応用線形代数—第３回レポート

東京工業大学　大学院　情報理工学研究科　数理・計算科学専攻
理学部　情報科学科
福田光浩

２０１４年度前期

提出〆切　５月７日（水）　１５時まで

レポートボックス３ー３　応用線形代数

1. 配布資料に出てきた問題 03-05 の結果が既に証明済みであると仮定し，以下の結果が成り立つことを論理立てて丁寧に説明せよ．

   $m = n$ の場合，以下の (A)，(B)，(C)，(D) は全て同値である．

   (A) 線形方程式系 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ は唯一の解をもつ．

   (B) $\boldsymbol{a}_{\cdot 1}, \boldsymbol{a}_{\cdot 2}, \ldots, \boldsymbol{a}_{\cdot n}$ は線形独立である．

   (C) $\boldsymbol{a}_{1\cdot}, \boldsymbol{a}_{2\cdot}, \ldots, \boldsymbol{a}_{n\cdot}$ は線形独立である．

   (D) $\boldsymbol{A}$ は逆行列をもつ．

2. 次の線形方程式系

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 & -3 & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   を Gauss の消去法を用いて解け．また，乗算の数を数えよ（例えば，２で割る場合は $\frac{1}{2}$ でかけるとみなせ）．