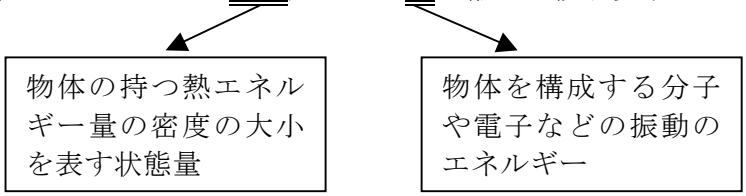
３．熱エネルギー移動

3.1　熱エネルギーの移動と温度差

3.1.1　伝熱とは何か？

◇　「伝熱」　＝　温度差による熱の輸送・移動現象

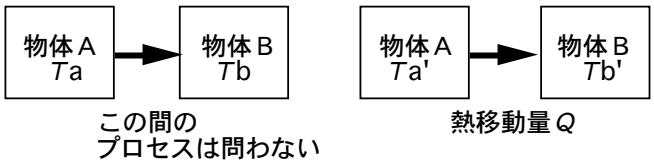


・温度高＝エネルギー量大　　・運動エネルギーや化学エネルギーと同等

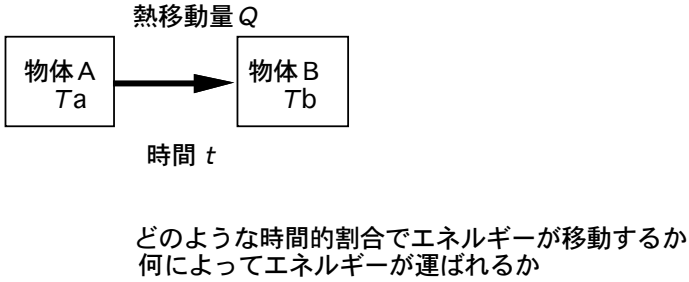
異なる物質に同じ熱エネルギーを与えても同じ温度となるとは限らない（比熱の概念）

◇　「伝熱学」と「熱力学」の相違点（学問的な取扱の違い）

熱力学：　これまでに述べてきたような熱力学では、「熱エネルギーがどれだけ移動し、それが系にどのような影響を及ぼしたか」のみを考え、「どのように移動したか」についてはふれない。



伝熱学：　熱移動量だけでなく、熱エネルギーの移動機構（どのような物理現象によって熱エネルギーが移動するか）や時間的変化（どのような様子でエネルギーが移動するか）を取り扱う。



伝熱学　→　熱エネルギの移動の予測、制御
　　＝　工業的・工学的な熱エネルギーの取扱い

3.1.2　熱輸送量（熱流量と熱流束）

断面積ΔA を通過する熱エネルギーQ は、温度差ΔT と時間Δt に比例する。

$$\begin{aligned} Q &\propto \Delta T \cdot \Delta t \cdot \Delta A \\ &= H\,\Delta T\,\Delta t\,\Delta A\ (\mathrm{J}) \end{aligned} \qquad \text{...(3.1.1)}$$

ここで、比例定数 H は、熱通過率（熱貫流率）と呼ばれ、物質・温度・流動などにより変化する値である。熱エネルギーが移動しようとしている環境により、熱通過率がどのように変化するかを

知るのが伝熱学と言っても過言ではないくらいに重要なあものである。

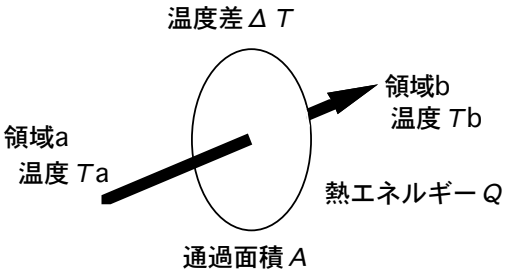


図 3.1.1　熱通過

熱流量（単位時間当りの熱移動量）および熱流束（単位時間、単位面積当りの熱移動量）は、次式で表される。

熱流量　$\dot{Q} = \dfrac{Q}{\Delta t} = H\,\Delta T\,\Delta A\ (\mathrm{W})$　...(3.1.2)

熱流束　$q = \dfrac{\dot{Q}}{\Delta A} = \dfrac{Q}{\Delta t\,\Delta A} = H\,\Delta T\ (\mathrm{W/m^2})$　...(3.1.3)

3.1.3　熱輸送量を支配する要素

式(3.1.2)からわかるように、単位時間に熱エネルギーの移動量を支配する要素は、ΔT、ΔA、および H の３個しかない。

1)　温度差ΔT を大きくする。
2)　伝熱面積ΔA を大きくする。
3)　熱通過率 H を大きくする。

（例題）　身の回りの伝熱問題に関して、上記の３要素を用いて伝熱現象を説明せよ。（例えば、扇風機の風に当ると涼しい；オートバイのエンジンのフィンの役目など）

3.1.4　伝熱の過程の分類

一般に伝熱は次の３種類の過程に分類される。

(a) 熱伝導（heat conduction　または　conduction heat transfer）
動かない物体中の熱エネルギーの拡散

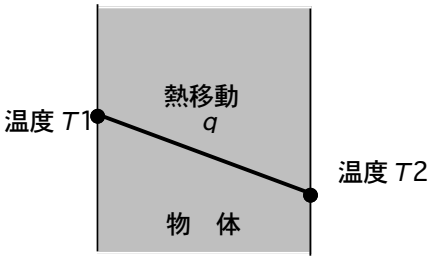


図 3.1.2　熱伝導

(b) 対流伝熱（または熱伝達、convective heat transfer）
物体表面と流体との間の熱移動

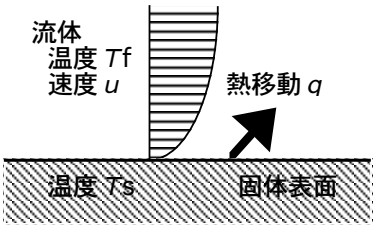


図 3.1.3　対流伝熱

(c) ふく射伝熱（radiation heat transfer）

熱エネルギーが一旦電磁波に変換されてから生じるエネルギー輸送

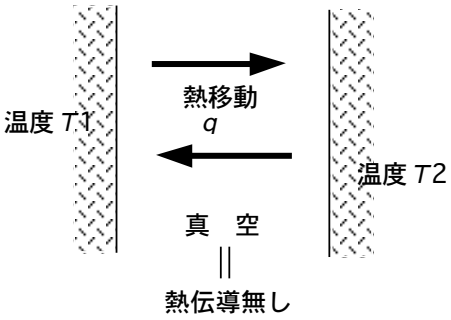


図 3.1.4　ふく射伝熱

3.1.5　各伝熱過程における基礎事項

(a) 熱伝導：

物体が巨視的には移動しない場合の熱エネルギー移動

気体・液体：エネルギーの異なる分子・原子の微視的移動

＝　分子・原子の拡散現象

固体・金属：結晶格子振動の拡散、自由電子の移動

◇基礎式

$$q_x = -k\frac{dT}{dx}$$ （Fourier の法則）　...(3.1.4)

q_x：　熱流束（heat flux）＝単位面積、単位時間あたりの移動熱量［W/m^2］

k：　熱伝導率（heat conductivity）［W/m K］

(b) 対流伝熱：

固体表面近傍で温められた（冷やされた）流体が移動して熱エネルギーを輸送する

||　　||

熱伝導と同様のプロセス　　流体力学

複雑な挙動

◇工学的な整理法（＝対流伝熱の基礎式）

$$q = h(T_s - T_f)$$ （Newton の冷却の法則）　...(3.1.5)

T_s：　固体表面温度

T_f：　流体温度

h：　熱伝達率（heat transfer coefficient）［W/m^{2}K］

(c) ふく射伝熱：

電磁波（赤外線）による熱エネルギー輸送
‖
電気的に中性でない原子（電子、陽子など）の振動によって発生
（波長、エネルギーは温度の関数）
媒体の存在しない真空中でも伝わる。

◇基礎式

$q=\sigma T^4$　（黒体）　...(3.1.6)

$q=\varepsilon\sigma T^4$　（非黒体）　...(3.1.7)

σ :　Stefan-Boltzmann 定数（＝5.67×10^{-8}［W/m^2K^4］）
相手の温度に無関係に放射されることに注意

3.1.6　伝熱学で扱う問題

◇熱エネルギーがどれだけどのように伝わるかを予測する。

・複雑な系における熱伝導の解析
・実際の流体の流れに対する熱伝達率の評価
・物性値の評価　など

◇熱エネルギーの伝わり方を制御する。
‖
実際の伝熱機器では上記３つの伝熱過程が複雑に関連して熱エネルギーを伝搬している。これを評価し、あるいは制御しようとする場合には複数の伝熱過程をまとめて評価できると便利である。

・熱通過率の概念：熱移動量と温度差の関係を伝熱過程に係わらず表した値

ex.)　固体壁を介しての温水と空気の熱交換

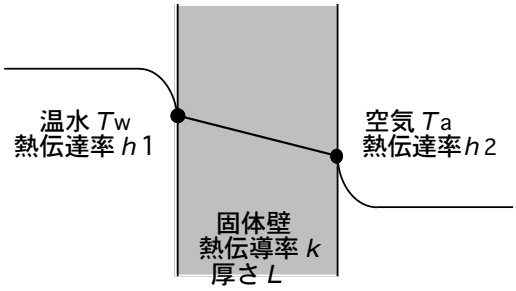


図 3.1.5　熱通過

温水・固体壁界面	固体壁内	固体壁・空気界面
‖	‖	‖
対流伝熱	熱伝導	対流伝熱

単位時間あたりの熱移動量（熱流）Q［W］

$$Q=H(T_w-T_a)S \quad ...(3.1.8)$$

H :　熱通過率［W/m^2K］
S :　伝熱面積［m^2］

この場合の熱通過率は、

$$H = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{L}{k} + \frac{1}{h_2}} \qquad ...(3.1.9)$$

熱通過率は見かけは熱伝達率と同じであるが、この例では熱伝導と熱伝達の双方を同時に評価している。上式の熱通過率と伝熱面積の積の逆数を熱抵抗と呼ぶ。すなわち、

$$R = \frac{1}{h_1 S} + \frac{L}{kS} + \frac{1}{h_2 S} \qquad ...(3.1.10)$$

この熱抵抗からわかる通り、この例の伝熱では両面の熱伝達による熱抵抗（$1/(h_1S)$、$1/(h_2S)$）と熱伝導による熱抵抗（$L/(kS)$）が直列に接続された場合の合成抵抗を通して熱が移動している。

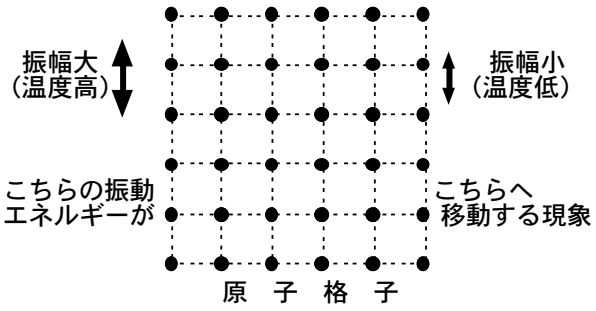
熱移動量を増加させる、あるいは抑制しようとする場合には直列接続された各伝熱過程のうち熱抵抗の大きなものを減少あるいは増加させると効果的である。

3.2　熱伝導現象

3.2.1　熱伝導現象の基礎

◇熱伝導（heat conduction）

物質内の温度の高い部分から低い部分へ熱エネルギー（分子・原子・電子等の振動エネルギー）が「拡散」する現象。固体の場合を考えるとわかりやすい。



◇フーリエの法則（熱伝導の基本式）

常識的に、熱エネルギーの「拡散」する量 Q（J）は、

(1)　２つの物質の温度差ΔT（K）が大きいほど

(2)　温度差のある部分の間の距離ΔX（m）が小さいほど

(3)　「拡散」する熱エネルギーの通過する面積 A（m^2）が大きいほど

(4)　「拡散」する時間Δt（s）が長いほど

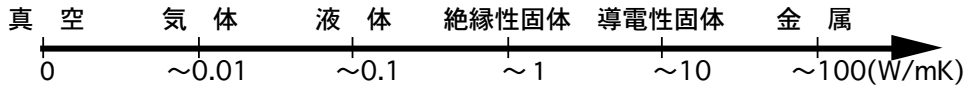
大きくなることが理解される。これを式の形に表すと、

$$Q = k\frac{\Delta T}{\Delta X}A\Delta t \qquad ...(3.2.1)$$

これをフーリエの法則（Fourier's　law）という。このときの比例定数 k を熱伝導率と言い、物質内の熱の拡散のし易さを表す（単位は W/m K）。

◇熱伝導率の一般的性質

熱伝導率は物体に固有の値（物性値）であり、物質によっておおいに異なるが、一般的には、



の順に大きくなる（分子、原子の密度から予測されるとおり）。金属の熱伝導率が特に大きいのは、金属結合の自由電子が熱エネルギーを輸送するためとされている。（導電性と同じ。電気抵抗と熱伝導率の関係を下表に示す。）

表　金属の電気抵抗と熱伝導率

固　　体	熱伝導率	電気電導率
銀	１００	１００
銅	７３．６	７３．３
金	５３．２	５８．５
アルミニウム	２３．６	２１．５
錫	１４．５	２２．６
鉄	１１．９	１３．０
鉛	８．５	１０．７
白　金	８．４	１０．７
洋　銀	６．３	-
ビスマス	１．８	１．９

（銀の値を１００としている）

◇フーリエの法則の数学的表記と熱流束の概念

熱伝導の基本式を数学的に表せば、

$$Q = -k\frac{\partial T}{\partial X} A\,\Delta t \qquad ...(3.2.2)$$

あるいは、

$$q = -k\frac{\partial T}{\partial X} \qquad ...(3.2.3)$$

これらの式中の負号は温度の高い部分から低い部分へ向かって熱が移動することを表す。

(3.2.3)式は熱伝導で伝えられる熱流束が物体内の温度勾配に比例することを表す（図 3.2.1）。物体内の温度勾配が図 3.2.1 のようにどこでも同じであるならば、熱伝導で伝えられる熱流束も一様になる。温度勾配が一つの座標軸の方向のみにある場合、すなわち熱移動が一つの座標軸の方向のみに生じる場合を**１次元熱伝導**という。

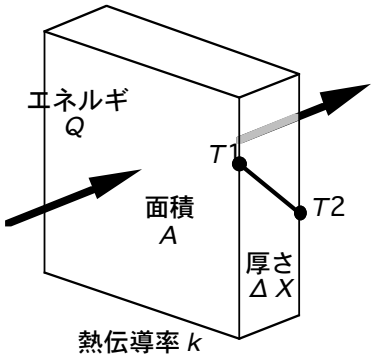


図 3.2.1　１次元熱伝導

3.2.2　定常１次元熱伝導

まず、物体内の温度が時間とともに変化しない（定常温度分布）場合の１次元熱伝導について考える。

◇直線的熱流

まず、最も単純な直線的熱流を考える。直線的熱流は、

(1)　周囲を断熱された一様断面の棒内の熱伝導

(2)　きわめて広い壁を通しての熱移動

などにおいてみられる。

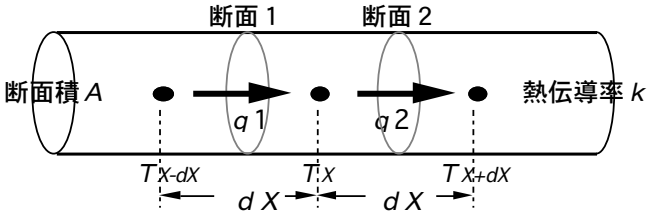


図 3.2.2　直線的熱流（コントロールボリューム法）

◆物体内に発熱のないとき

いま物体内に発熱がないとすると、断面１を通過する単位時間あたりの熱量 $q_1 A$ と断面２を通過する熱量 $q_2 A$ とは等しくなければならない（エネルギ保存の法則）。したがって、

$$-k\frac{T_X - T_{X-dX}}{dX}A = -k\frac{T_{X+dX} - T_X}{dX}A \qquad ...(3.2.5)$$

微分の概念を導入すれば、(3.2.5)式は次のようになる。

$$-k\frac{\partial^2 T}{dX^2}A = 0 \qquad ...(3.2.6)$$

これが直線的熱流の場合の熱伝導の基礎式である（このようにして基礎式を導出する概念を「試験体積の概念」あるいは「コントロールボリューム法」という）。これを X で１度積分すると、

$$k\frac{\partial T}{\partial X}A = -q\,A = \text{constant} \qquad ...(3.2.7)$$

であり、物体内を流れる熱流束がどこでも一定であることがわかる。さらに積分すると、

$$T = -\frac{q}{k}X + T_{boundary} \qquad ...(3.2.8)$$

となって、温度分布は物体内で直線的である。T_{buundary} は境界条件から決まる温度である。

◆物体内に一様発熱があるとき

図 3.2.2 に示した棒状の物体に電流を流したときのように、物体内に一様な発熱があるとき、その発熱量を、単位体積あたり、単位時間あたり G（W/m^3）とすると、コントロールボリュームにおけるエネルギーの釣合は、

$$\left(-k\frac{T_X - T_{X-dX}}{dX}A\right) + G\,A\,dX = \left(-k\frac{T_{X+dX} - T_X}{dX}A\right) \qquad ...(3.2.9)$$

これを微分表示すると、

$$-k\frac{\partial^2 T}{dX^2}A = G \qquad ...(3.2.10)$$

これを解くと物体内の温度分布は、

$$T = -\frac{G}{2k}X^2 - \frac{q_{boundary}}{k}X + T_{boundary} \qquad ...(3.2.11)$$

なる放物線となる。

◇円筒壁内の半径方向熱流

円筒壁内の半径方向に熱伝導がある場合の基礎式は、同様にコントロールボリューム法で簡単に求められる。

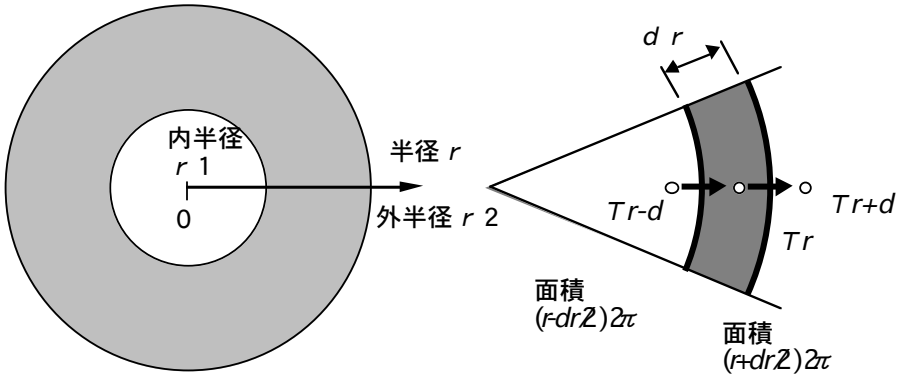


図 3.2.3　円筒壁内の半径方向熱伝導

円筒壁内半径方向熱伝導の基礎式は、

$$-k\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = G \qquad ...(3.2.12)$$

熱の発生のない（$G = 0$）ときの温度分布は、円筒内面（$r = r_1$）で $q = q_1$、$T = T_1$ とすれば、

$$T = T_1 - r_1\frac{q_1}{k}\ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \qquad ...(3.2.13)$$

◇球殻内の半径方向熱流

球殻内の半径方向に熱伝導がある場合の基礎式も、同様にコントロールボリューム法で簡単に求められる。

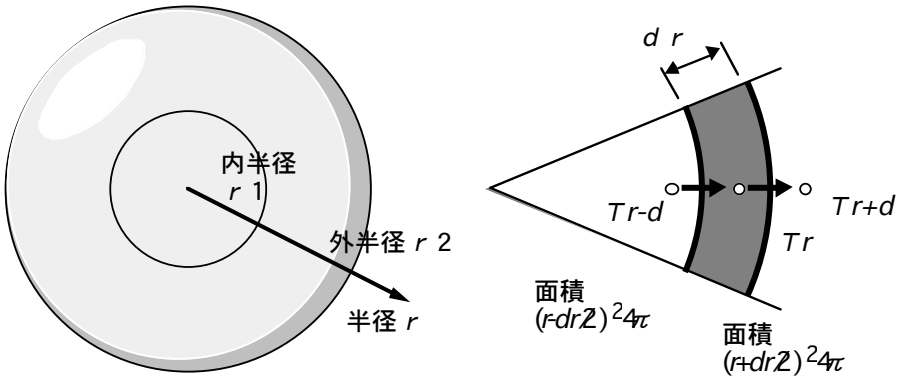


図 3.2.4　球殻内の半径方向熱伝導

球殻内半径方向熱伝導の基礎式は、

$$-k\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)=G \qquad ...(3.2.14)$$

熱の発生のない（$G=0$）ときの温度分布は、球殻内面（$r=r_1$）で $q=q_1$、$T=T_1$ とすれば、

$$T=T_1-r^2\frac{q_1}{k}\left(\frac{r_1-r}{r_1 r}\right) \qquad ...(3.2.15)$$

3.2.3　非定常１次元熱伝導

次に、非定常熱伝導について考える。非定常熱伝導とは、温度分布が時間とともに変化する場における熱伝導現象のことで、厳密に言えば、自然界のすべての伝熱現象はこの範疇に入る。第２章で扱ったような定常伝熱は一般的な伝熱の特別な場合（温度変化なし）である。

◇　非定常熱伝導の基礎式

非定常伝熱を生じている場では、物体の温度が時間とともに変化するから、**物体の温度を変えることに起因するエネルギーの出入**をともなう。

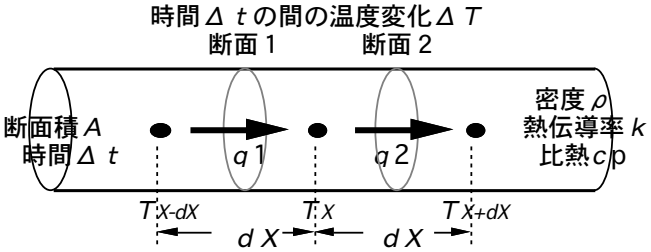


図 3.2.5　非定常熱伝導（コントロールボリューム法）

断面１を通過して体積 $dX\,A$ の部分に流入するエネルギーは

$$-k\left(\frac{T_X-T_{X-dX}}{dX}\right)A\,\Delta t$$

断面２を通過して体積 $dX\,A$ の部分から流出するエネルギーは

$$-k\left(\frac{T_{X+dX}-T_X}{dX}\right)A\,\Delta t$$

体積 $dX\,A$ の部分がΔT_X温度変化するに必要なエネルギーは

$$c_p\rho\,dX\,A\Delta T_X$$

これらのエネルギーバランスより、非定常熱伝導に関する基礎式は、

$$\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}=k\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \qquad ...(3.2.16)$$

◇　温度伝導率（温度伝搬率）と熱伝導率

非定常熱伝導の基礎式を変形して

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \qquad ...(3.2.17)$$

としたときのα（$=k/(\rho\,c_p)$）を温度伝導率（あるいは温度伝播率）という（単位は m^2/s）。この値が大きいほど物体内を温度分布が「非定常的」に広がっていく速度が速い（熱伝導率が「定常的」な熱移動の容易さを示すことと対比して考えよ）。

◇　非定常熱伝導による温度変化の解析解の例

この基礎式から解析的に温度分布を求めることのできる例は稀であるが、いくつかの事例に関しては解析解が得られている。

事例１： 初期温度が 0℃で一様な半無限体の表面温度が $t = 0$ から急に T_0℃となったときの物体内の温度分布（Carslow & Jaeger: Conduction of Heat in Solids、p.63, 2.5.(i)参照）

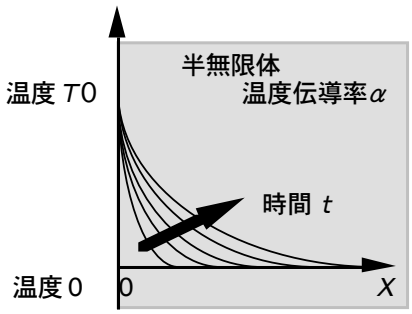


図 3.2.6　半無限体内の非定常熱伝導による温度分布

解法例： このときの温度分布を表す非定常熱伝導の基礎式は、半無限体内の温度分布が 1 次元であるから、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \qquad ...(3.2.17)$$

この基礎式を時間 t に関してラプラス変換する[1]と

[1]ラプラス変換

非定常熱伝導問題のように線形な過渡現象を解析するために最も有効な手段である。いま任意の関数$\theta(t)$（t は時間）があるとき、これに exp(-st)をかけて $t = 0$〜∞まで積分すると、

$$L(\theta) = \int_0^\infty \theta(t) \exp(-st)\, dt$$

なる s の関数を得る。これが有限確定値であるとき、これを$\theta(t)$のラプラス変換という。これを用いることによって時間の変数を消去できるため、過渡現象（非定常現象）の解析が容易になる。原関数$\theta(t)$とそのラプラス変換とは一対一対応しており、その例を下の表に示す。この表を用いれば、微分方程式を解いた結果を時間に関する関数に戻す（逆ラプラス変換という）ことができる。

	$\theta(t)$	$L(\theta)$
(1)	1	$\frac{1}{s}$
(2)	t	$\frac{1}{s^2}$
(3)	$\exp(at)$	$\frac{1}{s-a}$
(4)	$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
(5)	$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
(6)*	$erfc\left(\frac{a}{2\sqrt{t}}\right)$	$\frac{1}{s}\exp\left(-a\sqrt{s}\right)$

*　誤差関数 erf ηは次のように定義される。

$$erf\ \eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta \exp\left(-\xi^2\right) d\xi$$

補誤差関数 erfc ηは次の通りである。

$$\mathrm{erfc}\ \eta = 1 - \mathrm{erf}\ \eta$$

$$-T(t=0)+s\,L(T)=\alpha\frac{d^2L(T)}{dX^2} \qquad ...(3.2.18)$$

$T(t=0)=0$ に注意してこれを解くと

$$L(T)=A\exp\left(X\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right)+B\exp\left(-X\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right) \qquad ...(3.2.19)$$

$X=0$ で $T=T_0$（$L(T)=T_0/s$）、$X=\infty$ で T が有限値である条件から、

$A=0$、　$B=T_0/s$

これを逆ラプラス変換すると半無限体内の温度分布は次のように求まる。

$$T=T_0\,\mathrm{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \qquad ...(3.2.20)$$

<u>事例２</u>： 初期温度 0℃である半径 a の円柱表面が $t=0$ から急に T_0℃となったときの円柱内部の温度分布（Carslow & Jaeger: Conduction of Heat in Solids、p.199, 7.6 参照）

<u>解法例</u>： このときの非定常熱伝導の基礎式は、円柱座標を用いて

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad ...(3.2.21)$$

この解は、

$$T=T_0-\frac{2T_0}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\alpha\,p_n^2 t\right)\frac{J_0(r\,p_n)}{J_1(a\,p_n)} \qquad ...(3.2.22)$$

ここで J_0 と J_1 は０次と１次の第１種ベッセル関数であり、p_n は

$J_0(ap)=0$

の解である。

◇　物体の熱伝導率が無限大と見なせる場合の温度変化

きわめて特殊な例として、物体の熱伝導率が無限大と見なせる場合、すなわち物体内の温度が一様と見なせる場合には (3.3)式の非定常熱伝導の基礎式は利用できない。なぜなら (3.3)式は物体内の一部分に対するエネルギーバランスに関するものであるからである。この場合には物体全体に関するエネルギーバランスを考える必要がある。つまり、体積 V の物体にΔT の温度変化を生じるときに必要なエネルギーは

$c_p\,\rho\,V\,\Delta T$

外部から物体に流入するエネルギーは、物体表面の熱流束を q とすれば

$q\,S\,\Delta T$

両者は等しくなければならない。いま物体に流入する熱エネルギーが熱伝達によるものであるならば、熱流束 q は熱伝達率を h として $q=-h\,(T-T_f)$である（詳しくは次回述べる）から、

$$\rho c_p V\frac{dT}{dt}=-h\,S\left(T-T_f\right) \qquad ...(3.2.23)$$

これは簡単に解けて、

$$T-T_f=C\exp\left(\frac{-h\,S}{\rho\,c_p V}t\right)$$

物体の初期温度（$t=0$）を T_0 とすると、C は T_0-T_f となるから、物体の温度挙動は次のように表される。

$$T=\left(T_0-T_f\right)\exp\left(\frac{-h\,S}{\rho\,c_p V}t\right)+T_f \qquad ...(3.2.24)$$

この結果は物体の温度が指数関数的に流体温度に近づくことを示している。このときの温度挙動の応答の速さは(3.2.24)式の exp 内の（$\rho c_p V/(hS)$）の大きさによって決まる。この値を物体の**温度時定数**という。

3.2.4　非定常伝熱による温度変化の線図による計算

前節に示したように、一般の伝熱計算で非定常熱伝導の基礎式を毎回解くことはきわめて煩雑であるので、工業上重要ないくつかの形状の物体内の非定常熱伝導に関して解析解を線図の形に表したものが発表されている。これを利用した温度変化の計算法を示す。

◇　ハイスラー線図

これまでにいくつか発表されている線図のうち、最も完全なものが M.P. Heisler によるものであるので、次ページ以降に代表例を示す。

ハイスラー線図はいずれも縦軸に無次元温度θ、横軸に無次元時間 Fo を用いている。それぞれの定義は以下の通りである。

無次元温度

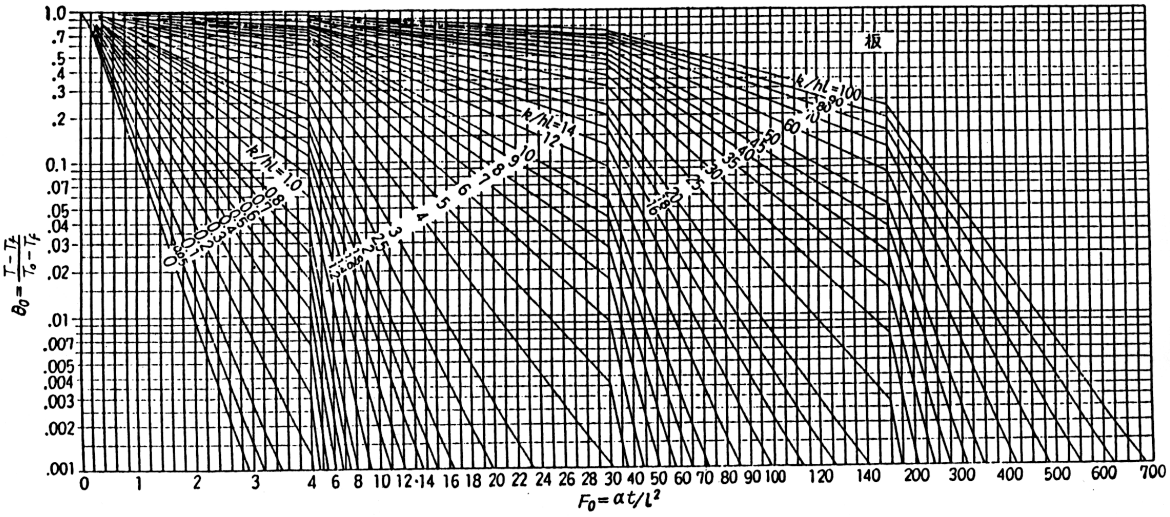
$$\theta = \frac{T - T_f}{T_0 - T_f} \qquad ...(3.2.25)$$

無次元時間（フーリエ数）

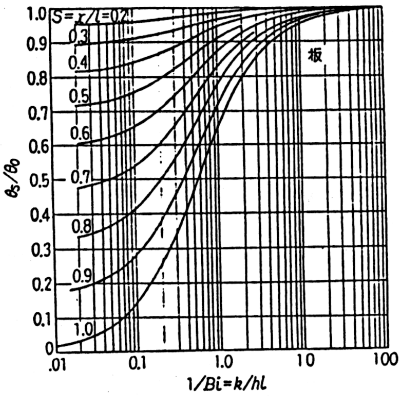
$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} \qquad ...(3.2.26)$$

ここで L は、片面断熱平板の場合は厚さ、円柱と球の場合は半径である。フーリエ数は非定常熱伝導を整理する上で最も重要な無次元数である（物体の物性値によらず、物質内の温度伝播がこれによって整理される）。さらに線図中のパラメータ hL/k はビオー数と呼ばれる無次元数であり、表面の熱伝達による熱抵抗と物体内の熱伝導による熱抵抗の大きさの比を表す（詳しくは熱伝達の章で説明する）。表面の温度と流体温度が等しいと考えられる場合には $hL/k = \infty$（$k/hL = 0$）とすれば良い。

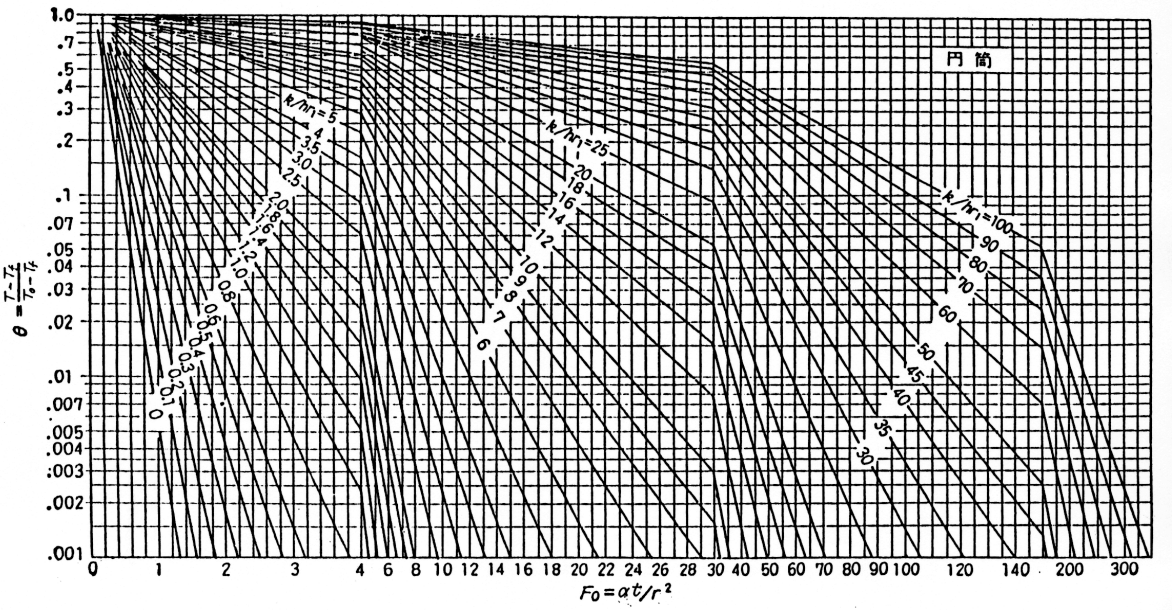
(1)　一方の表面が断熱された一様温度 T_0 の無限平板の他面を急に T_f の流体に接触させた場合の断熱表面の温度 T に関する線図



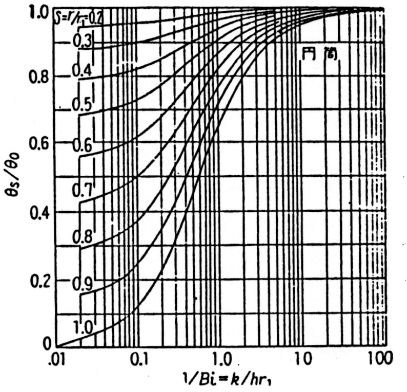
下は断熱表面の温度を平板内の任意の位置における温度 T_s に変換するための線図である。



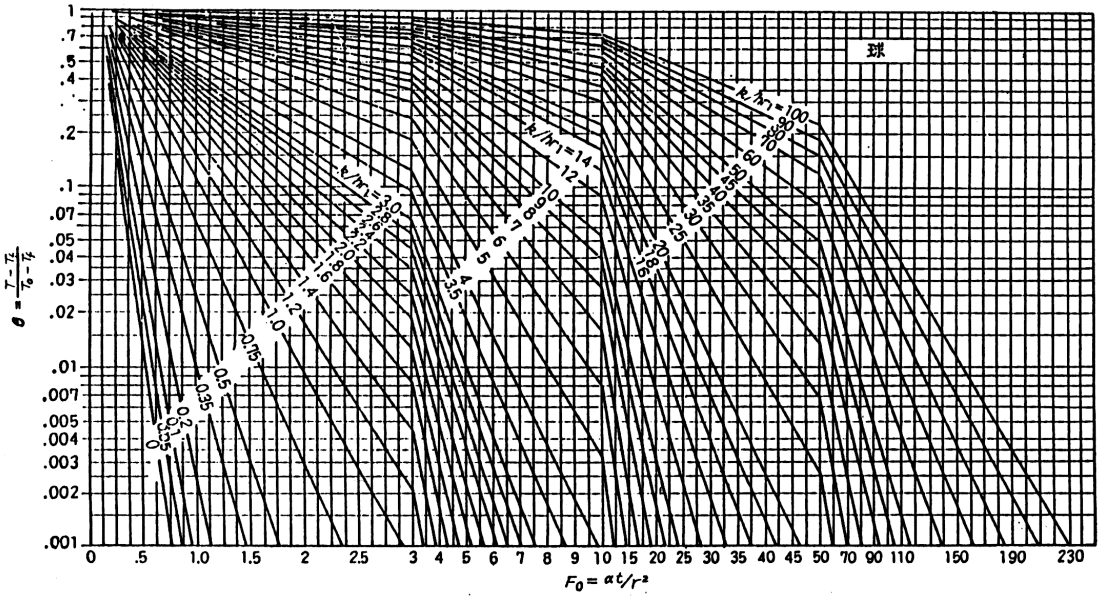
(2)　一様温度 T_0 の無限に長い円柱の表面を急に T_f の流体に接触させた場合の円柱中心の温度 T に関する線図



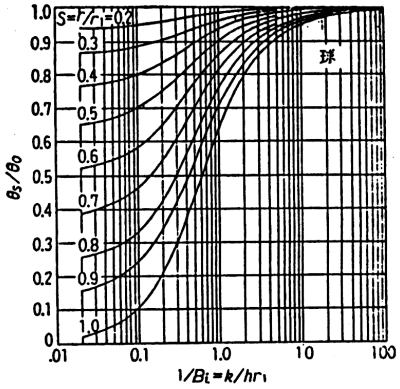
下は円柱中心の温度を円柱内の任意の位置における温度 T_s に変換するための線図である。



(3)　一様温度 T_0 の球の表面を急に T_f の流体に接触させた場合の球中心の温度 T に関する線図



下は球中心の温度を球内の任意の位置における温度 T_s に変換するための線図である。



演習問題

［３−１］　厚さ 0.15 m の煉瓦（k = 1.0 W/m K）の炉壁がある。炉壁の内面が 700℃、外面が 40℃のとき、

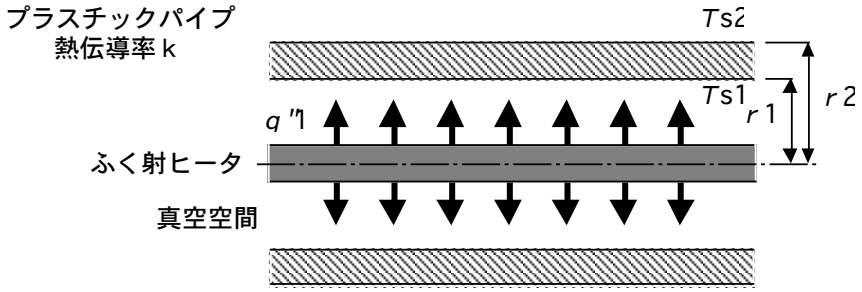
(1)　炉壁内の温度分布の概略を図示せよ。

(2)　炉壁を透過する熱流束を求めよ。

ヒント：定常１次元熱伝導を考える。

［３−２］　プラスチックパイプの内面に特別なコーティングを行うために、パイプ内にふく射熱源を入れ次ページの図のようにパイプ内面を加熱する。パイプ内面におけるふく射熱源からの熱流束を q''_1、パイプ内半径と外半径をそれぞれ r_1、r_2、パイプの熱伝導率を k とし、パイプ内表面と外表面の温度が T_{s1} と T_{s2} に保たれたときのパイプ壁内の温度分布を表す式を導け。また、T_{s1} = 150℃、T_{s2} = 25℃であるときのふく射熱源 1 m あたりの所要電力を求めよ。ただし r_1 = 25 mm、r_2 = 38 mm、パイプの熱伝導率 k を 10 W/m K とする。

ヒント：パイプ壁内の半径方向１次元熱伝導を考え、コントロールボリューム法で温度分布を表す式を作成する。熱源の所要電力はパイプ内外表面を所定の温度としたときの加熱熱流束 q''_1 から求めるが、q''_1 がパイプ内表面の面積基準であることに注意せよ。



［３−３］　内半径 0.05 m、外半径 0.10 m の青銅（Bronze）製パイプ内を 70℃の湯が流れている。パイプ外面を 20℃に保ったとき、外部へ伝えられる熱量はパイプ 1 m あたり幾らか？　パイプの材質をアルミニウムにしたときはどうか？

ヒント：パイプ内面温度を 70℃として良い。青銅とアルミニウムの熱伝導率は配布資料の物性値表から求めること。

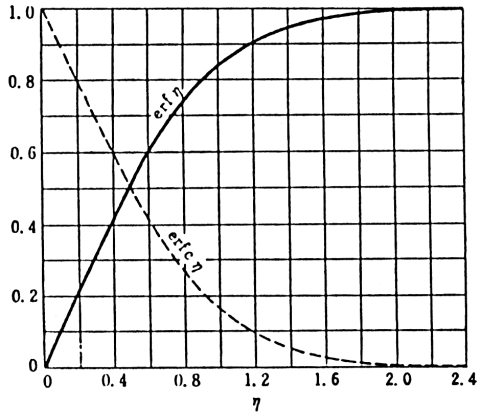
［３−４］　温度 20℃、直径 10 mm の銅球を周囲から一様に 1000 W/m^2 の熱流束で加熱した。銅球の温度が 500℃となるまでの時間を求めよ。

ヒント：銅球内部の温度分布は無視して良い。比熱 c と密度ρは第１回目の資料を見よ。

［３−５］　太さ 1 mm のアルメル・クロメル熱電対（ρ= 8700 kg/m^3、c_p = 460 J/kg K）の温度時定数を求めよ。ただし周囲の熱伝達率を 500 W/m^{2}K とせよ。太さが 0.1 mm の場合はどうか。

ヒント：熱電対内部の温度分布は無視して良い。長さ L の部分の体積と表面積から計算する。

［３−６］　夏の暑い日の午後、車道のアスファルト（$\rho = 1400$ kg/m^3、$c_p = 840$ J/kg K、$k = 0.75$ W/m K）が強い日射によって 50℃まで加熱されていたとする。急に激しい夕立があって車道表面を大量の雨水（20℃）が洗い流したが、20 分で夕立は止んだ。このときの表面から 5 cm 下のアスファルトの温度はいくらか。ただしアスファルトの初期温度は 50℃一様であり、アスファルト舗装の厚さは無限大として良い。また、誤差関数の値は下のグラフから求めよ。



ヒント：車道を半無限体として内部の非定常熱伝導を考える。表面の熱伝達率は無限大として良い。

［３−７］　初期温度 20℃で厚さ 50 mm の牛肉を 200℃のオーブンにいれてローストビーフを作りたい。中央の温度が 80℃となった時点でオーブンから出すこととして、このローストビーブを焼き上げるに必要な時間はいくらか。ただし牛肉は平板とし、表面の熱伝達率を無限大として良い。また牛肉の物性値は 93.33℃の水の値を仮定せよ。さらに、厚さ 1.5 mm の牛肉を 100℃の熱湯内で加熱する「しゃぶしゃぶ」の場合の所要時間はいくらか。

ヒント：平板内の非定常熱伝導を整理したハイスラー線図を用いる。いずれの場合も表面の熱伝達率 h は無限大とし、中心の無次元温度が設定値となるまでの無次元時間（フーリエ数）を読みとる。

［３−８］　直径 10 cm の鋼製の球が 500℃まで加熱されている。これを 30℃の水中に投入して焼き入れを行うとき、中心温度が 50℃となるまでの時間を求めよ。

ヒント：表面温度が急に 30℃まで低下するとし、球表面の熱伝達率 h は無限大であると考えれば良い。中心の無次元温度を求めてハイスラー線図からフーリエ数を読みとり、これを時間に直せ。