第７回講義資料　　伊能

慣性主軸と主慣性モーメントの求め方

<u>ステップ１</u>：次の式より３次方程式を解いて３根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求める．

$$\det(\boldsymbol{I}-\lambda\boldsymbol{E}) = \begin{vmatrix} I_{xx}-\lambda & -I_{yx} & -I_{zx} \\ -I_{yx} & I_{,yy}-\lambda & -I_{zy} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

対象物が xy 平面内にあり厚さを無視できる剛体の場合，λ_3 は I_{zz} に等しい．つまり，実質的に二次方程式の根を求めればよい．この場合，$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ が主慣性モーメントになる．

<u>ステップ２</u>：λ_1，λ_2，λ_3 に対応する固有ベクトル $\boldsymbol{\omega}_1$，$\boldsymbol{\omega}_2$，$\boldsymbol{\omega}_3$ は以下の式から求める．

$$(\boldsymbol{I}-\lambda_1\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{0}, \quad (\boldsymbol{I}-\lambda_2\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{0}, \quad (\boldsymbol{I}-\lambda_3\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{\omega}_3 = \boldsymbol{0}$$

それぞれの式から一個ずつ固有ベクトルが求まる．教科書では正規化（ノルムを１）にして固有ベクトルを表している．また各々の固有ベクトルは主軸方向を示しており，主軸の角度も求められる．

問題１

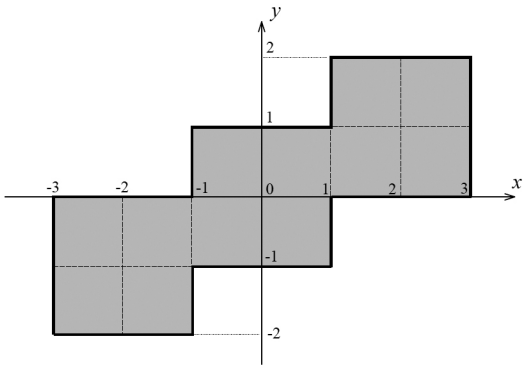
図のような厚さの無視できる平面形状の物体がある。以下の問いに答えよ．ただし、単位面積あたりの質量を ρ とする．

1.1　慣性テンソル $\boldsymbol{I}$ を求めよ．

1.2　主慣性モーメント（$\lambda_1<\lambda_2<\lambda_3$）を求め、慣性テンソルの形で示せ．

1.3　慣性主軸となる二つの角度 θ_1, θ_2 を tan の値で求めよ．

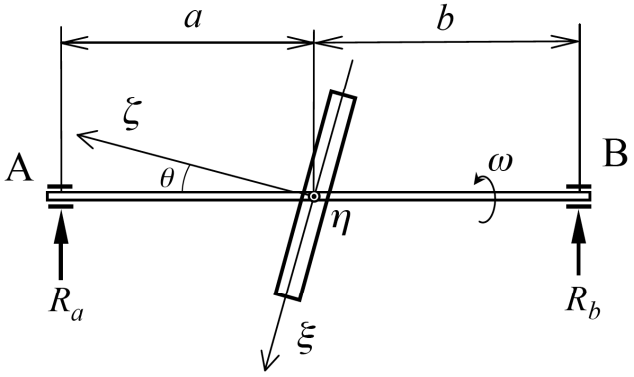
1.4　慣性主軸の配置を概略図で示せ．



問題２

微小重力下で図のような質量 M, 半径 r の十分に薄い円板が軸に対して θ の角度で斜めに取り付けられており，軸とともに一定角速度 ω で回転している．軸は円板の重心を通っており，重心から距離 a, b の位置にある二つの軸受け A, B で支えられている．以下の問いに答えよ．

2.1　図のように設定された運動座標系を基準にした円板の慣性テンソル（運動座標系表示）$\boldsymbol{I}_{\mathrm{rel}}$ と運動座標系表示の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{rel}}$ を求めよ．

2.2　オイラーの運動方程式を立て，円板の回転によって回転軸から円板に作用する力のモーメントベクトル（トルク）$\boldsymbol{T}^{\mathrm{rel}}=(T_\xi, T_\eta, T_\zeta)^{\mathrm{T}}$ を求めよ．ヒント：教科書の式（5.104）を使用　**←出席点**

2.3　軸が受ける反力 R_a と R_b を求めよ．