

応用線形代数—第4回レポート

東京工業大学 大学院 情報理工学研究科 数理・計算科学専攻
理学部 情報科学科
福田光浩

2014年度前期

提出〆切 5月12日(月) 15時まで

レポートボックス3-3 応用線形代数

1. シュミットの正規直交化法を用いて、次の $\mathbb{R}^4$ のベクトルを正規直交化せよ.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \\ 0 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{10}}{6} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 2.

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \\ 0 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{10}}{6} \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

としたとき、 X が張る (ベクトル部分) 空間を $S = \text{span}(X)$ と呼ぶ. このとき、 S の直交補空間 $S^\perp$ と $S^\perp$ の次元を求めよ.

3. $X \subseteq \mathbb{R}^n$ とする.

(i) $\text{span}(X)$ の定義を書け.

(ii) Ω を X を含む全ての $\mathbb{R}^m$ のベクトル部分空間の集まりとする. 上記の定義を用いて $\text{span}(X) = \bigcap_{S \in \Omega} S$ を証明せよ.

(iii) $X = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$ のとき、 $\text{span}(X) = \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{a}_i \mid \lambda_i \in \mathbb{R} \ (i = 1, 2, \dots, n) \right\}$ を証明せよ.