申告番号 0187 – 「合理的思考の技術」試験問題

担当　社会理工学研究科 VALDES 小林憲正

2013 年 7 月 29 日（月）13:20 – 14:50

試験開始前に 以下の注意を無視せずに熟読すること !!!!
問題については、試験開始の合図があるまで伏せておいてください。

- すべての問題に回答せよ。

- 答案用紙は 2 枚配布する。追加の答案用紙が必要となった場合は挙手せよ。
  答案用紙右上の No. 欄 に回答した順番にページ数を明記せよ。
  答案用紙は裏も使用せよ。No.1 の表 → No.1 の裏 → No.2 の表 ··· という順序で答案用紙を使用せよ。

- 記述説明が中心の小問は簡潔な記述でオーケー。
  数式や図の扱いが必要とされる問題は、特に注意書きがない限り、最終的な解やグラフの概形のみならず、導出過程も簡潔に記述せよ。
  対称性が考慮できるときは、ひとつの場合についてのみ詳しく説明し、他の場合については「対称性より」や「··· の場合も同様」のような記述を利用して説明を簡潔にして良い。
  常識の範囲内であれば、数式の中で説明抜きで略称を使ってオーケー。（例：大岡山 → 大）

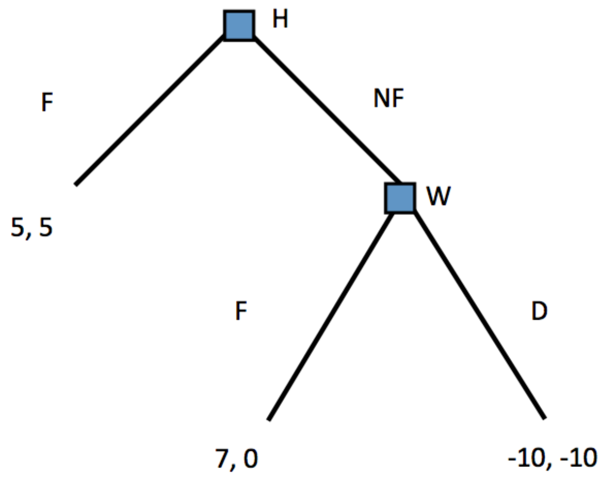
- 回答にあたってなにを参照するのも自由。
  電子機器などの使用も可。音は出ない設定にしておくこと。
  インターネットに接続可能な情報機器の使用も可です。ただし、講義受講者同士のチャットは禁止！

- カンニングは不正行為として禁止します！
  見つけた際の処置は、大学の不正行為に関する規定に準拠します。

- 後の方の問題の回答が前の問題に依存する場合で、前の問題の答えが間違っている場合は、その間違った答えを前提として正しい推論をできていれば、後の方の問題には相応の点数をつける可能性があります。（ただし、利得状況などがあまりに大きく異なってしまって、簡単になりすぎてしまう場合などは除く）

　夫婦間の問題の一つとして、ルール違反とそれに対する制裁という状況を考える。まず、夫が浮気やギャンブルなど夫婦間のルールを守る (= faithful) か守らないか (= not faithful) かを決め、妻はルール違反に対して離婚する (= divorce) か許す (= forgive) かを決める。

　この状況を下図の二人完全情報展開形ゲーム Γ で簡単にモデル化する。



記号の意味は以下のとおりである。

- プレーヤーの集合は $N = \{H(= husband), W(= wife)\}$
- それぞれのプレーヤーの戦略の集合は
  $S_H = \{F(= faithful), NF(= notfaithful)\}, S_W = \{F(= forgive), D(= divorce)\}$
- 利得ベクトルは (u_H, u_W) の順番

以下の問いに答えよ：

1. ゲーム Γ の効用を序数効用と考えれば、講義中で紹介した超有名なゲームの一種であるとみなせる。そのゲームのクラスの名称を記せ。（２点）
2. プレーヤーH, W それぞれについて、相手の戦略 $s_i \in S_i$ を不確実性とみなして、それぞれの一人意思決定の利得行列を作成せよ。(利得双行列でないので注意！!！)
   ただし、それぞれのプレーヤー$i \in N$ について、自分の戦略 S_i を行ラベル、相手の戦略 S_{-i} を列ラベルとすること。（５点）

3. H, W それぞれについて、支配戦略が存在するかどうか調べ、存在すれば、それを記せ。
調べた支配戦略の存在の有無と相手の戦略を知ることの情報の価値の関係について簡単に議論せよ。（５点）

4. H, W それぞれの Max-Min 戦略を求めよ。（５点）

5. W のとる戦略に関する H の推測（確率分布）を $\phi = (\phi_F, \phi_D)$ とおく。もちろん、$\forall \phi \in, \phi_F, \phi_D \geq 0$ かつ $\phi_F + \phi_D = 1$。
ϕ_F を横軸、H の最適応答によって得られる利得 u_H を縦軸として、比較静学分析のグラフを図示せよ。（１０点）

6. ゲーム Γ の部分ゲーム完全ナッシュ均衡（後ろ向き帰納法による解）を求めよ。
問２の相手の戦略を知ることの情報の価値と後ろ向き帰納法の関係性を簡潔に議論せよ。（７点）

7. 問１をふまえて、元の二人展開形ゲームの標準形を利得双行列で表現せよ。
ただし、行を H、列を W とすること。（５点）

8. ゲーム Γ のナッシュ均衡を全て求めよ。（６点）

9. H, W がともに Max-Min 戦略をとるという予測の妥当性について簡単に説明せよ。（５点）

10. 夫婦が相互依存効用を持っている状況を考える。両者の戦略の組 $s \in S$ の相互依存効用 U_i が以下のように表わされる場合で考察を進めよう。

$$U_H(s) := u_H(s) + \lambda_H u_W(s)$$

$$U_W(s) := u_W(s) + \lambda_W u_H(s)$$

$\lambda_i (i \in N)$ を $\lambda_i \in [-1, 1]$ の範囲でいろいろ動かして、U_i で再定義されたゲーム Γ_I の部分ゲーム完全ナッシュ均衡では前問で生じる信憑性のない脅しが解決されうることを確かめ、説明せよ。
特に、$\lambda_W < 0$ のケースは少なくとも議論すること。（２０点）

11. 引き続き相互依存効用を含むゲーム Γ_I について考える。特に、プレーヤーH は利己的（$\lambda_H = 0$）で、H のみ W の相互依存係数 λ_W を誤認識している状況を考えよう（ゲーム Γ の他の要素についての誤認識はないものとする）。H が誤認識した λ_W の値を λ_W^H とする。λ_W と λ_W^H の組合せをいろいろ動かすことにより、ベースゲーム Γ_I では部分ゲーム完全ナッシュ均衡ではない戦略の組が、H の主観的ゲーム Γ_I^H では部分ゲーム完全ナッシュ均衡となりえることを説明せよ。（２０点）

12. 利己的主体からなるゲーム Γ の各種分析と相互依存効用を含むゲーム Γ_I の各種分析では、元の効用 u_i に必要とされる尺度としての性質が異なる。これまでの様々な分析で、u_i がどういう尺度であることが暗黙のうちに仮定されているかを明記し、簡単にその根拠を説明せよ。（１０点）