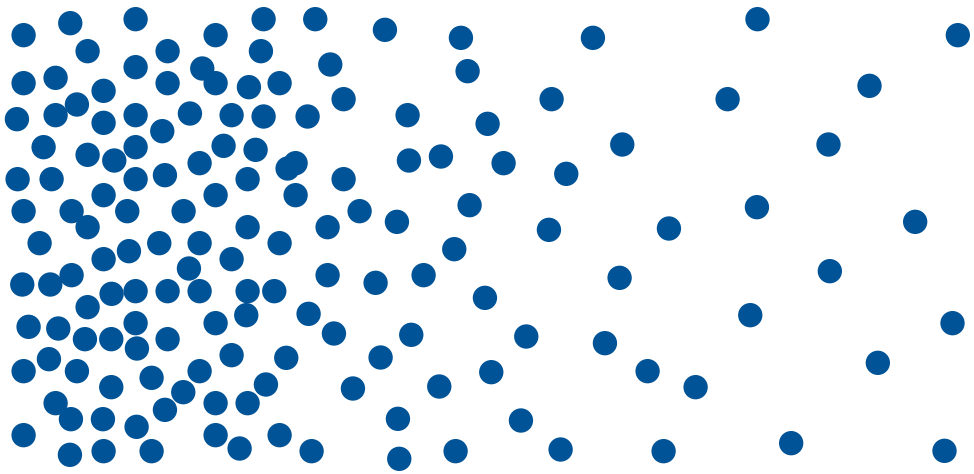
$v_d = \mu E$として、$\mu = \frac{e\langle \tau \rangle}{m_e^*}$

Drift current

$$J_{d,electron} = e n v_{d,electron} = e n \mu_e E$$

$$J_{d,hole} = e p v_{d,hole} = e p \mu_h E$$

電流について（拡散電流: diffusion current）

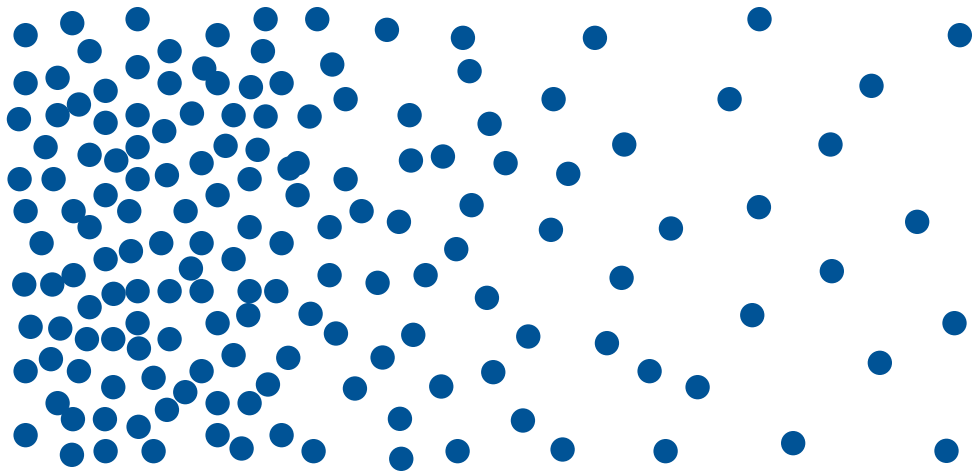


キャリア密度の濃度勾配に比例して、電流が流れる。

電子 $J_n = eD_n \dfrac{dn}{dx}$　　正孔 $J_p = -eD_p \dfrac{dp}{dx}$

D_n, D_p : diffusion coefficient（拡散係数）

Current: diffusion current



Current flows in proportion to the carrier density gradient.

$$Electron\colon J_n = e\, D_n \frac{dn}{dx}, Hole\colon J_p = e\, D_p \frac{dn}{dx}$$

$$D_n and D_p\colon diffusion\ coefficient$$

$$J = e n v_d = e n \mu_d E$$

$$A/m^2 = C \frac{1}{m^3} [\mu_d] \frac{V}{m}$$

移動度の単位は？

半導体を流れる電流

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

(1)　ドリフト電流　　drift current

(2)　拡散電流　　diffusion current

(3)　変位電流　　$\propto \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{t}}$ 普通考えなくて良い

電流の式

電子電流　$\mathbf{J_n = e\mu_n nE + eD_n \cdot \dfrac{dn}{dx}}$

正孔電流　$\mathbf{J_p = e\mu_p pE - eD_p \dfrac{dp}{dx}}$

Kazuya Masu

Currents in semiconductor

(1) ドリフト電流 drift current

(2) 拡散電流 diffusion current

(3) 変位電流 $\propto \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{t}}$ 普通考えなくて良い

電流の式

電子電流 $\mathbf{J_n = e\mu_n nE + eD_n \cdot \frac{dn}{dx}}$

正孔電流 $\mathbf{J_p = e\mu_p pE - eD_p \frac{dp}{dx}}$

Currents in semiconductor

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

1. Drift current （ドリフト電流）
2. Diffusion current （拡散電流）
3. Replacement current $\propto \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$ （変位電流）
   - The replacement current can be ignored.

Current equations

Electron current

$$J_n = \underbrace{e\,\mu_n\,n\,E}_{\text{Drift current}} + \underbrace{eD_n\frac{\partial n}{\partial x}}_{\text{Diffusion current}}$$

Hole current

$$J_p = e\,\mu_p\,p\,E - eD_p\frac{\partial p}{\partial x}$$

拡散電位 Φ_{bi} の求め方（1）

1. 熱平衡状態で、p形及びn形のフェルミ準位が一致すると考える。

$$E_{fn} = E_i + \frac{kT}{q}\log_e \frac{n_n}{n_i} \approx E_i + \frac{kT}{q}\log_e \frac{N_d}{n_i},\ E_{fp} = E_i - \frac{kT}{q}\log_e \frac{p_p}{n_i} \approx E_i + \frac{kT}{q}\log_e \frac{N_a}{n_i}$$

$$\Phi_{bi} = \left(E_i + \frac{kT}{q}\log_e \frac{n_{no}}{n_i}\right) - \left(E_i - \frac{kT}{q}\log_e \frac{p_{po}}{n_i}\right)$$

$$= \frac{kT}{q}\log_e \frac{n_{no}\, p_{po}}{n_i^2} \approx \frac{kT}{q}\log_e \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

n_{no}：n形の電子密度（多数キャリア）、N_d：n形のドーピング量

p_{po}：p形の正孔密度（多数キャリア）、N_a：n形のドーピング量

拡散電位 Φ_{bi} の求め方（2）

2. 接合ができたとして、平衡状態では空乏層中に電流が流れていないと考えて、空乏層両端の電位差を求める。

$$J_n = q\mu_n nE + qD_n \cdot \frac{dn}{dx} = 0$$

$$E = -\frac{D_n}{\mu_n}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx} = -\frac{kT}{q}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}$$

$$where\ D_n = (kT/q)\mu_n$$

$$\Phi_{bi} = \int_{-x_p}^{+x_n}(-E)\,dx = \frac{kT}{q}\int_{-x_p}^{+x_n}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}dx$$

$$= \frac{kT}{q}\int_{-x_p}^{+x_n}\frac{1}{n}dn = \frac{kT}{q}\int_{n(-x_p)}^{n(+x_n)}\frac{1}{n}dn$$

$$= \frac{kT}{q}\log_e\frac{n_{no}}{n_{po}}$$

$n_{po} = \dfrac{n_i^2}{p_{po}}$ より、$\Phi_{bi} = \dfrac{kT}{q}\log_e\dfrac{n_{no}\,p_{po}}{n_i^2}$

$$\Phi_{bi} = \frac{kT}{q}\log_e\frac{n_{no}}{n_{po}}\ ,or\ \Phi_{bi} = \frac{kT}{q}\log_e\frac{p_{po}}{p_{no}}$$

$$n_{po} = n_{no}\exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right),\ or$$

$$p_{no} = p_{po}\exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right)$$

pn接合　pn junction

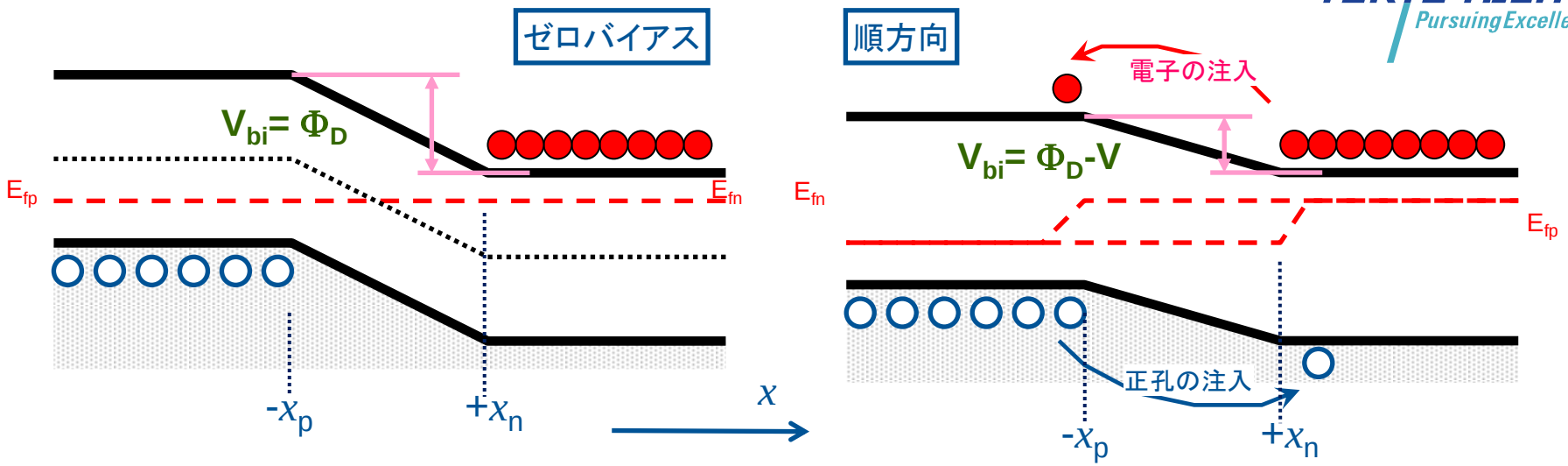
仮 定

1. 急峻な階段接合。印加された電圧はすべて空乏層に印加される。
   - 空乏層以外に電界は存在しない。
2. 空乏層を介して、Boltzmannの関係が成立する。
3. 注入されたキャリアは多数キャリアに比較して少ない。（低注入条件）
4. 空乏層において、生成再結合はないとする。
   - 空乏層で正孔電流、電子電流は一定。

- 導出は「半導体物性」参照。バイポーラトランジスタの基本となるので、よく復習しておくこと。
- pn接合ならびにバイポーラトランジスタの電流の式は、2階の線形微分方程式に非常に良い演習問題であるので、一度は自分でトレースすることを強く奨める。

Boltzmann relation crossing depletion region

TOKYO TECH Pursuing Excellence



P型	N型	P型	N型
多数キャリア： p_{po}	多数キャリア： n_{no}	多数キャリア： p_{po}	多数キャリア： n_{no}
多数キャリア： n_{po}	多数キャリア： p_{no}	多数キャリア： n_{po}	多数キャリア： p_{no}

$$n_{po} = n_{no} \exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for \;\; x \le -x_p$$

$$p_{no} = p_{po} \exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for \;\; x \ge +x_n$$

$$n_p\left(x=-x_p\right) = n_{no} \exp\left(-\frac{q\left(\Phi_{bi}-V\right)}{kT}\right)$$

$$= n_{po} \exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

$$p_n\left(x=+x_n\right) = p_{po} \exp\left(-\frac{q\left(\Phi_{bi}-V\right)}{kT}\right)$$

$$= p_{no} \exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

pn接合仮定（2）

Kazuya Masu

pn接合　電流ー電圧特性（導出）　①

手順

1. p型中の少数キャリア（電子）連続の方程式を解いて、電子電流　$J_n(x)$を求める。
2. n型中の少数キャリア（正孔）連続の方程式を解いて、電子電流　$J_p(x)$ を求める。
3. 全電流 $J_T = J_n(x = -x_p) + J_p(x = +x_n)$ を求める。

pn接合　電流ー電圧特性（導出）②

1. p型中性領域（$x \leq x_p$）少数キャリア（電子）の連続の方程式

$$\frac{\partial n_p(x)}{\partial t} = g - \frac{n_p(x) - n_o}{\tau_e} + \mu_e \frac{d}{dx}\left(n_p(x)E(x)\right) + D_e \cdot \frac{d^2 n_p(x)}{dx^2}$$

2. 定常状態であるので $\frac{\partial n(x)}{\partial t} = 0$、キャリアの生成はないので g = 0、中性領域には電界は存在しないので　E = 0。

$$D_e \cdot \frac{d^2}{dx^2}\left(n_p(x) - n_{po}\right) - \frac{n_p(x) - n_{po}}{\tau_e} = 0 \quad for\ x \leq x_p$$

3. 同様に、n形中性領域では、

$$D_h \cdot \frac{d^2}{dx^2}\left(p_n(x) - p_{no}\right) - \frac{p_n(x) - p_{no}}{\tau_h} = 0 \quad for\ x \geq x_n$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）　③

4.　一般解は、

$$n_p(x) - n_{po} = A_1 \cdot \exp\left(+\frac{x}{L_e}\right) + A_2 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_e}\right),\ where\ L_e = \sqrt{D_e \tau_e}$$

$$p_n(x) - p_{no} = A_3 \cdot \exp\left(+\frac{x}{L_h}\right) + A_4 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_h}\right),\ where\ L_h = \sqrt{D_h \tau_h}$$

L_e、L_hは拡散長（Diffusion length）

5.　次の境界条件のもとで、係数A_1～A_4を求める。

$$n_p(x) - n_{po} = 0 \quad at\ x = -\infty,$$

$$n_p(x) - n_{po} = n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right\} \quad at\ x = -x_p$$

$$p_n(x) - p_{no} = p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right\} \quad at\ x = +x_n$$

$$p_n(x) - p_{no} = 0 \quad at\ x = -\infty$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）④

5.　p型領域における電子電流、n形領域における正孔電流を求める。中性領域には電界はかかっていないので、拡散電流成分のみを求める。

$$J_{\mathrm{e}} = \mathrm{e}\mu_e nE + eD_e \cdot \frac{dn}{dx} = eD_e \cdot \frac{dn}{dx} = +\frac{qD_e n_{po}}{L_e} = n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(+\frac{x+x_p}{L_e}\right)$$

$$J_{\mathrm{h}} = \mathrm{e}\mu_h pE - eD_h \cdot \frac{dp}{dx} = eD_h \cdot \frac{dp}{dx} = +\frac{qD_h p_{no}}{L_h} = p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(-\frac{x-x_n}{L_e}\right)$$

6.　全電流 J_T は、

$$J_{total} = J_{\mathrm{e}}\left(x=-x_p\right) + J_{\mathrm{h}}\left(x=+x_n\right) = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e}+\frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\} = J_{\mathrm{o}}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}$$

（注1）全電流は、電子電流と正孔電流の和。空乏層で電流は変化しない（仮定全（4））ので、$x=-x_p$ の電子電流と$x=+x_n$の正孔電流の和をとる。

pn接合　電流ー電圧特性（導出）⑤

7.　J_o : 逆方向飽和電流 saturation current

$$J_o = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e} + \frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)$$

8.　電流比

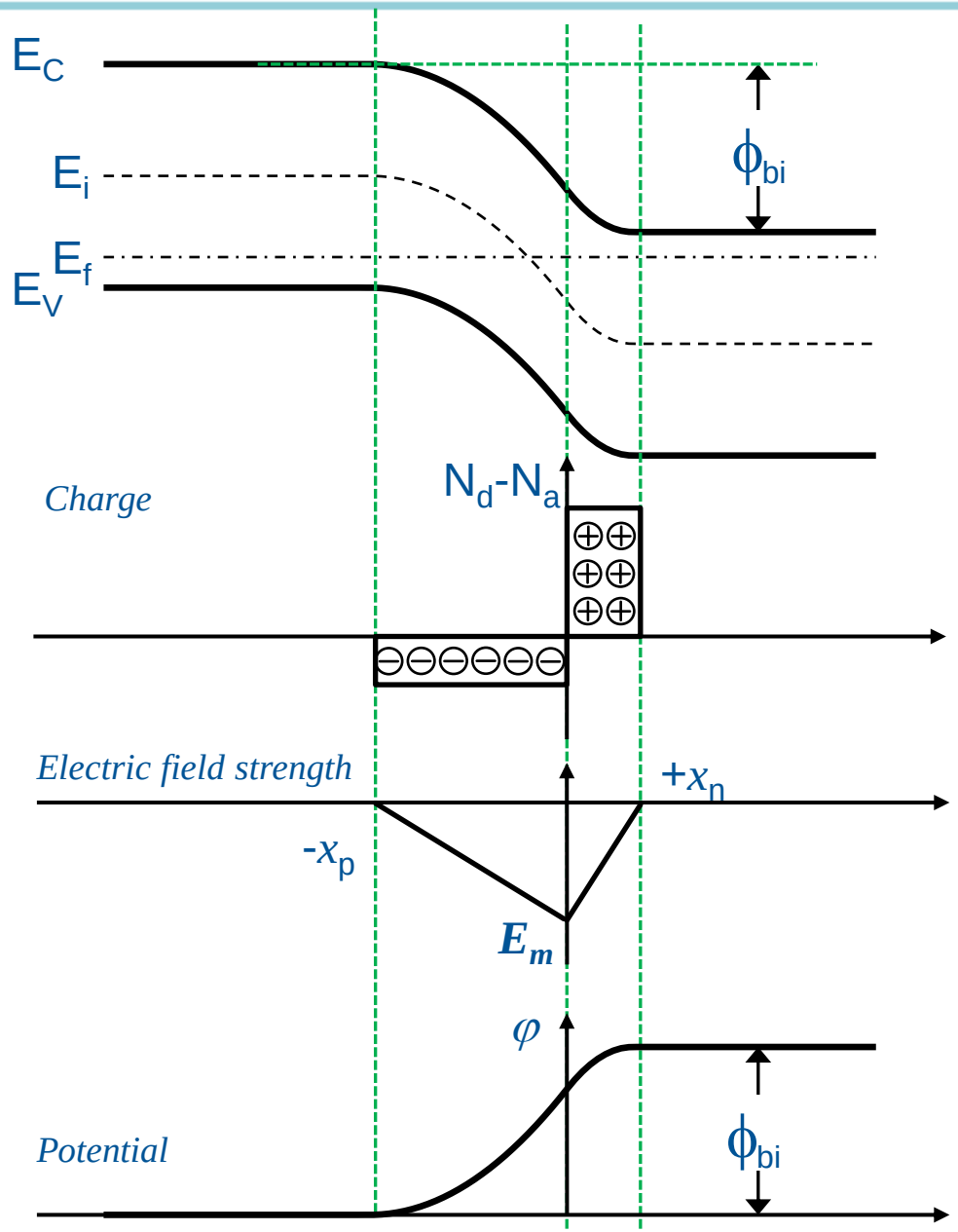
$$\gamma = \frac{\text{電子電流}}{\text{正孔電流}} = \frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\frac{n_{po}}{p_{no}} = \left(\frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\right)\frac{N_d}{N_a}$$

9.　小信号に対するコンダクタンス

$$g = \frac{\Delta J}{\Delta V} \approx \frac{q}{kT}J$$

10. n^+p接合では、流れる電流のほとんどは電子電流である。

空乏層領域での電位変化 ①



- 空乏近似
  - 空乏層には、イオン化アクセプタとイオン化ドナーしか存在しない。
- ポアソンの方程式を解く。

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

- 空乏層領域のポテンシャル分布は、二次関数。
- Built-in電圧Φ_{bi}と空乏層厚さの関係を導くことができる。

$$\phi_{bi} = \frac{q\,N_a N_d}{2\varepsilon(N_a + N_d)}\left(x_n + x_p\right)^2$$

$$N_d x_n = N_a x_p = Q_D/q$$

空乏層領域での電位変化 ②

TOKYO TECH Pursuing Excellence

Poissonの方程式 (A1)

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

境界条件(A2)

$$x = -x_p : \quad \frac{d\varphi_p(x)}{dx} = 0$$

$$x = 0 : \quad \begin{cases} \dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = \dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} \\ \varphi_p(x) = \varphi_n(x) \end{cases}$$

$$x = +x_n : \quad \frac{d\varphi_n(x)}{dx} = 0$$

解(3)

$$for\ -x_p \le x \le 0 : \quad \begin{cases} E = -\dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = -\dfrac{q\,N_a}{\varepsilon}(x + x_p) \\ \varphi_p(x) = +\dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}(x + x_p)^2 - \dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}{x_p}^2 \end{cases}$$

$$for\ 0 \le x \le x_n : \quad \begin{cases} E = -\dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} = +\dfrac{q\,N_n}{\varepsilon}(x - x_n) \\ \varphi_n(x) = -\dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}(x - x_n)^2 - \dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}{x_n}^2 \end{cases}$$

空乏層領域での電位変化 ③

- Poissonの式を境界条件の下で解くだけなので、そんなに難しくない。

(A5)

$$\emptyset_{bi} = \varphi(x = +x_n) - \varphi(x = -x_p) x = \frac{q\,N_a}{2\varepsilon}\,{x_p}^2 + \frac{q\,N_d}{2\varepsilon}\,{x_n}^2$$

- $N_d x_n = N_a x_p = Q_D/q$ の関係から、
- $\mathrm{W} = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(N_a+N_d)}{q\,N_a N_d}\,\emptyset_{bi}}$ は容易に求めることが可能。

(A6)

演習

1. 式(A1）を、境界条件(A2)の元で解き、式(A3)を示し、Built-in電圧が式(A5)になることを示せ。
2. 空乏層幅Wが式(A6)で表されることを示せ。