応用線形代数—第８回レポート

東京工業大学　大学院　情報理工学研究科　数理・計算科学専攻
理学部　情報科学科
福田光浩

２０１４年度前期

提出〆切　６月２３日（月）　１５時まで

レポートボックス３ー３　応用線形代数

1.

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

が与えられた時,

$$\boldsymbol{d}_i^T \boldsymbol{x} = b_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

をもっとも満たす $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4$ を求めたいが，どのような値になるか（候補が複数あることに注意せよ）.

2. S と T を $\mathbb{R}^n$ の２つの独立なベクトル部分空間とする（つまり $S \cap T = \{\boldsymbol{0}\}$）．このとき，以下の (a) と (b) を証明せよ.

   (a) $\forall \boldsymbol{z} \in S \oplus T$ は $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{x} \in S$，$\boldsymbol{y} \in T$ として一意的に表現できる.

   (b) $\dim(S \oplus T) = \dim(S) + \dim(T)$.

   (c) S と T が独立でない場合は (a) と (b) が成立しない例を示せ.