No.

パレート順序 ($\leq_p$) とは
N次元で考えるとすると ($x_i, y_i \in R^+$)

$$x \leq_p y \Leftrightarrow x_i \leq y_i \quad (i=1,2,\cdots,N)$$

└大小関係に関する順序

が成り立つことである

パレート順序が半順序関係、つまり反射律、反対称律、推移律と完備ではないことを示す

・反射律　$x \leq_p x$
これは $x_i \leq x_i$ であるため明らか

・反対称律　$x \leq_p y \wedge y \leq_p x \Rightarrow x = y$
$x \leq_p y \wedge y \leq_p x$ より $x_i = y_i \quad (i=1,2,\cdots,N)$
$\therefore x = y$ □

・推移律　$x \leq_p y \wedge y \leq_p z \Rightarrow x \leq_p z$

$$\begin{cases} x \leq_p y \to x_i \leq y_i \\ y \leq_p z \to y_i \leq z_i \end{cases} \quad (i=1,2,\cdots N)$$

$\therefore x_i \leq z_i \quad (i=1,2,\cdots N)$
$\to x \leq_p z$ □

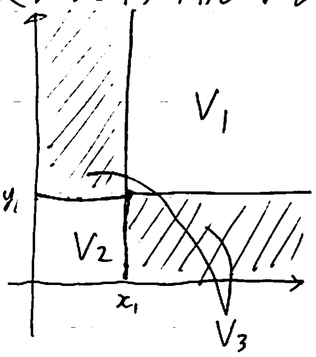
完備ではないことは、ある i について $x_i < y_i$ なるものを考えれば明らか。
つまり $A=\{i \mid i=1,2,\cdots,N\}$、 $B \subset A \wedge B \neq \phi$ なる2つの集合について

$$\begin{cases} x_i \leq y_i & (i \in A \setminus B) \\ x_j > y_j & (j \in B) \end{cases}$$

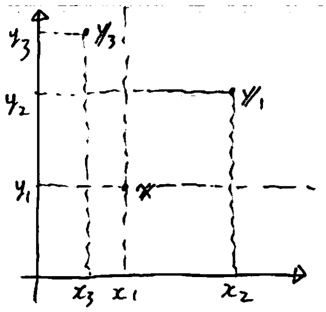
（x_i, y_i は任意の R^+ よりこのような x, y は存在する

が成り立つ x、y はパレート順序を適用することができず、完備ではない

次に比較不能なもの同士を無差別としたときの反例を示す



V_1、V_2 は境界を含む
$x=(x_1, y_1)$ とすれば
$y_1 \in V_1$ に対しては $x \leq_p y_1$ であり
$y_2 \in V_2$ に対しては $y_2 \leq_p x$ であり
$y_3 \in V_3$ に対しては $x =_p y_3$ (「$=_p$」は最初の仮定からきたパレート順序において無差別、という意味) である



$\mathbf{x} = (x_1, y_1)$　　$\left\{ \begin{array}{l} x_3 < x_1 < x_2 \\ y_1 < y_2 < y_3 \end{array} \right.$

$\mathbf{y}_1 = (x_2, y_2)$

$\mathbf{y}_2 = (x_3, y_3)$

このとき　$\mathbf{x} \leqq_p \mathbf{y}_1 \cdots ①$

$\mathbf{x} =_p \mathbf{y}_3 \cdots ②$

また$\mathbf{y}_1$は$\mathbf{y}_3$におけるV_3に位置しているため

$\mathbf{y}_3 =_p \mathbf{y}_1 \cdots ③$

②、③より

$\mathbf{x} =_p \mathbf{y}_1 \cdots ④$

一方で「$\leqq_p$」において同じ効用になるときというのは

$x_i = y_i$　$(i = 1, 2)$

のときに限るので①では$\mathbf{y}_1$は狭義に$\mathbf{x}$よりパレート効率がよいといえる

これは④と矛盾するので比較不能なもの同士を無差別効用とするのは無理である

今回2次元で考察したが、これはN次元まで拡張が可能である。

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_N)$

$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_N)$

これら2つが$\mathbf{x} \leqq_p \mathbf{y}$であり

$\mathbf{z} = (z_1, z_2, \cdots, z_n)$が

$\left(\begin{array}{l} z_1 < x_1 < y_1 \\ x_2 < y_2 < z_2 \end{array} \right.$　なる関係を満たすとすれば示せる

②と③で推移律が成り立つとしたが、これは恐らく成り立つと思う