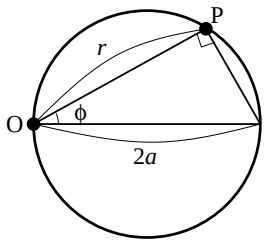
# 基礎物理学演習VI(奥川)No.3

2014.5.22,29

【1】《極座標と運動エネルギー》
(i) 2 次元極座標系で考えるとき、$(r, \phi)$ での運動方程式の一般形を書き下せ.
(※) 答だけでよいが，導き方は確認しておくこと.
(ii) 2 次元系において、力 $\boldsymbol{F} = F_r \boldsymbol{e}_r + F_\phi \boldsymbol{e}_\phi$ を考えると、$F_\phi = 0$ のときは $r^2\dot{\phi}$ が一定になることを示せ.
(iii) 運動エネルギーを 2 次元極座標で表せ.
(iv) 3 次元極座標系 $(r, \theta, \phi)$ での運動方程式の一般形を書き下せ.
(※) 答だけでよいが、導き方を確認しておくこと。
(v)3 次元系での速度ベクトルを書き下し、運動エネルギーを 3 次元極座標で表せ.

【2】《ポテンシャル》
(i) $xy$ 平面上の問題で，力 $\boldsymbol{F}$ の $x$ 成分 $F_x$、$y$ 成分 $F_y$ をポテンシャル $U$ を用いて表せ.
(ii) $xy$ 平面上で力の成分が $F_x = y^2$，$F_y = 2xy$ で与えられるとき，(i) を使ってこの力が保存力であるか否かを議論せよ．保存力の場合、ポテンシャルがどのような形で与えられるかを示せ.
(iii) $F_x = 2xy$，$F_y = x^2 y$ のとき、この力が保存力であるか否かを議論せよ．保存力の場合、ポテンシャルがどのような形で与えられるかを示せ.

【3】《中心力》
原点 O を中心に力 $\boldsymbol{F} = F_r(r)\boldsymbol{e}_r$ の下で運動している質点 P(質量 $m$) が半径 $a$ の円軌道を描いていて，O 点がその円軌道上にあるという．このような力は、空間内の一定点を向き、ある点からの距離のみの関数で表されるので中心力という。
(※) O 点は円軌道の中心ではない，念のため.
問題【1】(ii) からわかるように $r^2\dot{\phi}$ が一定になっていることに注意して、$F_r(r)$ の距離依存性はどのようになっているか調べよ.




【4】《ポテンシャルエネルギーと運動範囲》
質点 $m$ がポテンシャル

$$U(x) = \frac{ax_0^2}{x^2} - \frac{3ax_0}{x} \tag{1}$$

中で 1 次元運動をしている．ただし，$a$ と $x_0$ は正の定数で，$x > 0$ である，
(i) $a$ と $x_0$ の次元は何か.
(ii) 質点のエネルギーが

$$E = -\frac{5a}{4} \tag{2}$$

であるとき，質点の運動範囲を求めよ.
(iii) (ii) の条件でポテンシャルの底で質点の速さはいくらか.
(iv) 質点を無限遠まで到達させるためにはポテンシャルの底での質点の速さをいくらにすればよいか.