交渉 Bargaining の公理論的アプローチ Axiomatic Approach

– 合理的思考の技術 Lecture 11 –

小林憲正

Department of Value and Decision Science (VALDES)
Tokyo Institute of Technology

June 16, 2014

交渉 bargaining と拘束力のある合意

- チープトークにおけるプレー前コミュニケーションはすべてコミュニケーションの合意内容それ自体に拘束力はなかった。いわば「口約束」の分析であった。
- 他方、社会では、契約 contract のように、一旦これをサインすると、それを守ることに拘束力がある合意がある。
- しかし、一般には、フォーク定理での無数の均衡が自己識別性・自己拘束性を満たすように、有効な合意内容には著しい多様性があるように見える。
- Lecture 11 では、ある種の公平性他、各プレーヤーの納得行く基準を満たす合意点を絞ることを考える。

交渉ゲーム Bargaining Games and 解 Solutions

Definition (交渉問題 Bargaining problem)

交渉問題とは $(S, d) \in \Sigma$ の組：

- $S \subset \Re^N$ 効用可能集合 utility possibility set (UPS).
- $d \in S$ 決裂点 disagreement point.

ほぼ一般的に以下の３条件を仮定する：

S のコンパクト性 Compactness、凸性 Convexity

包括性 Comprehensiveness $\forall x \in S, \forall y \in \Re^N_+, y \leq x \Rightarrow y \in S$

強個人合理性 Strong individual rationality $\exists x \in S, x \gg d$

以下、簡単のため、基数効用が間隔尺度であることを考慮し、（ほぼ）一般性を失うことなく、$d \equiv 0$ を仮定する。

交渉問題の例 – パイの配分

Example (パイの配分)

二人のプレーヤー$\{1,2\}$ によるパイの分配を考える。

- プレーヤーi が受け取るパイの配分の割合を $x_i \in [0,1]$
- プレーヤーi の配分 x_i による（限界効用が低減する）基数効用を

$$u_i(x_i) = \alpha_i \sqrt{x_i}$$

ただし、$\alpha_i > 0$ は、プレーヤーi のケーキの好みを表す係数

- UPS は $S = \{(u_1, u_2) \in \Re^2_+ | u_1^2/\alpha_1^2 + u_2^2/\alpha_2^2 \leq 1\}$
- 交渉決裂点は $d = (0,0)$
- (S,d) は標準的な交渉問題の性質を満たす。

解 Solution

Definition (解 Solution)

(交渉）解とは、交渉問題 $\forall S \in \Sigma$, に UPS 上の点 $\varphi(S) \in S$ を対応づける関数 $\varphi : \Sigma \to \Re^N$

通常、

交渉解が満たすと通常仮定される条件

$\forall S \in \Sigma$

（弱）パレート効率性 Pareto efficiency $\neg \exists x \in S, x \gg \varphi(S)$

（一次）同次性 Homogeneity $\forall c > 0, \varphi(c\ S) = c\ \varphi(S)$

強個人合理性 Strong individual rationality $\varphi(S) \gg 0$

日常用語の理論的基礎づけ – Win-Win

Win-Win の用語の特徴

- win-win における win は、個人間比較ではない。移行前の社会状態を移行後と、それぞれの個人の効用で比較した場合に、後者が前者をパレート支配している場合、win-win という。
つまり、個人間比較における勝敗 win-lose と個人内比較における win-win は両立可能。
例）　戦争における降伏勧告
- 片方だけ所得が増えて不平等感が増すこともありえる。このような状況では、羨望 envy も含めた分析が必要なこともある。

交渉の公理論的アプローチ

数学的対象についての自然な性質を仮定することにより、それが満たす制約を調べる研究手法を公理論的アプローチという。

公理の例 (Kalai[1])

Definition (強単調性 Strong Monotonicity (問題に関する単調性 Issue Monotonicity))

$$\forall S, T \in \Sigma, S \subset T \Rightarrow \varphi(S) \leq \varphi(T)$$

Definition (分解可能性 (多段階交渉可能性 Step-by-Step Negotiation))

交渉解 φ が分解可能性を満たす iff, $\forall S, U \in \Sigma$, $U \subset S$、かつ $T \equiv \{x'' \in \Re^N_+ \mid \exists x' \in S, x' = x'' + \varphi(U)\} \in \Sigma$ ならば、

$$\varphi(U) = \varphi(S) + \varphi(T)$$

を満たすことである。

交渉解の例 – 均等解 egalitarian solution

Definition (一定比率分配 Proportional Solution)

解 φ が一定比率分配であるとは $\exists p \in R^N_{++}, \forall S \in \Sigma,$

$$\varphi(S) = \max\{\lambda \mid \lambda\, p \in S\}\; p$$

特に、$p = (1, \ldots, 1)$ の時、均等解 egalitarian solution という。
この解を推進する立場を平等主義 egalitarianism という。

公理論的アプローチの定理の例 (Kalai[1])

Theorem

通常の条件を満たす交渉問題と交渉解 φ について、以下の３条件は同値である：

- φ が一定比率分配である
- φ が強単調性を満たす
- φ が分解可能である

包括性を仮定しないと、一定比率分配がパレート効率的とは限らない [6]。

別の交渉解の例

Definition (ナッシュ交渉解 Nash bargaining solution (NBS) [5, 4])

$\varphi(S)$ がナッシュ交渉解であるとは、

$$\max\{\Pi_{i\in N}(u_i - d_i) \mid u \in S\}$$

という最大化問題の唯一の解となることである。

特に、この交渉解の対数をとれば、各人の効用の和を最大化すること（功利主義的解 utilitarian solution）と同値。

別の公理論的アプローチの定理の例

Theorem ([5, 4])

以下の性質を満たす交渉解は唯一ナッシュ交渉解のみである。

- アフィン変換に関する不変性
- パレート効率性
- 対称性
- 無関係代替案からの独立性

理論的詳細は、Muthoo[2] 他、標準的なゲーム理論の教科書などを参照されたい。

平等主義 vs 功利主義的

文脈によって、どの交渉解が優れているかは異なる（[3] なども参照)。

Q. ケーキ A のプレーヤー 1、2 の二人での分配を考える。プレーヤー 1 が 2 よりもケーキ A を好んでいる時、Kalai の解に従うと、どちらにより多くのケーキが分配されるだろうか？

Q. 別のケーキ B については、好みが逆としよう。A, B の 2 つのケーキの分配から得られる効用を足し算した時、Nash と Kalai とで、どちらの方が効用が大きくなるか？

信頼の価値

Kalai の交渉の公理は、相手が信頼できないことを前提としている。相手が信頼でき、関係が長期に渡ることが予期できる場合には、均等解よりは、功利主義的解の方が優れているようにみえる。

References

[1] Ehud Kalai.
Proportional solutions to bargaining situations: interpersonal utility comparisons.
Econometrica, 45(7):1623–1630, 1977.

[2] Abhinay Muthoo.
Bargaining Theory with Applications.
Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[3] Roger B. Myerson.
Utilitarianism, egalitarianism, and the timing effect in social choice problems.
Econometrica, 49(4):883–897, 07 1981.

[4] John Nash.
The bargaining problem.
Econometrica, 18(2):155–162, April 1950.

[5] John Nash.
Two-person cooperative games.
Econometrica, 21(1):128–140, April 1953.

[6] A.E. Roth.
Proportional solutions to the bargaining problem.
Econometrica, 47(3):775–778, 1979.