

問 1

確率モデル

$$X = \theta + \varepsilon$$

において、誤差 ε の分布が平均 0、分散 σ^2 の正規分布に従うとする。そのとき、独立な観測値 $X_1, X_2, \dots, X_n$ に対して未知の母数 θ のピットマン推定量 $\hat{\theta}^*$ を求めよ。

問 2

確率モデル

$$X = \theta + \varepsilon$$

において、 n 個の独立な観測値 $X_1, X_2, \dots, X_n$ が得られるとき、分散の不偏な推定量である不偏分散が

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

になることを証明せよ。ただし誤差 ε の分散が未知として、 $\bar{X}$ が観測値の標本平均とする。