基礎物理学演習VI(奥川)No.1

2014.4.17,24

【1】《運動の記述》
ある質点の位置ベクトル $\boldsymbol{r}(t)$ が，時間 t の関数として

$$\boldsymbol{r}(t) = \begin{pmatrix} b\sin\omega t \\ b\cos\omega t \\ ct^2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

で表されている．ただし，b, c, ω は定数である．
(i) 速度 $\boldsymbol{v}(t)$，加速度 $\boldsymbol{a}(t)$，加速度の大きさ $|\boldsymbol{a}(t)|$ を求めよ．
(ii) b, c, ω の次元を L, M, T で表せ．

【2】《物理量の次元》
物理の試験を受けているX君，ばねに結びつけられた質点の単振動の周期 T が $T = 2\pi\sqrt{k/m}$ だったか $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ だったかわからなくなってしまった．どちらかであることは確実である．
(i) 次元の考察からどちらであると言えるか．
(ii) 次元の考察以外の手段を考えよ．

【3】《運動の記述》
x 軸上を運動する質点 m があって，その位置 $x(t)$ が

$$x(t) = \frac{v_0}{\beta}(1 - \mathrm{e}^{-\beta t}) \tag{1}$$

で表されるという．ただし，v_0 と β は正の定数であり，$t \geq 0$ のみ考える．
(i) v_0 と β の次元は何か．
(ii) $x(t)$ のグラフを描け．
(iii) 速度 $v(t)$ を求め，グラフを描け．
(iv) 加速度 $a(t)$ を求め，グラフを描け．
(v) この質点にはどのような力が作用していると考えられるか．
(※) 式を出しておしまい，ではなくて...

【4】《速度に比例する抵抗のある放物体》
地上付近で質量 m の物体を初速 v_0 で垂直上方に投げ上げた．物体にはその速さに比例した大きさの抵抗力 (大きさ $m\beta v$) が作用するとして以下の問に答えよ．ただし，物体がそのうち地面に落ちてしまうことは考慮しなくてよい．
(※) 問題の解法には関係がないが，球形の物体の速度が遅いときには抵抗力は速度に比例することが Stokes (ストークス) の法則として知られている．
(i) β の次元は何か．
(ii) 物体の運動方程式を速度 v を用いて表せ．ただし，v は垂直上方の方向を正とする．
(iii) v を求めよ．
(iv) 十分時間が経過した後の速度 v_∞ は微分方程式を解かなくてもわかる．どのように考えればよいか．