

デジタル電子回路

第12回

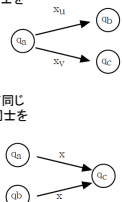
状態割当と隣接性

状態遷移表をカルノーマップとして見たときに、縦と横の両方でできるだけ纏められれば、論理関数は簡単に成る。

Q	x	0	1
00	0	0	0
01	0	0	1
11	1	1	1
10	0	0	0

横のグループは、状態 q_0 から隣接している入力 x_0 と x_1 によって出来る状態 q_0, q_1 同士を出来るだけ状態変数を同じに成る様にすれば出来る
→ q_0, q_1 間に
第一種隣接性 があると呼ぶ。

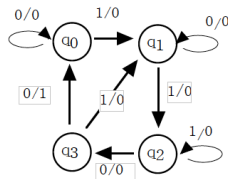
縦のグループは、同じ入力 x によって同じ状態 q に遷移する二つの状態 q_0, q_1 同士を出来るだけ状態変数を同じに成る様にすれば出来る
→ q_0, q_1 間に
第二種隣接性 があると呼ぶ。



出力関数も含めて考えると、二つの異なる状態から同じ入力で同じ出力になるとき、その最初の二つの状態は隣接している。(第三種の隣接性)

状態割当と隣接性

次にどのように状態割当て、変わるかを見よう。



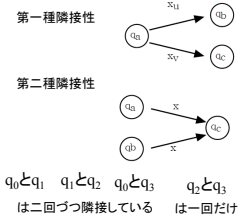
状態遷移図より、状態遷移表を求めて

現状態 q	次状態 q'		出力y	
	入力 x	入力 x	0	1
0	0	1	0	1
q_0	q_0	q_1	0	0
q_1	q_1	q_2	0	0
q_2	q_3	q_2	0	0
q_3	q_0	q_1	1	0

状態割当と隣接性

現状態 q	次状態q'	
	入力 x	
	0	1

$q_0 \rightarrow q_1$ ← q_0 と q_1
 $q_1 \rightarrow q_2$ ← q_1 と q_2
 $q_2 \rightarrow q_3$ ← q_2 と q_3
 $q_3 \rightarrow q_0$ ← q_0 と q_1
 q_0 と q_3 ← q_1 と q_2
 q_0 と q_3



$q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_0$ と隣接させると7回全て満たされる。

$q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_2 \rightarrow q_0$ と隣接させると、3回しか満たされない。

状態割当と隣接性

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$
 というふうに7回満たされる形で状態割当てを行うと...

$$Q'_1 = Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_2$$

$$Q'_2 = x + \overline{Q_1} \cdot Q_2$$

現状態 q	次状態 q'		出力y	
	入力 x	入力 x	0	1
0	0	1	0	1
q_0	0	0	0	0
q_1	0	1	0	0
q_2	1	1	0	0
q_3	1	0	1	0

状態割当と隣接性

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$
 というふうに3回しか満たされない形で状態割当てを行うと...

$$Q'_1 = Q_1 \cdot \overline{Q_2} + x \cdot \overline{Q_1} \cdot Q_2$$

$$Q'_2 = x \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} + x \cdot Q_1 \cdot Q_2 + \overline{x} \cdot \overline{Q_1} \cdot Q_2 + \overline{x} \cdot Q_1 \cdot Q_2$$

関数の複雑さが全く違う。

現状態 q	次状態 q'		出力y	
	入力 x	入力 x	0	1
0	0	1	0	1
q_0	0	0	0	0
q_1	0	1	0	0
q_3	1	1	0	0
q_2	1	0	1	0

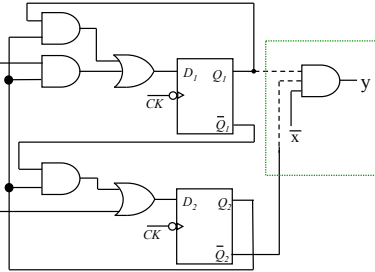
D-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 D-FF回路を作ると

$$Q_1' = Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_2$$

$$Q_2' = x + \bar{Q}_1 \cdot Q_2$$



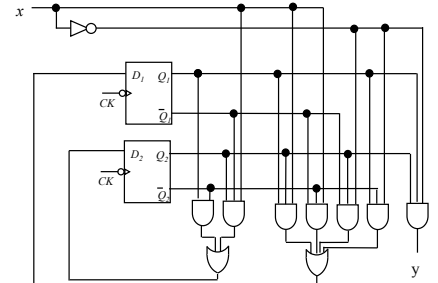
D-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

という前回の
 状態遷移関数が
 4回しか隣接性
 が満たされない
 状態割当てで
 D-FF回路を作ると

$$Q_1' = Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_2$$

$$Q_2' = x \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot \bar{Q}_1 \cdot \bar{Q}_2 + x \cdot Q_1 \cdot \bar{Q}_2$$



JK-FFでの状態割当による変化

現状態 q	次状態q'	
	入力 x	0 1
q ₀	q ₀ q ₁	
q ₁	q ₁ q ₂	
q ₂	q ₃ q ₂	
q ₃	q ₀ q ₁	

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 今度はJK-FF
 を使って
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'		J1		K1		J2		K2	
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
00	00	01	0	0	φ	φ	0	1	φ	φ
01	01	11	0	1	φ	φ	φ	φ	0	0
11	10	11	φ	φ	0	0	φ	φ	1	0
10	00	01	φ	φ	1	1	0	1	φ	φ

JK-FFでの状態割当による変化

現状態 q	次状態q'	
	入力 x	0 1
q ₀	q ₀ q ₁	
q ₁	q ₁ q ₂	
q ₂	q ₃ q ₂	
q ₃	q ₀ q ₁	

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という前回の
 状態遷移関数が
 7回の隣接性
 が満たされる
 状態割当てで
 今度はJK-FF
 を使って
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'		J1		K1		J2		K2	
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
00	00	01	0	0	φ	φ	0	1	φ	φ
01	01	11	0	1	φ	φ	φ	φ	0	0
11	10	11	φ	φ	0	0	φ	φ	1	0
10	00	01	φ	φ	1	1	0	1	φ	φ

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = Q_2$$

$$J_2 = x, K_2 = x \cdot Q_1$$

JK-FFでの状態割当による変化

現状態 q	次状態q'	
	入力 x	0 1
q ₀	q ₀ q ₁	
q ₁	q ₁ q ₂	
q ₂	q ₃ q ₂	
q ₃	q ₀ q ₁	

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

じゃ、4回しか
 隣接性が満たさ
 れない
 状態割当てで
 JK-FFを用いて
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'		J1		K1		J2		K2	
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
00	00	01	0	0	φ	φ	0	1	φ	φ
01	01	10	0	1	φ	φ	φ	φ	0	1
11	00	01	φ	φ	1	1	φ	φ	1	0
10	11	10	φ	φ	0	0	1	0	φ	φ

JK-FFでの状態割当による変化

現状態 q	次状態q'	
	入力 x	0 1
q ₀	q ₀ q ₁	
q ₁	q ₁ q ₂	
q ₂	q ₃ q ₂	
q ₃	q ₀ q ₁	

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

じゃ、4回しか
 隣接性が満たさ
 れない
 状態割当てで
 JK-FFを用いて
 作ってみよう。

遷移先	入力
$Q \rightarrow Q'$	J K
0 → 0	0 φ
0 → 1	1 φ
1 → 0	φ 1
1 → 1	φ 0

q	q'		J1		K1		J2		K2	
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
00	00	01	0	0	φ	φ	0	1	φ	φ
01	01	10	0	1	φ	φ	φ	φ	0	1
11	00	01	φ	φ	1	1	φ	φ	1	0
10	11	10	φ	φ	0	0	1	0	φ	φ

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = Q_2$$

$$J_2 = K_2 = x \cdot Q_1 + x \cdot Q_1$$

JK-FFでの状態割当による変化

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 1)$
 $q_3 = (1\ 0)$

という状態遷移関数が
 奇麗な状態割当てで

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = \overline{Q_2} \quad J_2 = x, K_2 = \overline{x} \cdot Q_1$$

$q_0 = (0\ 0)$
 $q_1 = (0\ 1)$
 $q_2 = (1\ 0)$
 $q_3 = (1\ 1)$

という状態遷移関数が
 すっきりしない
 状態割当てで

$$J_1 = x \cdot Q_2, K_1 = Q_2 \quad J_2 = K_2 = \overline{x} \cdot Q_1 + x \cdot \overline{Q_1}$$

隣接性にもとづいた状態割当は、JKでは効果があまりない。
 でもJK-FFでも状態割当を失敗すると悪化する場合があるのも事実である！

ワン・ホット・コードによる状態割当

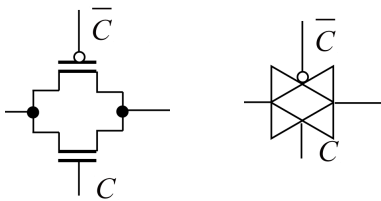
いままでの考え方
 フリップフロップの数はできるだけ減らしたい。
 その上で、それを駆動する組み合わせ関数を減らしたい。

でも、フリップフロップは
 パスゲートロジックというこれから示す方法
 を使うと大量に安価に供給できる。
 回路が簡単に組める方が、設計が容易だったりする。

→ 新しい考え方
 ワン・ホット・コード
 D-FFの遅延回路はいくらでもあるとき、
 一つの状態を一つの状態変数に割り当てた方が
 設計が簡単。
 ただし、ある状態にあるとき、
 割り当てられた状態変数だけが1で
 それ以外の状態変数は0とする。

パス(トランスミッション)ゲート

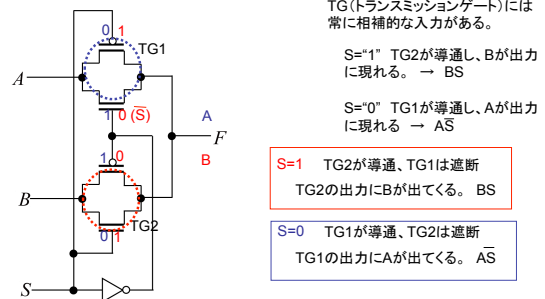
通常のCMOSと異なる構成で論理回路を作ろうとした新しい概念



n-MOSFETとp-MOSFETを用いたスイッチ：トランスミッションゲート
 ゲートには常に相補的(CとC̄)な信号を入力する。

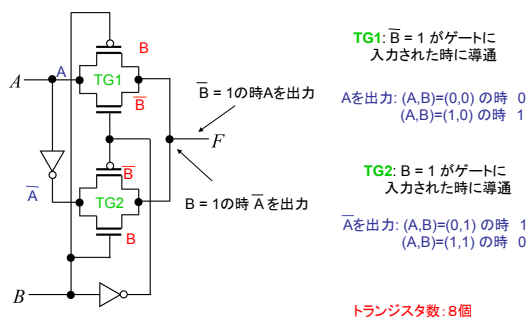
パスゲートロジック

トランスミッションゲートを用いても論理回路を構成可能。
 (今までのCMOS論理回路の考え方は異なる思想)



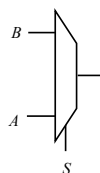
この動作でマルチプレクサ(切替器)を簡単に作れる

パスゲートロジックによるXOR



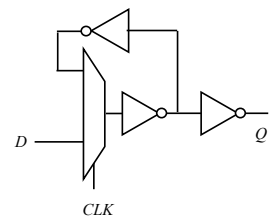
Dラッチ

マルチプレクサ



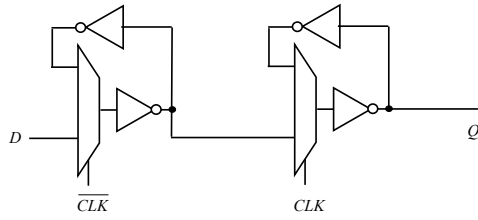
トランスミッションゲートを用いて
 CLKの有無によって、
 スイッチを切り替える
 $S=1$ でB、 $S=0$ でA

Dラッチ



CLK=1でデータ保持状態
 CLK=0からCLK=1に
 切り替わる瞬間の
 特性で保持状態が決まる。
 CLK=0の状態は透過(トランスペアレント)する。

マスタースレーブD-FF

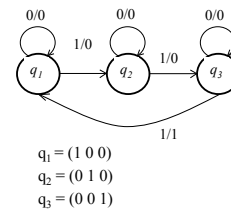


CLK=0でデータ保持状態
CLK=1からCLK=0に
切り替わる瞬間の
特性で保持状態が決まる。

CLK=1でデータ保持状態
CLK=0からCLK=1に
切り替わる瞬間の
特性で保持状態が決まる。

両方の組み合わせで透過(トランスペアレント)な状態が無くなる

ワン・ホット・コードによる状態割当



現状態 q	次状態 q'			出力y	
	入力 x			入力 x	
	0	1		0	1
q_1	q_1	q_2		0	0
q_2	q_2	q_3		0	0
q_3	q_3	q_0		0	1

というふうに状態割当てを行う

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

Q_1, Q_2, Q_3 について入力状態を
求める必要がある。
しかし、
許されない入力状態が多いので、
ドントケアは非常に多い

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	00	01	11	10	
	00	ϕ			ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_1'	00	01	11	10
	00	ϕ			ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_2'	00	01	11	10
	00	ϕ			ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_3'	00	01	11	10
	00	ϕ			ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_1'	00	01	11	10
	00	ϕ	1	0	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_2'	00	01	11	10
	00	ϕ	0	1	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_3'	00	01	11	10
	00	ϕ	0	0	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10		ϕ	ϕ	

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_1'	00	01	11	10
	00	ϕ	1	0	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10	0	ϕ	ϕ	0

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_2'	00	01	11	10
	00	ϕ	0	1	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10	1	ϕ	ϕ	0

		x, Q_1			
Q_2, Q_3	Q_3'	00	01	11	10
	00	ϕ	0	0	ϕ
	01		ϕ	ϕ	
	11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	10	0	ϕ	ϕ	1

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

	x, Q ₁		x, Q ₁		x, Q ₁
Q ₁ '	00	01	11	10	
Q ₂	00	φ	1	0	φ
Q ₃	01	0	φ	φ	1
Q ₄	11	φ	φ	φ	φ
Q ₅	10	0	φ	φ	0

ワン・ホット・コードによる状態割当

	0	1
100	100	010
010	010	001
001	001	100

	x, Q ₁		x, Q ₁		x, Q ₁
Q ₁ '	00	01	11	10	
Q ₂	00	φ	1	0	φ
Q ₃	01	0	φ	φ	1
Q ₄	11	φ	φ	φ	φ
Q ₅	10	0	φ	φ	0

$$Q_1' = \bar{x} \cdot Q_1 + x \cdot Q_3$$

$$Q_2' = \bar{x} \cdot Q_2 + x \cdot Q_1$$

$$Q_3' = \bar{x} \cdot Q_3 + x \cdot Q_2$$

ワン・ホット・コードによる状態割当

$$\text{でも、 } Q_1' = \bar{x} \cdot Q_1 + x \cdot Q_3$$

$$Q_2' = \bar{x} \cdot Q_2 + x \cdot Q_1$$

$$Q_3' = \bar{x} \cdot Q_3 + x \cdot Q_2$$

→枝をひとつひとつ積項に書けば
それは簡単化されている。
状態遷移図から
そのまま回路が生成できる。

の積項は、

