訂正

教科書定理 4.12（陰関数定理）の証明について，講義で説明した「陰関数は微分可能であり，その微分は $-f_x/f_y$ に一致する」という部分の議論に誤りがあったので，以下の通り訂正する．

Proof. 2 変数関数の平均値の定理より，関数 $f(x,y)$ が (a,b) で C^1 級のとき，ある $0<\theta<1$ で

$$f(a+h,b+k)-f(a,b)=hf_x(a+\theta h,b+\theta k)+kf_y(a+\theta h,b+\theta k) \tag{1}$$

をみたすものが存在する．ここで y 成分を逆関数 φ に置き換えて $k=\varphi(a+h)-\varphi(a)$ とおくと，(??) の左辺は 0 なので

$$\frac{\varphi(a+h)-\varphi(a)}{h}=\frac{k}{h}=-\frac{f_x(a+\theta h,b+\theta k)}{f_y(a+\theta h,b+\theta k)}$$

となる．$h,k\to 0$ のとき右辺は f_x,f_y の連続性から $-\dfrac{f_x(a,b)}{f_y(a,b)}$ に収束する．したがって φ は $x=a$ で微分可能であり，その微係数は $-\dfrac{f_x(a,b)}{f_y(a,b)}$ に一致する．

□

講義では，平均値の定理を

$$f(a+h,b+k)=f(a,b)+hf_z(a,b)+kf_y(a,b)+\varepsilon(h,k)$$

ただし

$$\frac{\varepsilon(h,k)}{\sqrt{h^2+k^2}}\to 0 \quad (h,k\to 0)$$

と書き直し，

$$\frac{\varphi(a+h)-\varphi(a)}{h}=\frac{k}{h}=-\frac{f_x(a,b)}{f_y(a,b)}+\frac{\varepsilon(h,k)}{hf_y(a,b)}$$

とし，

$$\frac{\varepsilon(h,k)}{h}\to 0 \quad (h,k\to 0) \tag{2}$$

と主張した．上記の結果（陰関数定理）を使えば，k が $k=\varphi(a+h)-\varphi(a)$ により決まり，$h\to 0$ のとき $k\to 0$ で，この依存関係を使って極限をとれば (??) は正しいことば分かる．しかし h,k を無縁とすると，たとえば $\varepsilon(h,k)=h^2+k^2$ のとき，$k=\sqrt{h}$ とおいて $h\to 0$ とすると

$$\lim_{h\to 0}\frac{\varepsilon(h,k)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^2+h}{h}=1$$

となり (??) は正しくない．

☆☆☆☆☆　誤りを指摘してくれた村井友海さんに感謝致します　☆☆☆☆☆