基礎物理学演習VI(奥川)No.6

2014.7.3,10

【1】《ベクトル解析》
円筒座標系 (ρ, ϕ, z) における ∇ は次のようになる．ただし、デカルト座標との関係は $x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi$ である．

$$\nabla = \boldsymbol{e}_\rho \frac{\partial}{\partial\rho} + \boldsymbol{e}_\phi \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\phi} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \tag{1}$$

この式を講義と同様にして証明せよ．

【2】《ばねでつながれた 2 質点》
x 軸上のみを運動できる 2 質点 m_1，m_2 が強さ k のばね (自然長 ℓ) で結ばれている．2 質点の位置をそれぞれ x_1，x_2 とする ($x_2 > x_1$ としておく)．
(i) 2 質点の運動方程式を書け．
(ii) 重心系での運動方程式はどのようになるか，(i) の結果から導け．
(iii) x_1 , x_2 は結局どのようになるか．

【3】《円運動と慣性モーメント》
質点 m が原点を中心とする xy 平面上の半径 a の円周上を速さ v で反時計回りに等速円運動している．
(i) 運動エネルギー K と運動量の大きさ p を記せ．
(※) 答だけでよい．
(ii) 角速度 ω はどのように表されるか．
(iii) z 軸周りの角運動量の大きさ L はどのように表されるか．
(iv) 運動エネルギー K を $K = (1/2)I_K\omega^2$ の形で表現すると I_K はどのようになるか．
(v) z 軸周りの角運動量の大きさ L を $L = I_L\omega$ の形で表現すると I_L はどのようになるか．

【4】《おもりをつけた振り子》
(i) 剛体の一つの固定軸の周りの慣性モーメントを I，その軸に平行であり，重心を通る軸の周りの慣性モーメントを I_G とする．固定軸と重心の距離を h，剛体の全質量を M とすると，

$$I = I_G + Mh^2 \tag{1}$$

が成立することを証明せよ．これを平行軸の定理という．
(ii) 質量の無視できる長さ l の棒の先端に半径 a，質量 M の均質の球形のおもりを固定した．固定の仕方は棒の延長上に球の中心があるようにしている．球と反対側の棒の先端を支点として微小振動を行わせるとき，振り子の周期を求めよ．なお，球の中心を通る軸の周りの慣性モーメントは $I_{\mathrm{G}} = (2/5)Ma^2$ である．