基礎物理学演習VI(奥川)No.2

2014.5.1,15

【1】《力積》
ばね（ばね定数 k）に結びつけられた質点 m の運動を考える．平衡位置を $x=0$ とし，初期条件を $t=0$ で $x=0$，$v=v_0$ とする．質点が平衡位置を通過して再び平衡位置に戻って来るまでの運動量変化を具体的に計算し，それが力積 (こちらも具体的に計算すること) に等しいことを示せ.

【2】《強制振動》
ばね (ばね定数 k) につながれた質量 m の質点の運動に外力 $mA\sin\Omega t(\Omega \neq \omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}})$ を加える。A は定数である。
(i) 運動方程式を解け。ただし、質点の位置 $x(t)$、速度 $v(t)$ について $x(0)=0, v(0)=0$ とする。
(ii) (i) の解から、t が十分小さいとき $(\omega t, \Omega t \ll 1)$、$x$ が t^3 に比例して大きくなることを示せ。
(iii) (i) の解の $\Omega \to \omega$ なる極限では、x において振幅が t に比例する項が現れることを示せ。

【3】《ポテンシャルエネルギー》
1 次元の運動で質点に力 $f(x)$ がかかっているときに，x_0 を基準点としたポテンシャルエネルギー (位置エネルギー) は

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{1}$$

で定義される.
(※)

$$U(x) - U(x_0) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{2}$$

という書き方もある.
(i) $U(x)$ がわかっていて $f(x)$ を求めるにはどのようにしたらよいか.
(ii) (1) の右辺で負号を付けているのはなぜか，考察せよ.

【4】《2 次元極座標の基本ベクトル・運動方程式》
(i) 点 P のデカルト座標 (x, y) を 2 次元極座標 (r, ϕ) で表すとどのようになるか.
(ii) 2 次元極座標 (r, ϕ) の基本ベクトル $\boldsymbol{e}_r$，$\boldsymbol{e}_\phi$ とはどういうことか，図示して説明せよ.
(iii) (ii) で描いた図から $\boldsymbol{e}_r$，$\boldsymbol{e}_\phi$ をデカルト座標の基本ベクトル $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ で表せ．また，逆に $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ を $\boldsymbol{e}_r$，$\boldsymbol{e}_\phi$ で表すとどうなるか.
(※) $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ は $\boldsymbol{e}_x$，$\boldsymbol{e}_y$，あるいは $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ と書かれることもある.
(iv) 速度 $\boldsymbol{v}$ を極座標で表せ.
(v) 加速度 $\boldsymbol{a}$ を極座標で表し，運動方程式の極座標表示を求めよ.