

第10回

ビット誤り率(1)

2013年12月10日(火)

第5章

ビット誤り率

5-1 誤り率(BER)

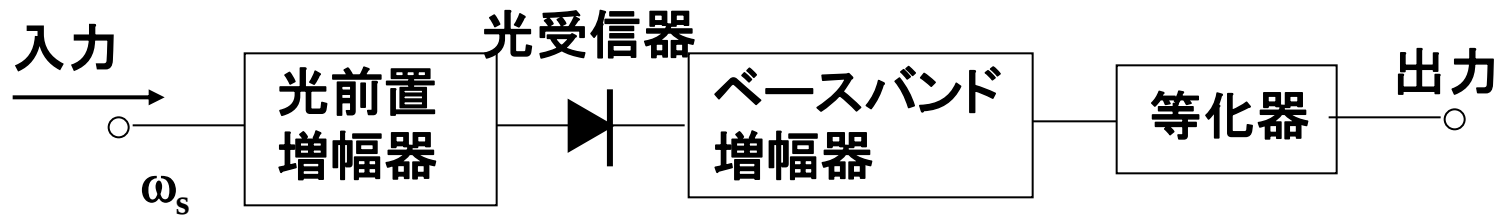
5-2 IM-DD方式のBER

5-3 コヒーレント方式のBER

5-4 多値変調信号のBER

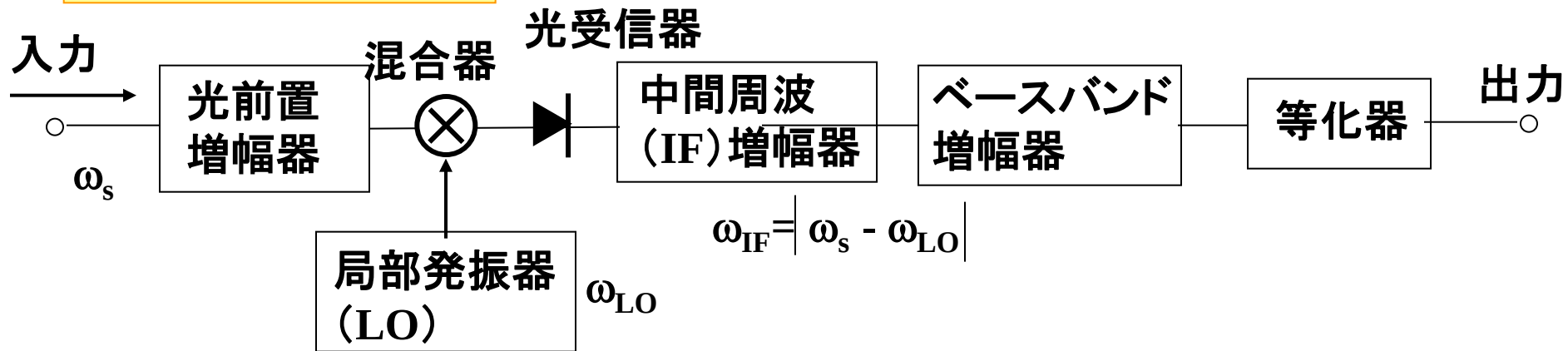
受信系の基本構成(1)

① 直接検波(IM-DD方式)

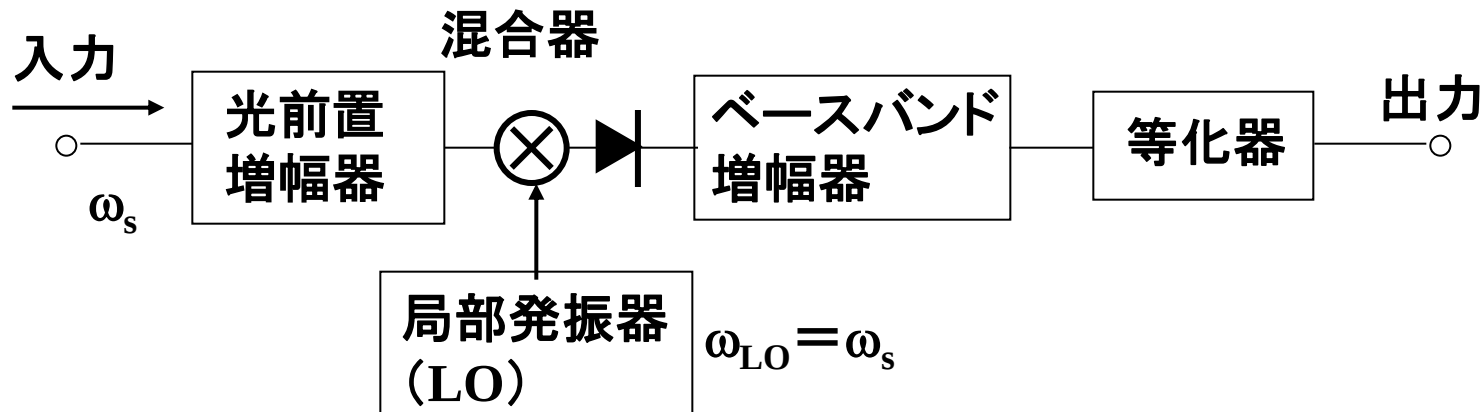


受信系の基本構成(2)

② ヘテロダイン検波



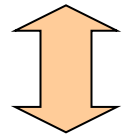
③ ホモダイン検波



- 信号対雑音比 (SNR: Signal to Noise Ratio)

雑音の要因 {

- ① ショット雑音
- ② 熱雑音
- ③ 前置増幅器の雑音 (第6章)

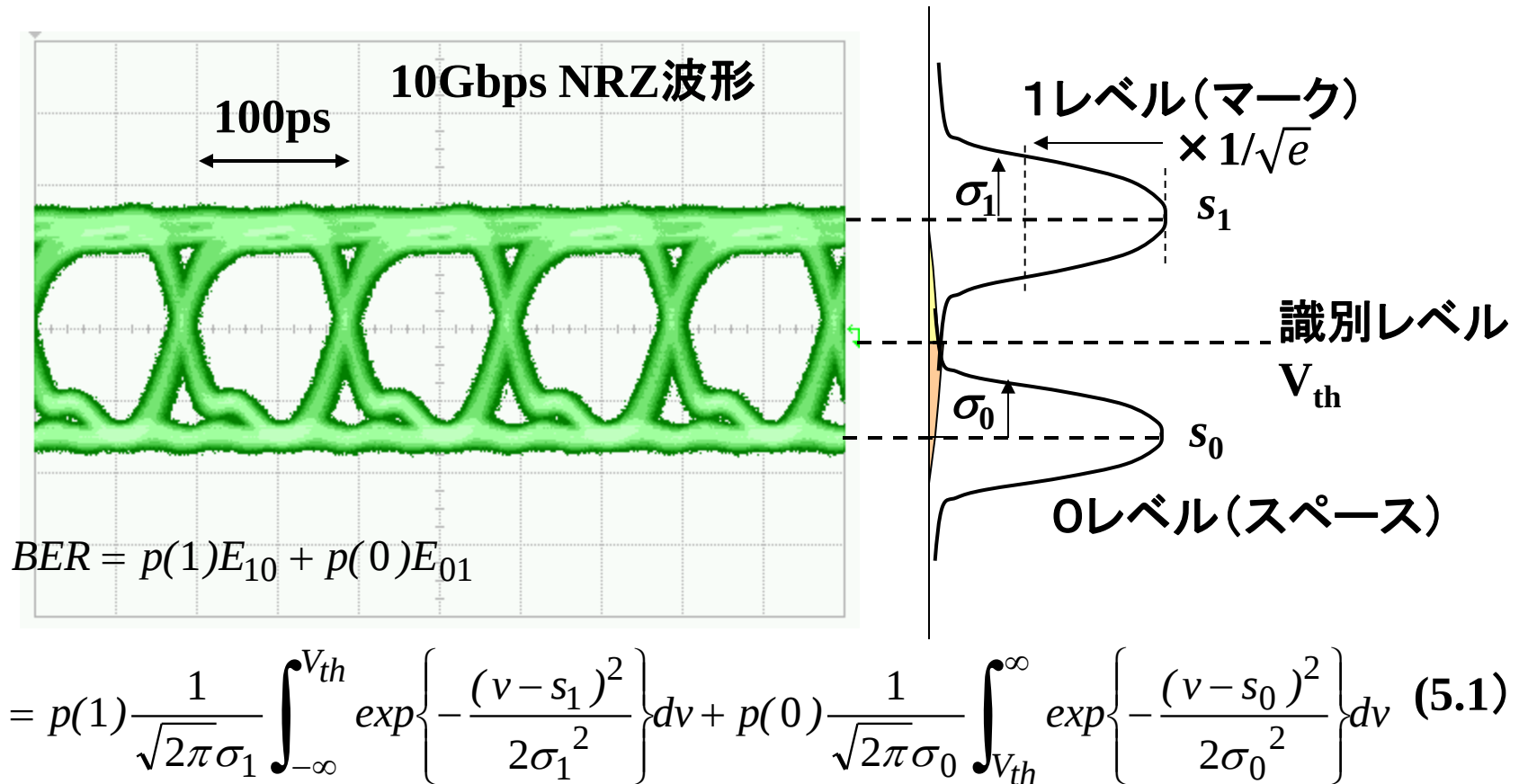


1対1の関係

- 誤り率 (BER: Bit Error Rate)

誤り率特性

ビット誤り率(BER: Bit Error Rate):
0レベルを1レベル、1レベルを0レベルに誤判定する確率。
低ければ低いほど良い。



$p(i)$: i レベルの発生確率 ($i=0,1$)

E_{ij} : i レベルを j レベルと誤認識する確率 (ガウス分布の確率密度関数を想定)

IM-DD方式のBER

BERの計算式

$$\frac{S_1 - V}{\sigma_1} = y, \frac{V - S_0}{\sigma_0} = y \quad \text{の変数変換を行い、} p(1)=p(0)=1/2 \text{ (マーク率} 1/2 \text{)}$$

とすると、(5.1)より

$$BER = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\frac{S_1 - V_{th}}{\sigma_1}}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy + \int_{\frac{V_{th} - S_0}{\sigma_0}}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \right] \quad (5.2)$$

BER最小の条件は識別レベルが2つのガウス分布の交点に設定した場合であり、 $E_{10}=E_{01}$ である。

$$Q = \frac{S_1 - V_{th}}{\sigma_1} = \frac{V_{th} - S_0}{\sigma_0} \xrightarrow{\text{ }} V_{th} = \frac{\sigma_0 S_1 + \sigma_1 S_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \quad (5.3)$$

$$\xrightarrow{\text{ }} Q = \frac{S_1 - S_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (5.4)$$

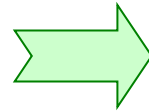
(5.2)に代入して、

$$BER = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_Q^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right) \approx \frac{\exp\left(-\frac{Q^2}{2}\right)}{Q\sqrt{2\pi}} \quad (5.5)$$

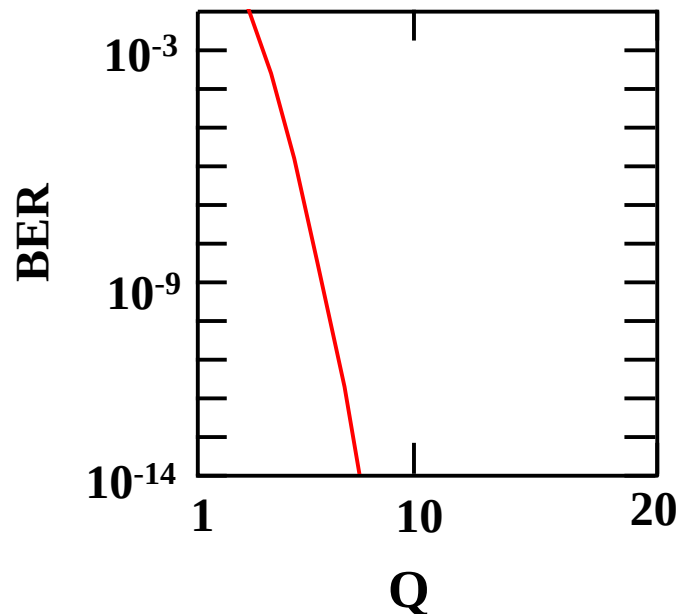
BERとSNRの関係

光通信のマーク、スペースの雑音量は強度・構成要素に違いがあるため等しくないが、両者の平均量を等価的な雑音量と仮定して、

$$SNR = \left[\frac{s_1 - s_0}{(\sigma_1 + \sigma_0)/2} \right]^2 = 4Q^2 \quad (5.6)$$



$$\begin{aligned} BER &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{SNR}}{2\sqrt{2}}\right) \\ &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp(-SNR/8)}{SNR} \end{aligned} \quad (5.7)$$



ただし

$\operatorname{erfc}(x)$: 補誤差関数

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$$

雑音の構成要素

雑音の定義: 0レベル及び1レベルそれぞれの受信光パワーの揺らぎ(分散)

1レベル

$$\sigma_1^2 = \underbrace{\sigma_{is}^2}_{\text{①}} + \underbrace{\sigma_{id}^2}_{\text{②}} + \underbrace{\sigma_{ith}^2}_{\text{③}} = 2e \cdot e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega} \right) \underbrace{B}_{\text{雑音帯域}} + 2e i_d \underbrace{B}_{\text{雑音帯域}} + \frac{4kTB}{RL} \quad [\text{A}^2]$$

雑音帯域

① 信号光のショット雑音:
フォトンの発生確率の不確定性
を原因とするフォトン数の揺らぎ

③ 電子回路の熱雑音

② 受信器の暗電流によるショット雑音:
入力光が0でも流れる受信器の電流自体の
揺らぎ

0レベル $\sigma_0^2 = \sigma_{id}^2 + \sigma_{ith}^2$ (背景光を0と仮定。
光源の消光比が有限の場合には考慮が必要)

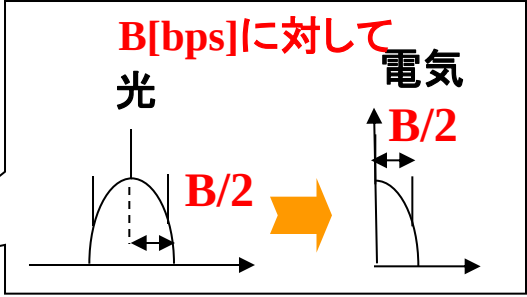
ショット雑音限界

BER=10⁻⁹となるショット雑音限界の光子数を求める。

ショット雑音限界(熱雑音は考慮せず)

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= 2e \cdot e\eta_i \left(\frac{P_s}{\hbar\omega} \right) \left(\frac{B}{2} \right) \\ \sigma_0^2 &= 0 \\ P_1 &= e\eta_i() \\ P_0 &= 0 \end{aligned}$$

NRZを対象 (RZではB)



$$Q = \frac{s_1 - s_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{(e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega})}{\sqrt{2e \cdot (e\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega}) (\frac{B}{2})}}$$

$$= \sqrt{\eta_i \frac{P_s}{\hbar\omega} \frac{1}{B}} = \sqrt{\eta_i N_p} \quad (N_p: 1 \text{ ビットあたりの光子数})$$

BER<10⁻⁹となるQ>6,
SNR=4Q²=144=21.6dB



B=40Gbps, $\eta_i=1.0$ のとき
Ps=185nW (-37.3dBm, マーク率1/2の時は
平均パワー-40.3dBm)
→ ビット当たり36個・平均18個の光子が必要

PIN-PDにおけるBER

$$SNR = \frac{\left(e \eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \right)^2}{\left(\sqrt{2e \frac{e \eta_i P_s}{\hbar \omega} \left(\frac{B}{2} \right) + \frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2} \right)} + \sqrt{\frac{4kT}{R_L} \left(\frac{B}{2} \right)} \right)^2} = \frac{\left(e \eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \right)^2}{\left(\sqrt{2e \frac{e \eta_i P_s}{\hbar \omega} + \frac{4kT}{R_L}} + \sqrt{\frac{4kT}{R_L}} \right)^2 \frac{B}{8}} \quad (5.8)$$

R_L をかけると外部に取り出されるパワーとなる
 R_L をかけると雑音パワーとなる
 0レベルの熱雑音の分散量(σ_0)

1レベルの信号光ショット雑音と熱雑音の分散量(σ_1)

※ NRZ信号を仮定し、信号帯域 $B/2$ とした。

※数値例)

$P_s = -3\text{dBm}, B = 40\text{GHz}, T = 300\text{K}, \eta_i = 0.8, R_L = 50\Omega, \lambda = 1.55\mu\text{m}$ のとき、
 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}, \hbar = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2\pi} \text{ J} \cdot \text{s}, \omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 2\pi \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \text{ Hz}$ なので

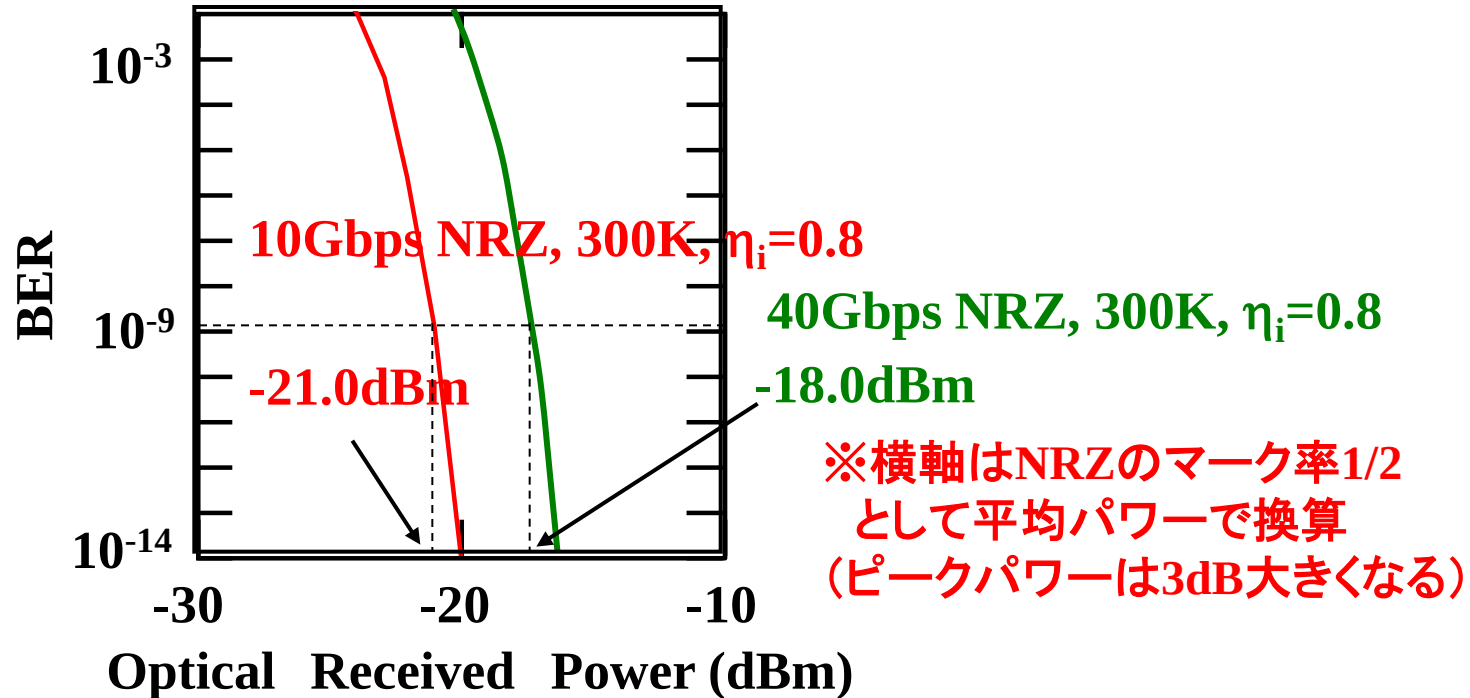
$$2e \frac{e \eta_i P_s}{\hbar \omega} \frac{B}{2} = 3.2 \times 10^{-12} [\text{A}^2]$$

$$\frac{4kT}{R_L} \frac{B}{2} = 6.62 \times 10^{-12} [\text{A}^2]$$

熱雑音が支配的

PIN-PDにおける最小受信感度(続き)

計算結果



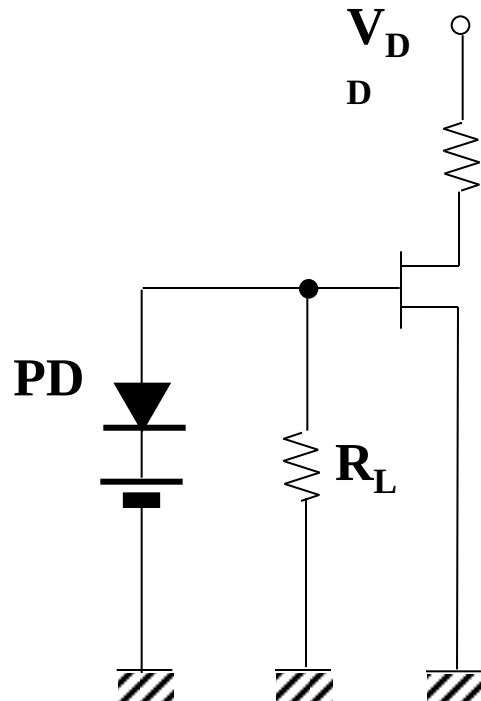
最小受信感度: 所定のBERを達成するために必要な最小の受信光パワー

・ $SNR \propto 1/B$
・ $SNR \propto P_s^2$ } $\Rightarrow$ 同じBERを得るには P_s を $\sqrt{B}$ 倍に
(帯域4倍に対し受信感度3dB劣化)

熱雑音の影響を軽減するための工夫 前置増幅器

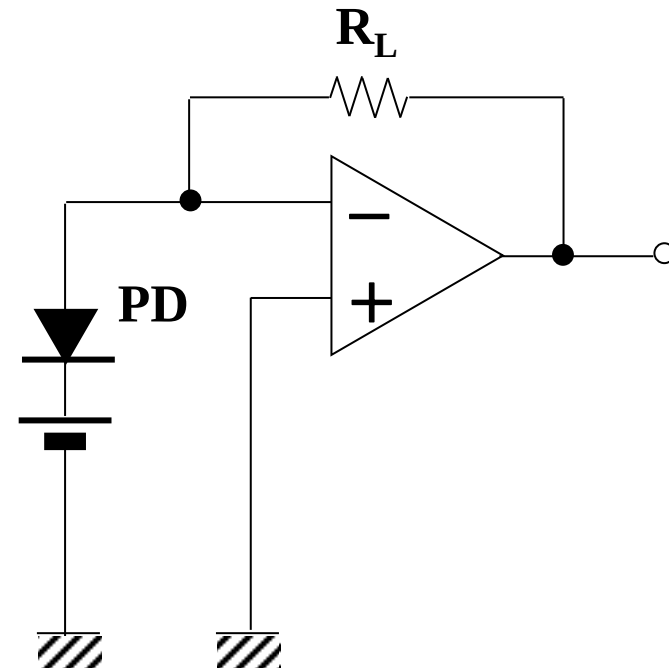
高インピーダンスフロントエンド

- 負荷抵抗を大きくして熱雑音の影響を低減するため、入力インピーダンスを大きくした増幅器
- 容量による帯域制限



トランスインピーダンスフロントエンド

- 高感度・高速用に使用



陸上光ケーブル伝送方式:

< 2.4Gbps BER < 10^{-11}

10Gbps BER < 10^{-14}

電話のサービスに適する: < 10^{-6}

長時間平均符号誤り率: < 10^{-9}

などサービス・システムによって要求条件が異なる。

APDにおける最小受信感度

$$SNR = \frac{\left(e \eta_i \frac{P_s}{\hbar \omega} \langle M \rangle \right)^2}{\left(\sqrt{2e \frac{e \eta_i P_s}{\hbar \omega} \langle M^{2+x} \rangle} + \sqrt{\frac{4kT}{RL}} + \sqrt{\frac{4kT}{RL}} \right)^2 \frac{B}{8}} \quad (5.9)$$

APDの電流増倍係数 $\langle M \rangle$ を考慮

x : 過剰雑音指数 ($x \sim 0.5$ @ GaInAsP系)

$M \rightarrow \infty, x=0$ の場合、

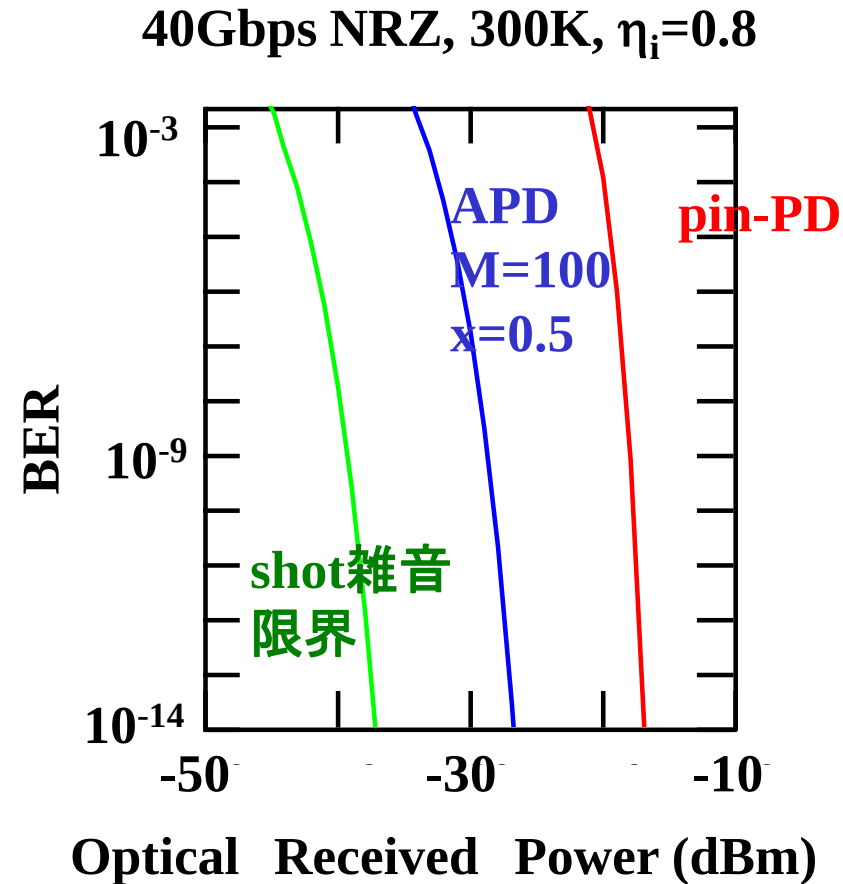
$$SNR = \frac{\eta_i P_s}{2 \hbar \omega \left(\frac{B}{2} \right) \frac{1}{4}}$$



ショット雑音限界と等価

APDにおける最小受信感度(続き)

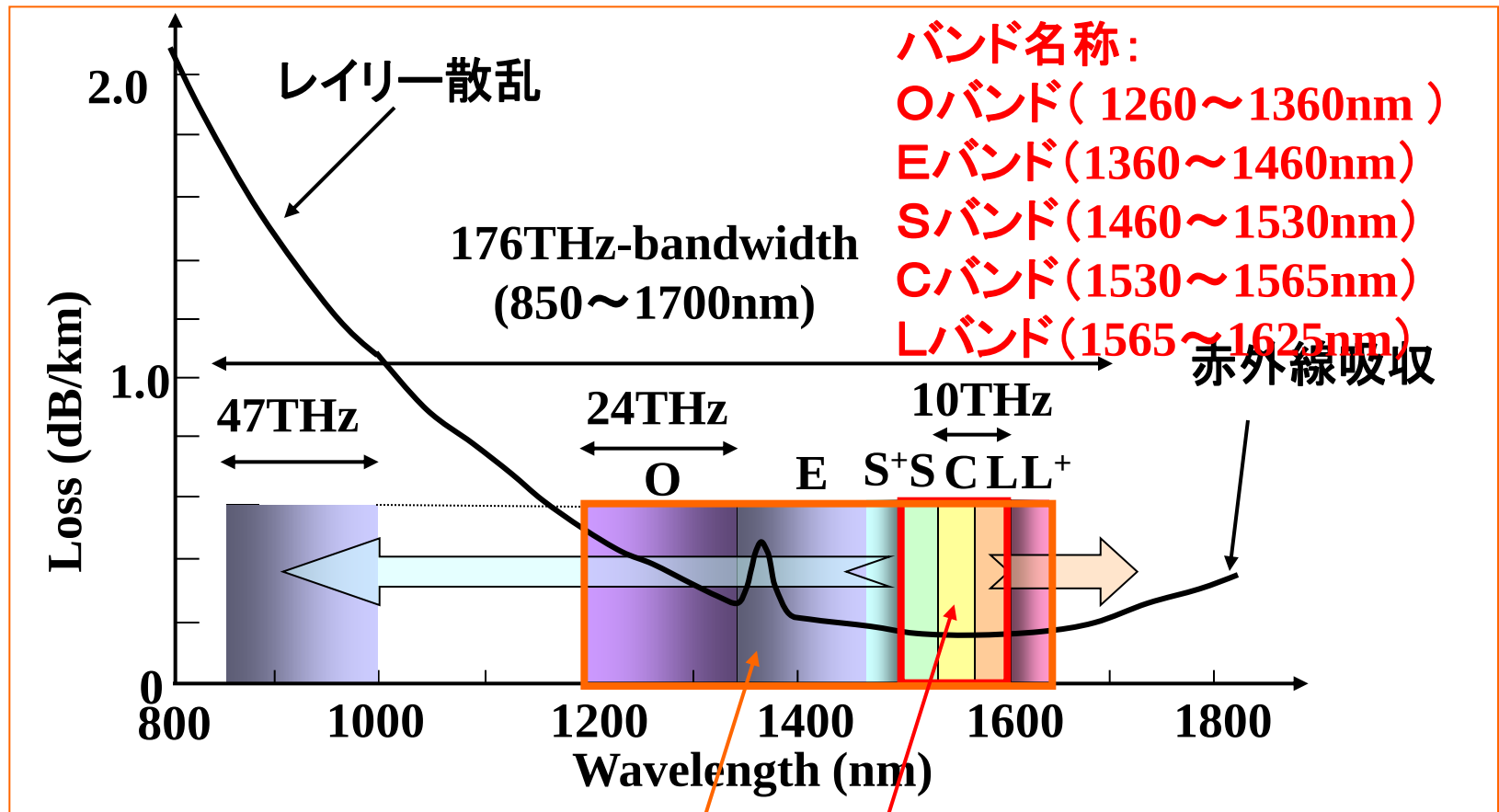
計算結果



低損失・広帯域光ファイバ

メタル線(同軸線5C-FV): 300dB/km @ 2GHz

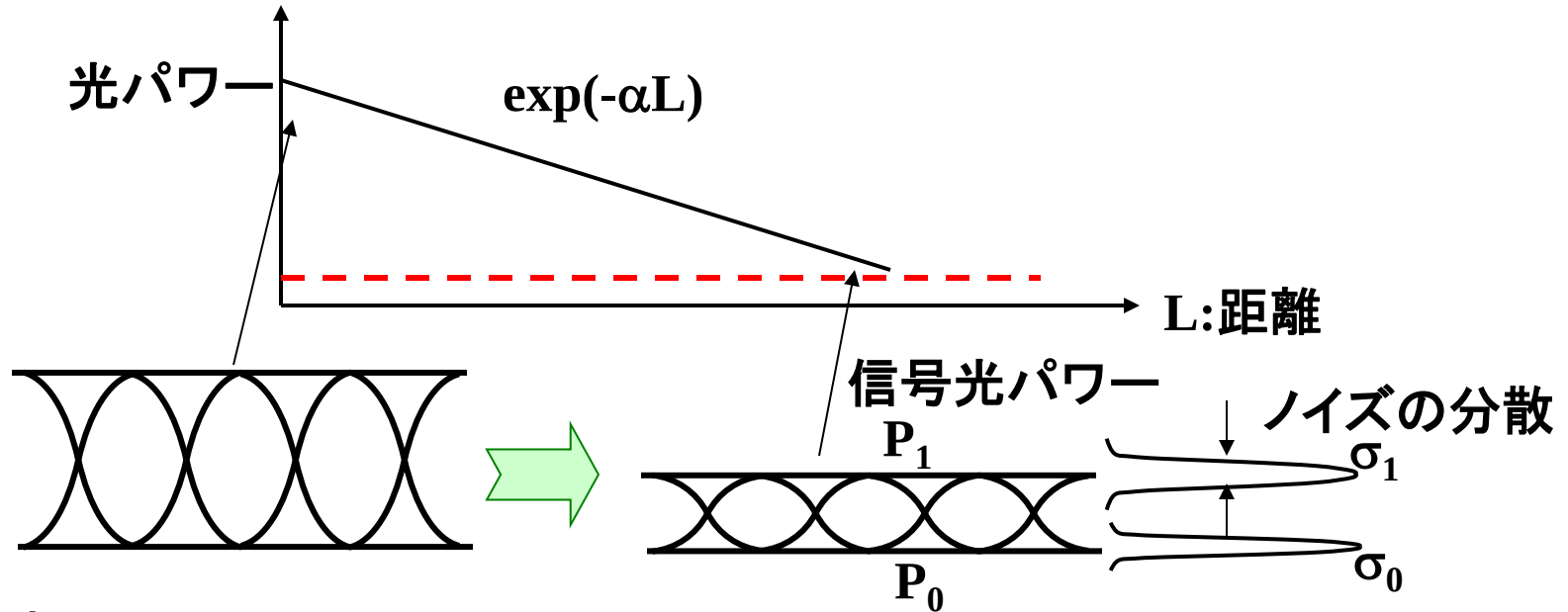
光ファイバ: <0.2dB/km @ > 10GHz



DWDM(Dense WDM)

CWDM(Coarse WDM)

伝送距離の損失制限



誤り率

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{SNR}}{2\sqrt{2}}\right)$$

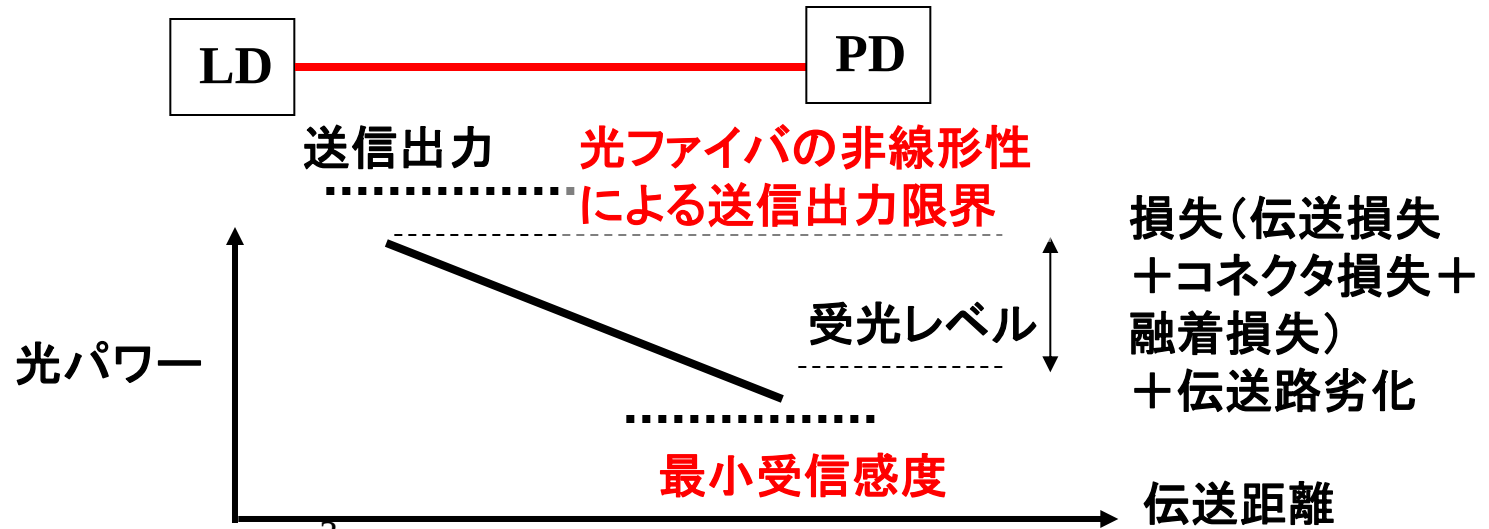
ただし

$$SNR = \left(\frac{s_1 - s_0}{(\sigma_1 + \sigma_0)/2} \right)^2 = 4Q^2$$

光パワーの減少に伴いSNR劣化

規程のBER(例. $<10^{-9}$)を満たす受信光パワーを維持するように伝送距離を決定

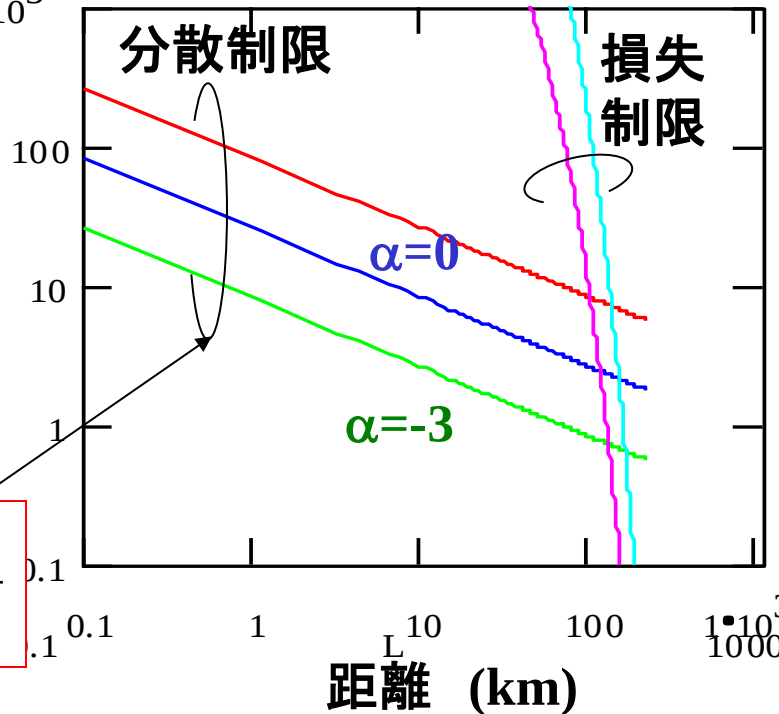
光ファイバの損失による伝送帯域制限



伝送帯域 (Gbps)

$B_{\text{disp3}}(2, 0, L)$
 $B_{\text{disp3}}(20, 0, L)$
 $B_{\text{disp3}}(20, -3, L)$
 $B_{\text{loss}}(L, 0)$
 $B_{\text{loss}}(L, 6)$

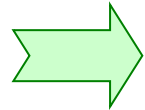
$$B\sqrt{L} = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \frac{\sqrt{c}}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}} = \frac{181.9}{\lambda\sqrt{|\sigma_T|}}$$



分散制限
 分散2ps/nm/km
 チャープ無
 分散20ps/nm/km
 チャープ無
 チャープ有
 損失制限
 0dBm
 +6dBm

非線形効果による送信出力制限(1)

自己位相変調による位相変化



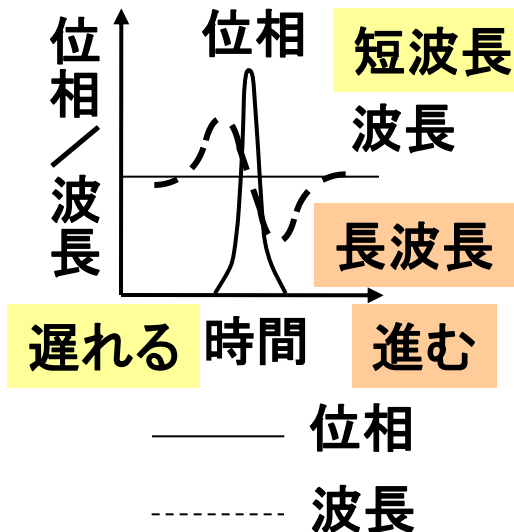
光ファイバ屈折率の光強度依存性: 光カー効果

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta n L}{\lambda_0} = \frac{2\pi n_2 |E|^2 L}{\lambda_0}$$

数100mWが限界。



近年のDWDMでは
SPMとXPMの影響により
0dBm程度に制限



非線形シュレーディンガー方程式

$$\frac{dE}{dz} = j\frac{1}{2}\beta_2 \frac{d^2E}{dt^2} + j\frac{1}{2}kn_2|E|^2E$$

$$\beta_2 = \frac{-D\lambda^2}{2\pi c}$$

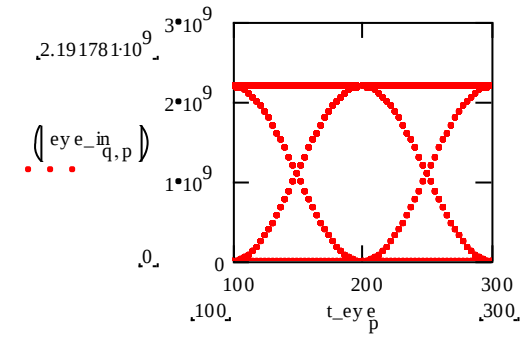
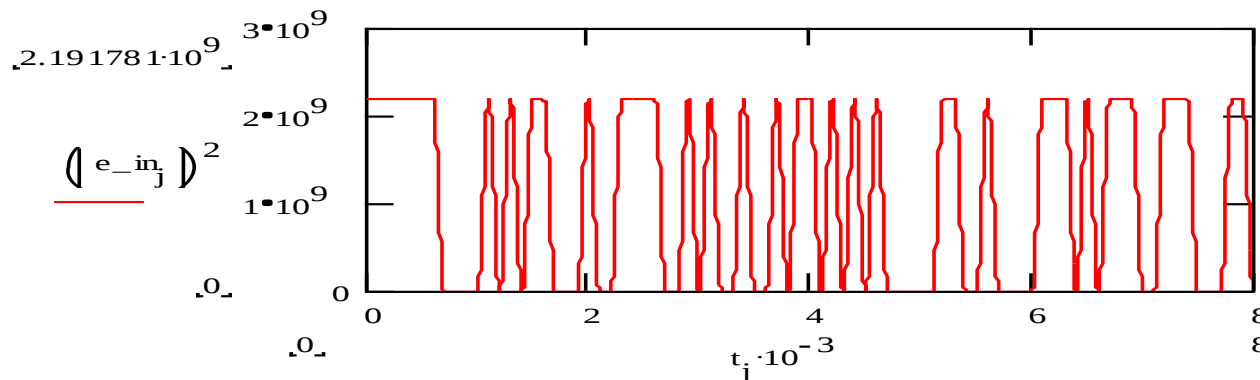
E : 光の電界

β_2 : 2次分散値

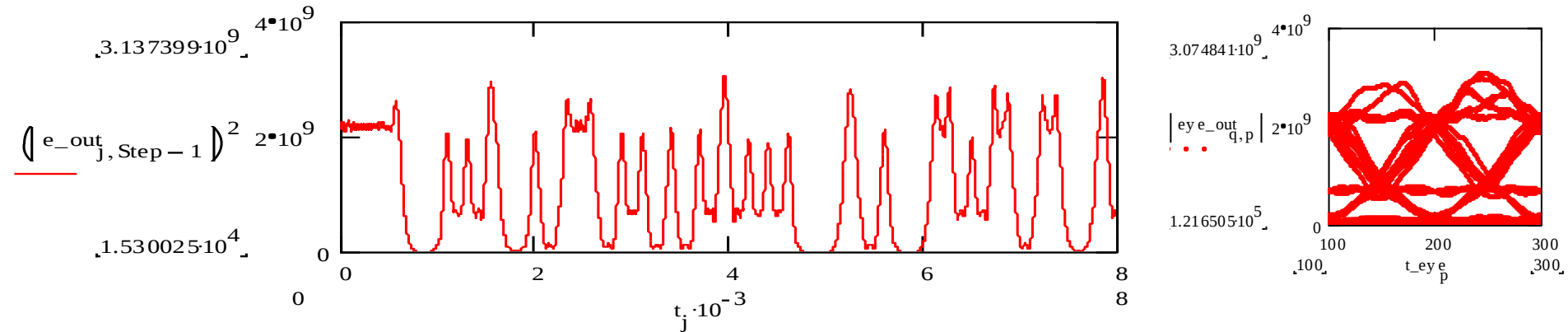
k : 波数

n_2 : 非線形定数 = 1.22×10^{22} m/V

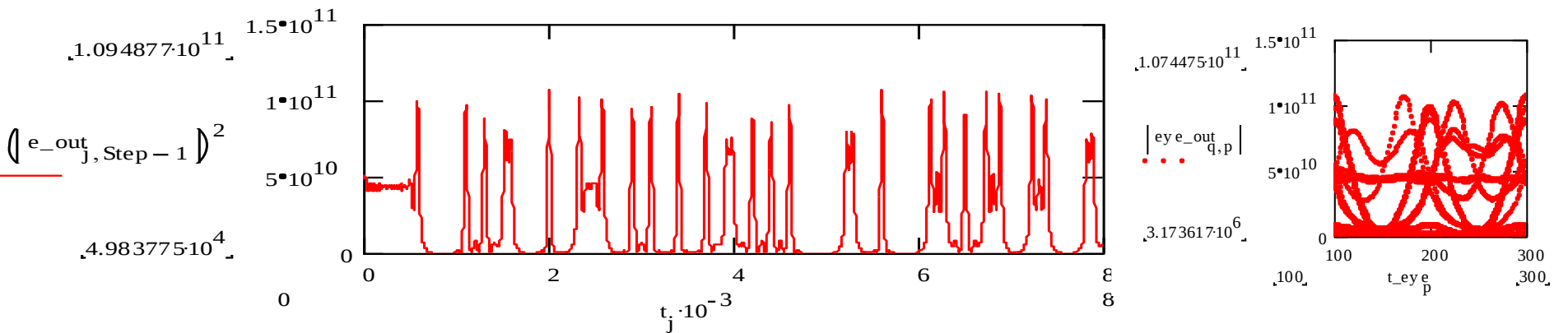
入力信号(10Gbps, 7段M系列)



伝送後(入力光ピークパワー: 1mW, $D=18\text{ps/nm/km}$, $L=100\text{km}$)



伝送後(入力光ピークパワー: 20mW, $D=18\text{ps/nm/km}$, $L=100\text{km}$)



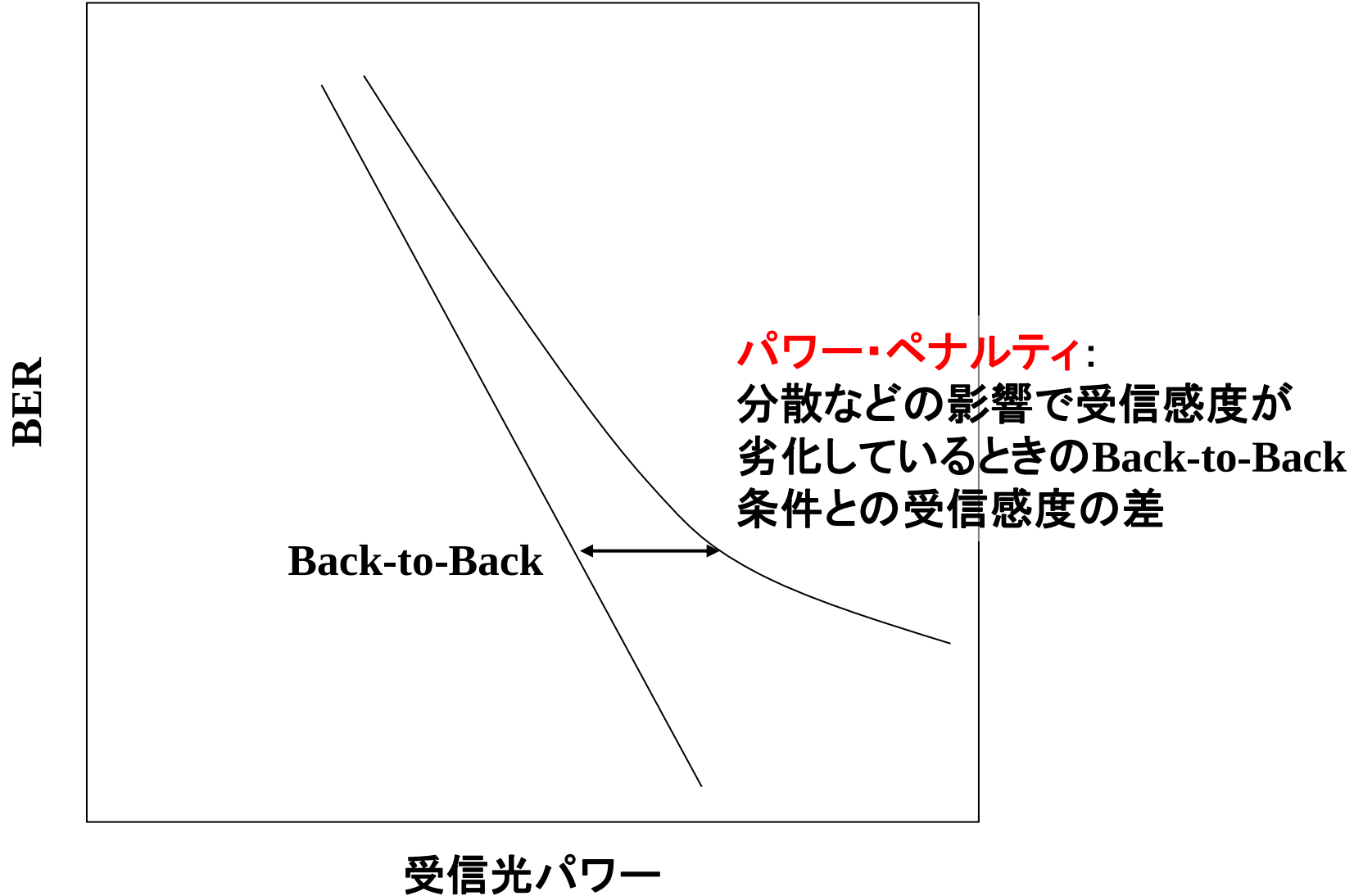
1 波長だけでも問題となる現象

- 誘導ブリルアン散乱 (Stimulated Brillouin Scattering, SBS) :
入力光信号が光ファイバ自身の格子振動(音響フォノン)を引き起こし、
入力方向に散乱する非線形現象。
通常構造のファイバでは数dBmが限界

WDMで問題となる現象

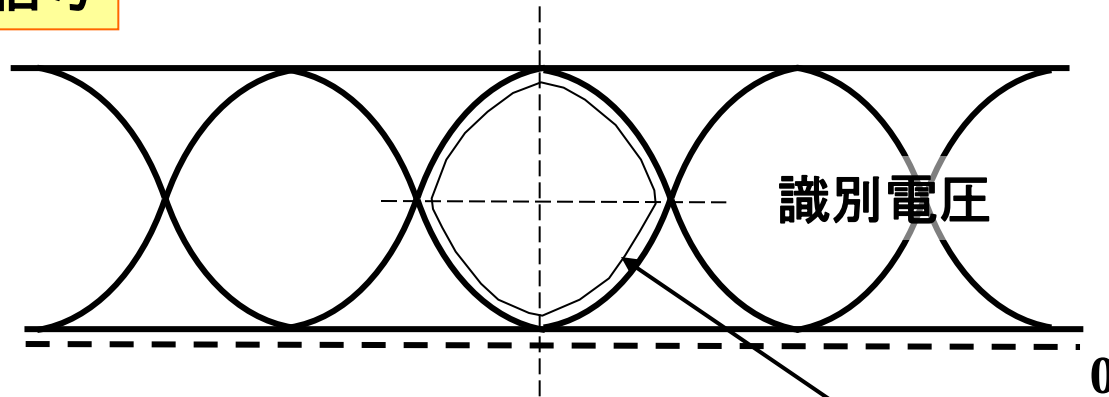
- 誘導ラマン散乱 (Stimulated Raman Scattering, SRS) :
入力光信号が光ファイバ自身の格子振動(光学フォノン)を引き起こし、
進行方向に散乱する非線形現象。
積極的に光増幅器として利用する場合もある(ラマン増幅器)。
数W程度。
- 4光波混合 (Four Wave Mixing, FWM) :
2入力あるいは3入力の光信号の和周波・差周波信号を誘起する
非線形現象。
入力光電界の3乗に比例。

パワーペナルティ



受信感度の劣化要因(1) 劣化要因の種類

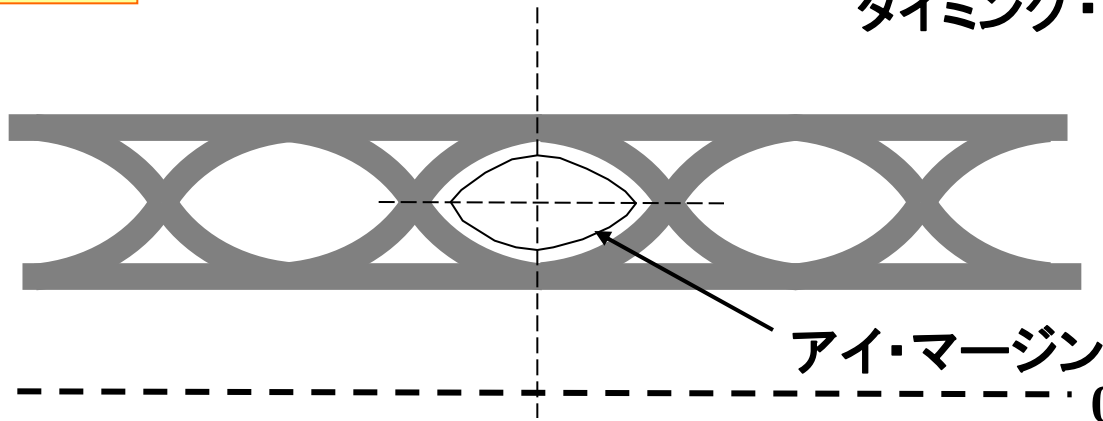
送信信号



識別タイミング

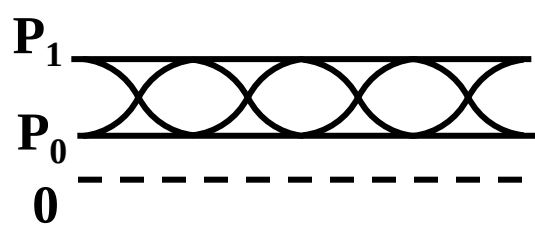
アイ・マージン
(規程のBER以下となる
タイミング・電圧の範囲)

受信信号



アイ・マージン

振幅・タイミング方向のマージン縮小による受信感度劣化

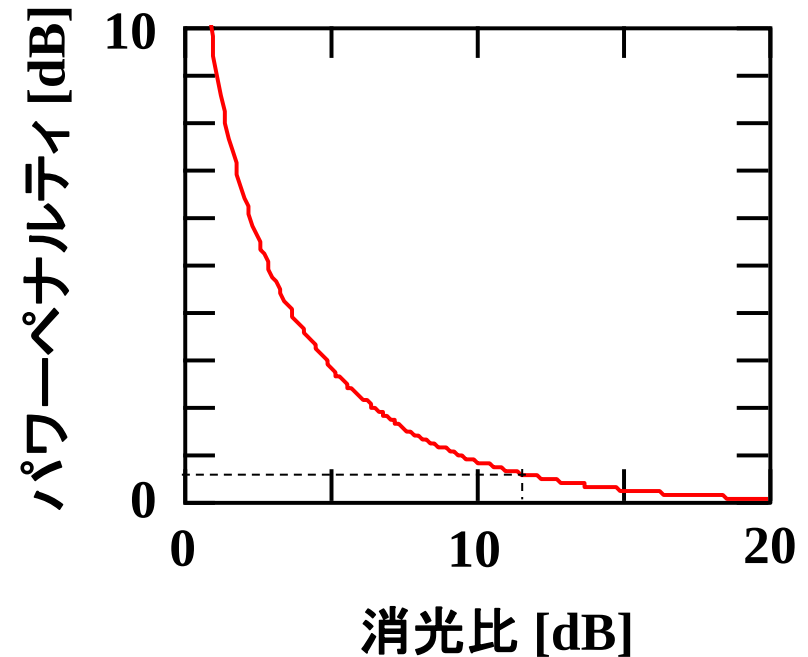


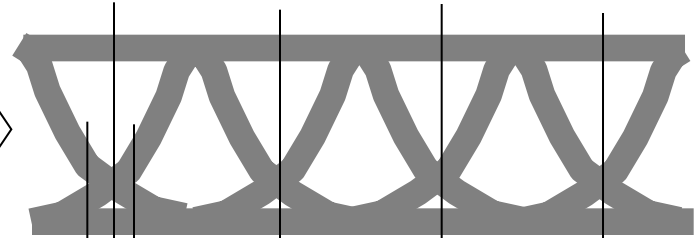
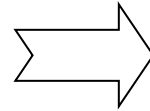
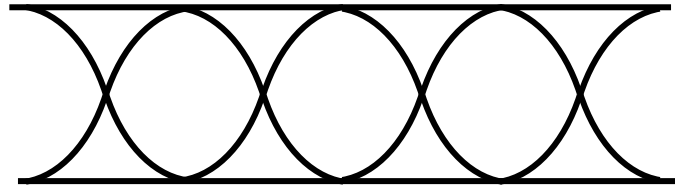
消光比 $EX = \frac{P_1}{P_0}$

消光比によるパワーペナルティ δ_{EX} とすると、

$$\delta_{EX} = 10 \log \left(\frac{\text{Prec}(EX)}{\text{Prec}(EX = \infty)} \right) = 10 \log \left(\frac{1 + \frac{1}{EX}}{1 - \frac{1}{EX}} \right) [\text{dB}]$$

もし $\delta_{EX} < 0.5 \text{ dB}$ とするためには、
 $EX > 12.4 \text{ dB}$ としなければならない。





時間ジッタによるパワーペナルティを
 δ_j とすると、

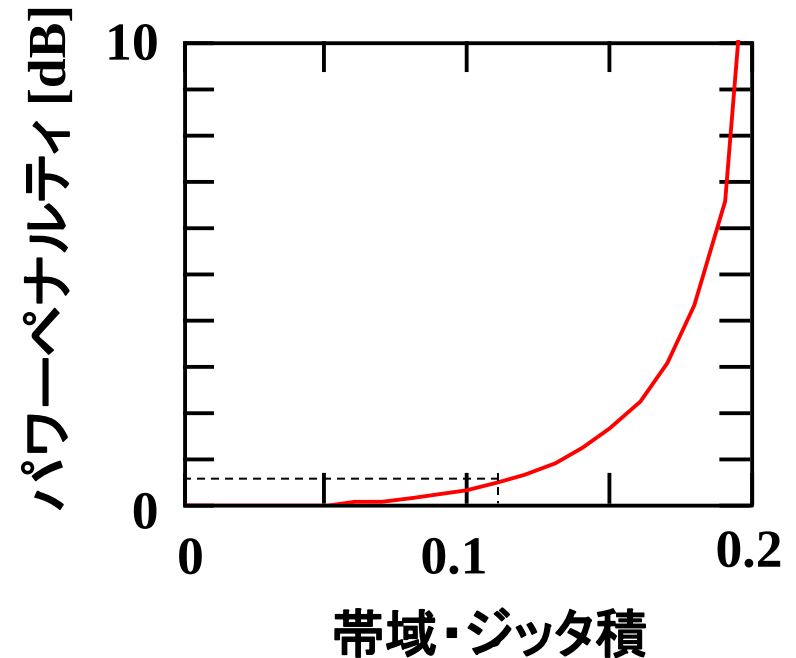
$$\delta_j = 10 \log \left[\frac{1 - \frac{b}{2}}{(1 - \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2 Q^2}{2}} \right] \quad [\text{dB}]$$

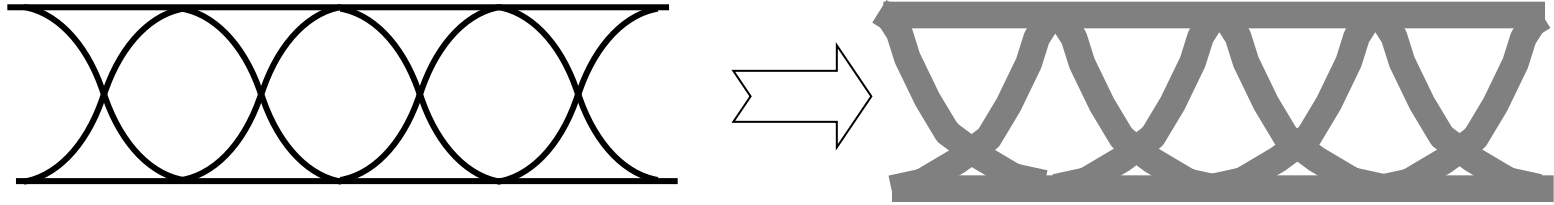
$$\text{ただし } b = \left(\frac{4\pi^2}{3} - 8 \right) (B\tau_j)^2$$

もし $\delta_j < 0.5 \text{ dB}$ とするためには、
 $B\tau_j < 0.11$ としなければならない
(時間ジッタを帯域の11%以下に抑える)。

τ_j : 時間ジッタのRMS
(Root Mean Square) 値

$1/B$: 1タイムインターバル





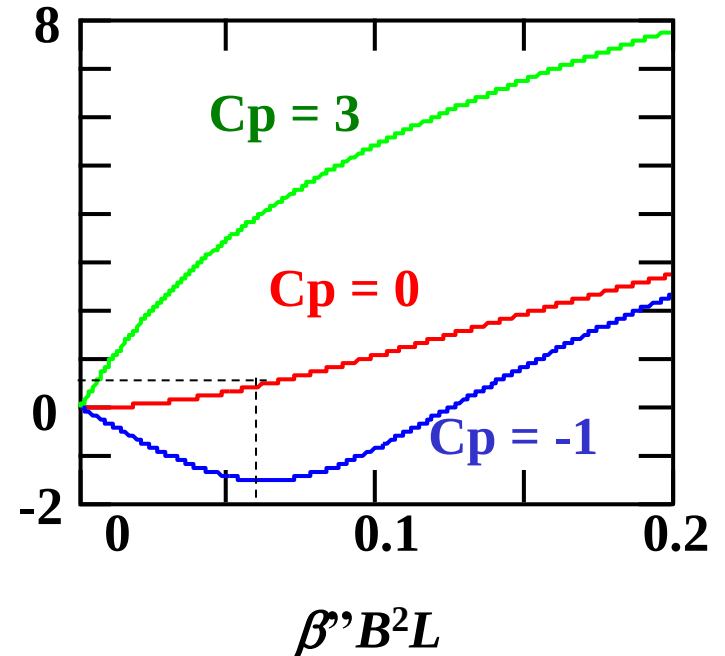
分散によるパワーペナルティを
 δ_c とすると、

$$\delta_c = 5 \log[(1 - 8C_p \beta'' B^2 L)^2 + (8\beta'' B^2 L)^2] \text{ [dB]}$$

$$\text{ただし } \beta'' = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_T$$

もし $\delta_c < 0.5 \text{ dB}$ とするためには、
 $|\beta'' B^2 L| < 0.05$ としなければならない
($\sigma_T L < 1880 \text{ ps/nm @ 10 Gbps NRZ}$)。

パワーペナルティ [dB]



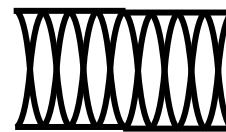
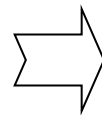
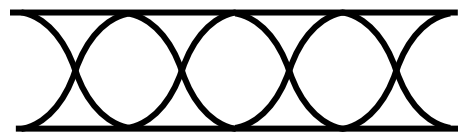
分散の影響に関する1考察

- パワーペナルティは $|\beta''|B^2L$ に依存。
- パワーペナルティは信号のチャープに依存。

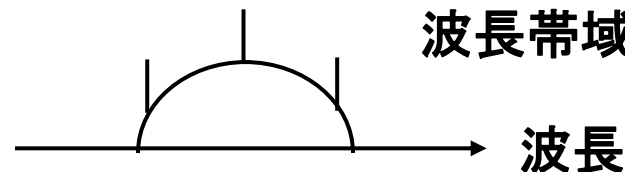
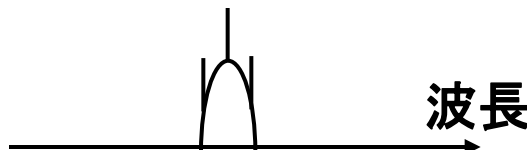
⇒ チャープが一定・パワーペナルティが一定のとき、
 $|\beta''|B^2L$ が一定となる。

すなわち

- ・分散値 × 伝送距離 (累積分散) に依存
- ・伝送速度の2乗に反比例



時間マージンの縮小



波長帯域の拡大

実用システム設計例 レベルダイアグラム

$$P_t [\text{dBm}] = P_s [\text{dBm}] + L [\text{dB}] + P_e [\text{dB}] + M [\text{dB}]$$

- ・最小受信感度-18dBm @ 10Gbpz NRZ, PIN-PD ・最大受信光レベル0dBm
- ・最長ファイバ区間20km, 最短ファイバ区間1km
- ・最長ケース: 融着0.1dB/箇所 10箇所, コネクタ接続0.2dB/箇所 2箇所
- ・最短ケース: 融着0.1dB/箇所 0箇所, コネクタ接続0.2dB/箇所 2箇所

最大ケースの送信光レベル:

$$0\text{dBm} + (0.2\text{dB/km} \times 1\text{km} + 0.2\text{dB} \times 2) \\ = +0.6\text{ dBm}$$

最小ケースの送信光レベル:

$$-18\text{dBm} + (0.2\text{dB/km} \times 20\text{km} \\ + 0.1\text{dB} \times 10 + 0.2\text{dB} \times 2) + 1\text{dB} + 6\text{dB} \\ = -5.6\text{dBm}$$

