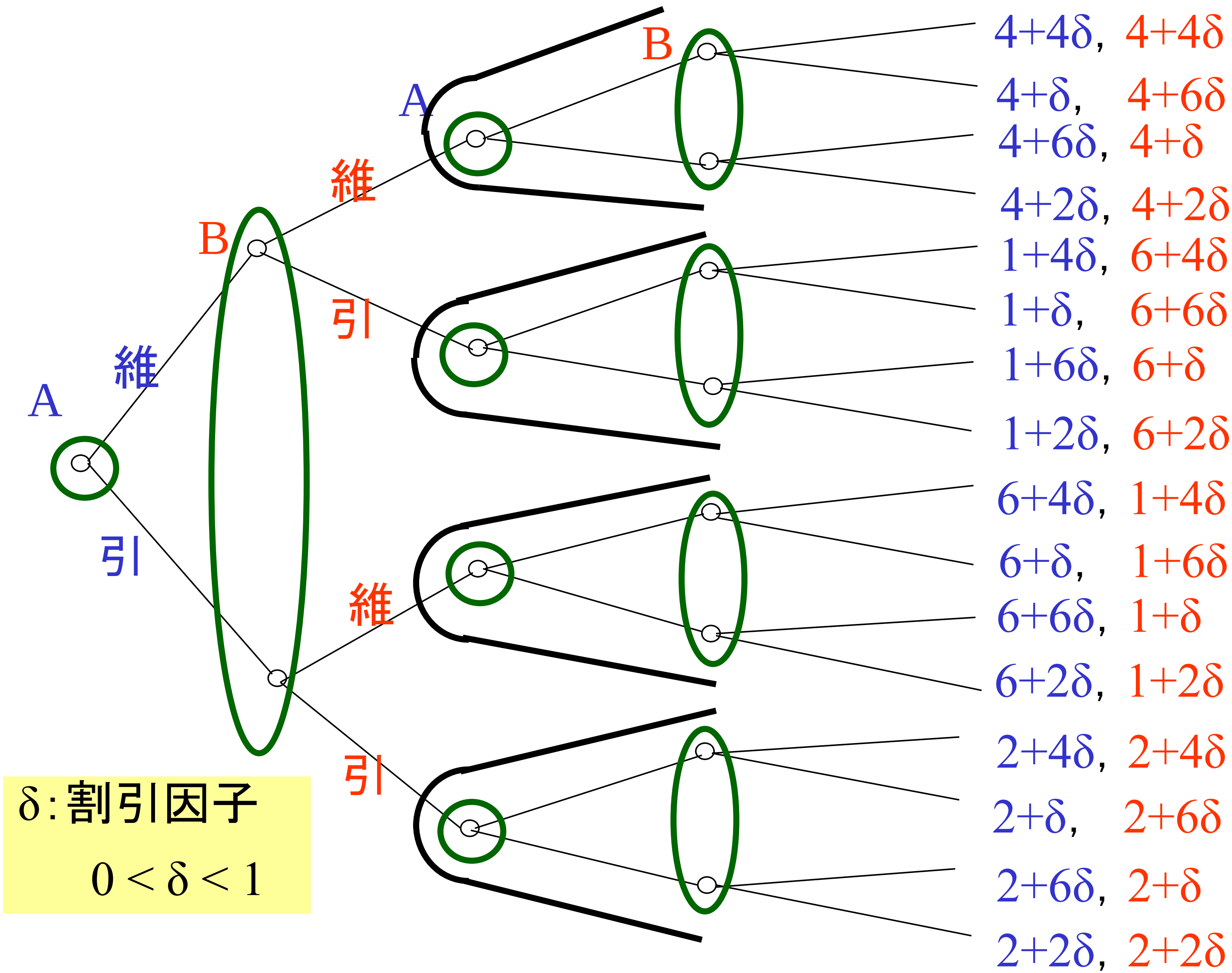
事例3－5（2回繰り返し）の展開形ゲーム



事例3－5（2回繰り返し）の部分ゲーム完全均衡

一番上の部分ゲーム

B / A	維持	引き下げ
維持	4＋4δ　4＋4δ	4＋δ　4＋6δ
引き下げ	4＋6δ　4＋δ	4＋2δ　4＋2δ

Aの「引き下げ」は「維持」を支配する

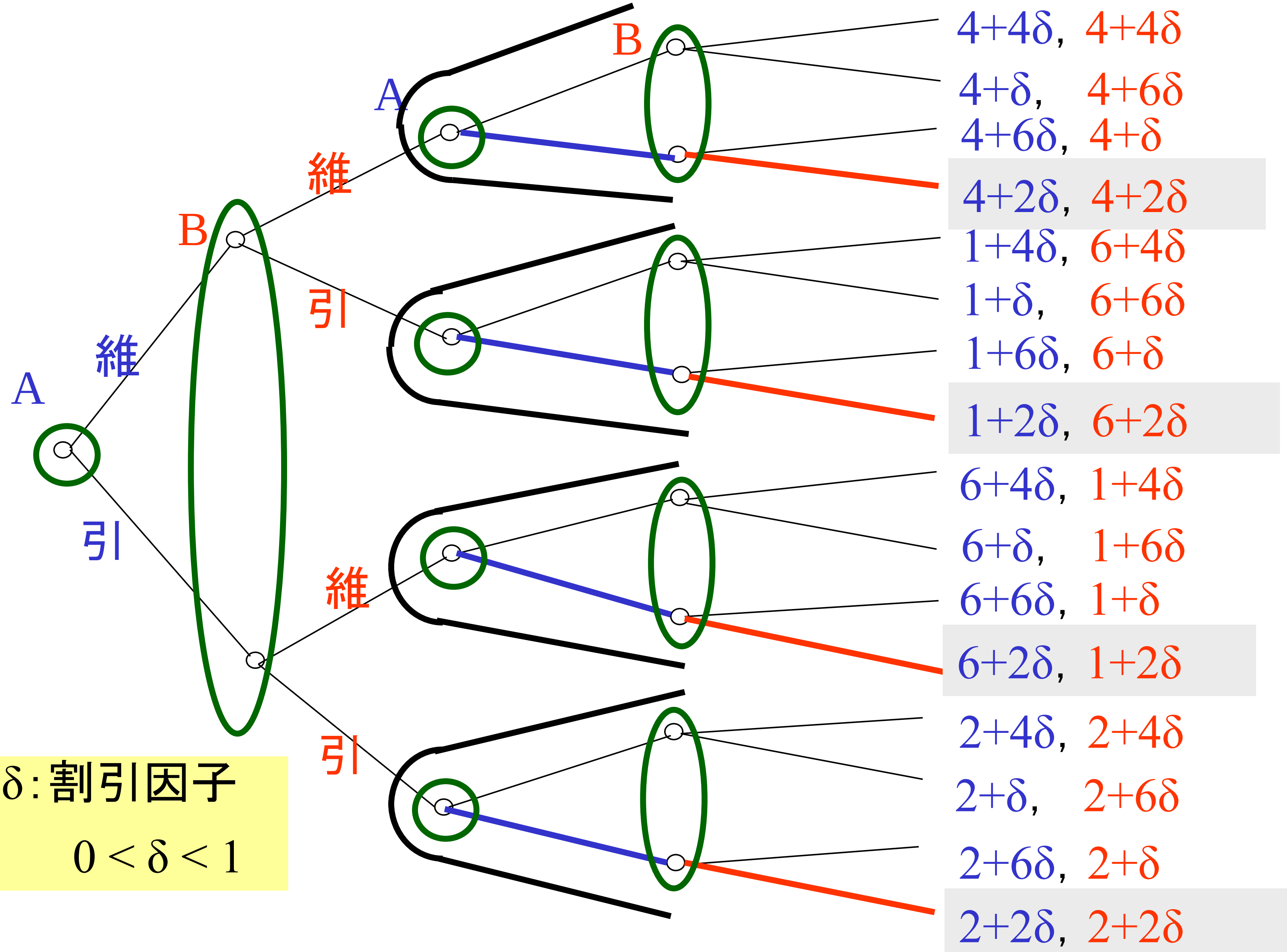
Bの「引き下げ」は「維持」を支配する

唯一つのナッシュ均衡　（引き下げ，引き下げ）

他の部分ゲームも同様

（引き下げ，引き下げ）が唯一つのナッシュ均衡

事例３－５（２回繰り返し）の部分ゲームでのナッシュ均衡



δ: 割引因子

$0 < \delta < 1$

事例３－５（２回繰り返し）の部分ゲーム完全均衡

全体のゲーム（部分ゲームのナッシュ均衡を前提）

B / A	維持		引き下げ	
維持	４＋２δ	４＋２δ	１＋２δ	６＋２δ
引き下げ	６＋２δ	１＋２δ	２＋２δ	２＋２δ

Ａの「引き下げ」は「維持」を支配する

Ｂの「引き下げ」は「維持」を支配する

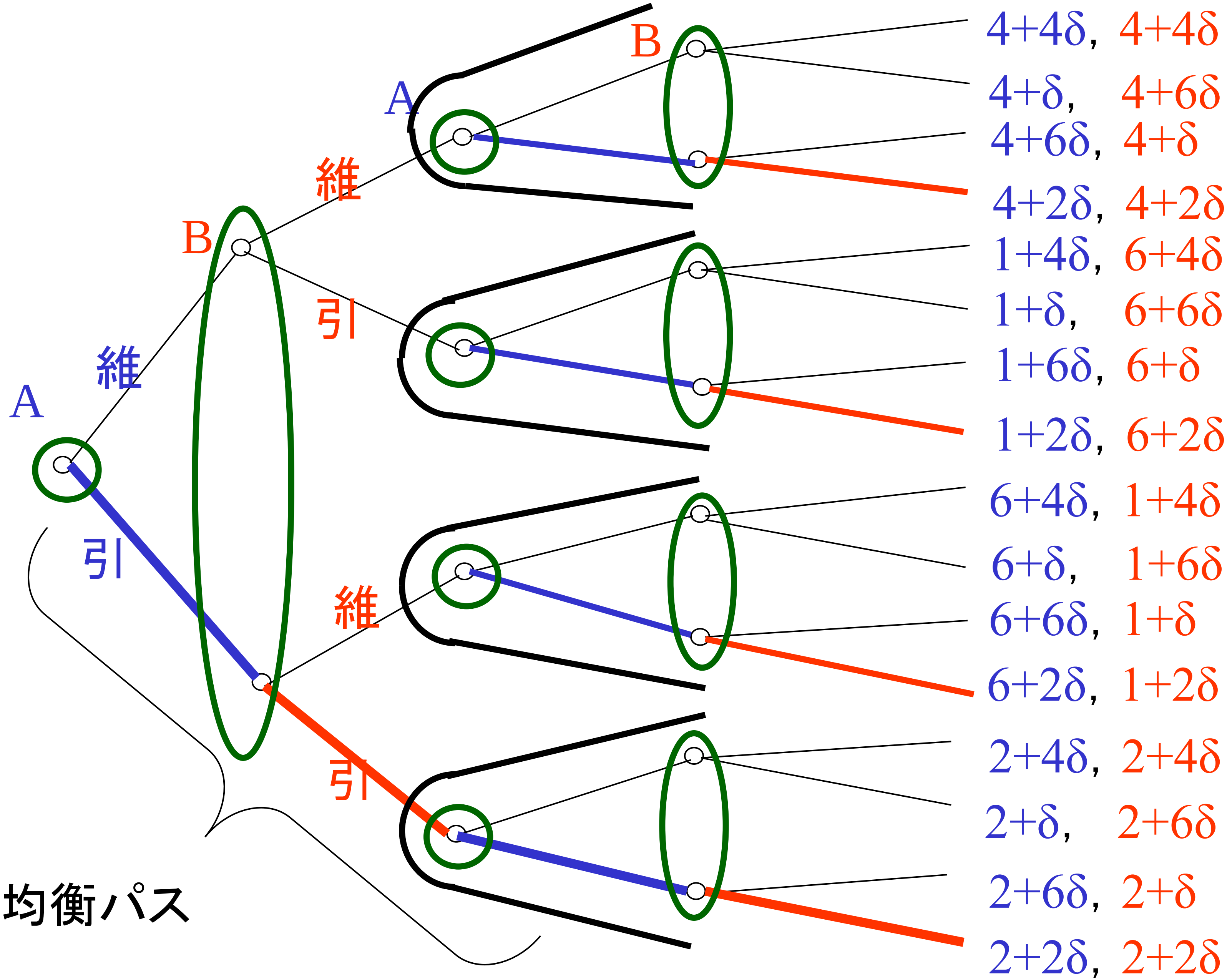
唯一つのナッシュ均衡　（引き下げ，引き下げ）

全体のゲームの部分ゲーム完全均衡

ＡもＢもすべての情報集合で「引き下げ」をとる

均衡プレイ　→　１回目も2回目も（引き下げ，引き下げ）

事例３－５の部分ゲーム完全均衡



有限回の繰り返しゲーム

繰り返しの回数が有限回であれば結果は同じ

部分ゲーム完全均衡は

最終回のナッシュ均衡 （引き下げ，引き下げ）

最終回の1回前も （引き下げ，引き下げ）

以下，帰納的に1回目まで （引き下げ，引き下げ）

均衡パス

（引，引），（引，引），（引，引），・・・・・

実験との違い

実験との違い

　　１００回の繰り返し

　　　　　　　　→　６０，７０回くらいまでは（維持，維持）

ナッシュの答え：

　　人間にとって１００回の繰り返しは無限回の繰り返しと同じ

↓

無限回の繰り返しゲーム

無限回繰り返しゲーム

事例２－１（価格の引き下げ競争）の無限回繰り返し

プレイヤー：　A, B

戦略：　各回の選択において，

それまでにとられてきた選択肢の組の列に対して

維持，引き下げ　のどちらかを与える

利得：　１回目の利得を a_1，２回目の利得を a_2，・・・，とするとき，

$(1-\delta)(a_1+\delta a_2+\delta^2 a_3+\cdots)$　正規化利得（平均利得）

割り引いた現在価値の和（割引利得和と呼ぶ）

注意：　$(1-\delta)(a+\delta a+\delta^2 a+\cdots)=a$

トリガー戦略

トリガー戦略

１回目は「維持」,

２回目以降は,

それまで自分も相手も「維持」をとり続けていれば「維持」,
そうでなければ「引き下げ」

定理

割引因子 δ が十分に大きければ,

（トリガー戦略, トリガー戦略）は

事例２－１の無限回繰り返しにおける部分ゲーム完全均衡

定理の証明（1／5）

① 任意の部分ゲームにおいてナッシュ均衡となっていること

t 回目から始まる部分ゲーム

（1） それまでにどちらかが「引き下げ」をとっている場合

「トリガー」に従えば，相手は「引き下げ」をとり続ける

→ 「トリガー」に従って「引き下げ」をとり続ければ

毎回 2の利得 を得る

→ 逸脱して「維持」をとれば

その回の利得は 1に減少

定理の証明（2／5）

	1	2	・・・	t−1	t	t＋1	・・・		
相手					引	引	・・・	引	・・・
自分					引	引		維	・・・
自分の利得					２	２	・・・	１	・・・

どこかで維持に変えても利得は減少するだけ

↓

トリガーに従うことが最適反応

↓

（トリガー, トリガー）は

ｔ回目から始まる部分ゲームにおいてナッシュ均衡

定理の証明 （３／５）

（２）それまでどちらも「維持」をとりつづけている場合

相手は「トリガー」に従っているので，

こちらが「維持」をとるかぎり「維持」をとる

こちらが「引き下げ」をとれば，

その後は「引き下げ」をとりつづける

自分の利得	1	・・・	t－1	t	・・・	s	s＋1	s＋2	・・・
「トリガー」	4	・・・	4	4	・・・	4	4	4	・・・
逸脱	4	・・・	4	4	・・・	6↑	2↓	2↓	・・・

定理の証明（4／5）

自分の利得	1	・・・	t−1	t	・・・	s	s＋1	s＋2	・・・
「トリガー」	4	・・・	4	4	・・・	4	4	4	・・・
逸脱	4	・・・	4	4	・・・	6↑	2↓	2↓	・・・

「トリガー」に従った場合:

$$(1-\delta)(4+4\delta+\cdots 4\delta^{s-2}+4\delta^{s-1}+4\delta^{s}+\cdots)$$

s 回目に逸脱して「引き下げ」をとった場合

$$(1-\delta)(4+4\delta+\cdots 4\delta^{s-2}+6\delta^{s-1}+2\delta^{s}+\cdots)$$

定理の証明（5／5）

「トリガーに従う」 ー 「s 回目に逸脱」

$$= (1-\delta)(-2\delta^{s-1} + 2\delta^{s} + 2\delta^{s+1} + \cdots)$$

$$= (1-\delta)\delta^{s-1}(-2 + 2\delta/(1-\delta))$$

$$= (1-\delta)\delta^{s-1}(-2 + 4\delta)/(1-\delta) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \ \delta \geq 1/2$$

$\delta \geq 1/2$ であれば

（トリガー, トリガー）は任意の部分ゲームにおいてナッシュ均衡

② 全体のゲームでナッシュ均衡となっていること

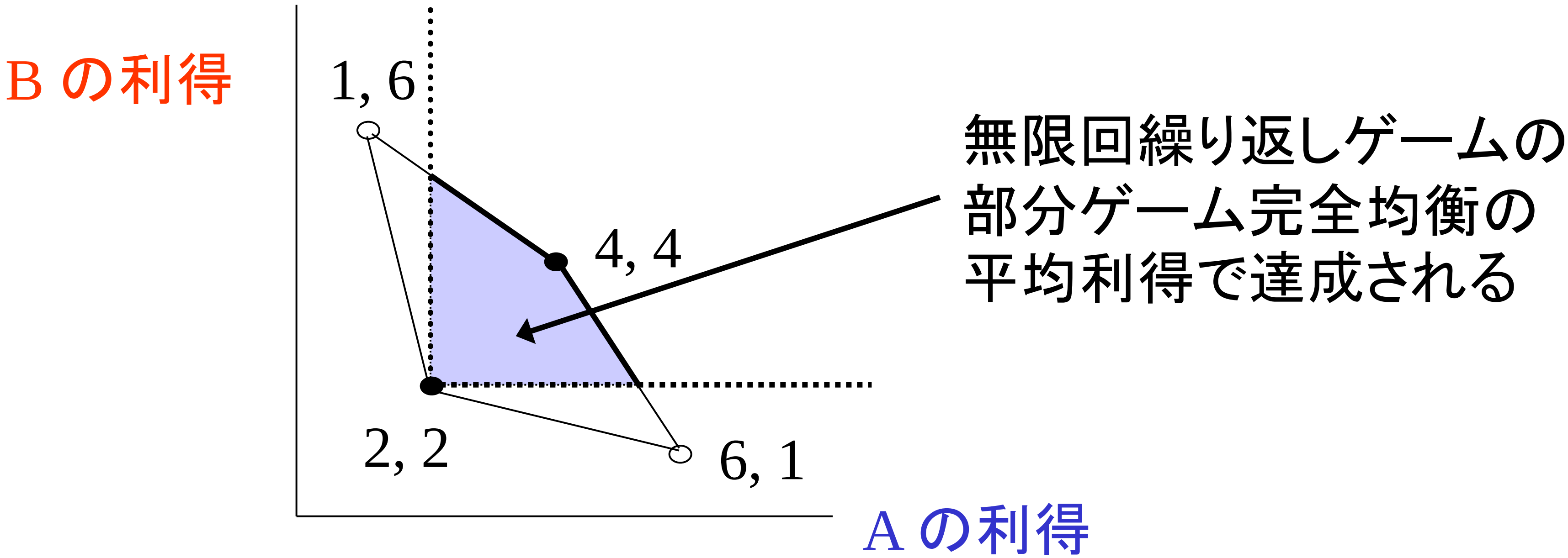
上の後半の証明と同様にして,

$\delta \geq 1/2$ であれば, （トリガー, トリガー）はナッシュ均衡となる

（完全）フォーク定理

事例２－１

B A	維持		引き下げ	
維持	４	４	１	６
引き下げ	６	１	２	２



2，2　ナッシュ均衡の利得の組　？

マックスミニ値　？　　　ミニマックス値　？

次回までの課題

◎Reading assignment

次回まで:　「ゲーム理論入門」 100ページ～114ページ

「演習ゲーム理論」 問題4.1, 4.7

◎レポート（次回の授業時間に提出）

１　次の利得行列で与えられる2人戦略形ゲームを無限回繰り返す。両者ともに，最初は戦略１を用い，両者が戦略1を用いている限り戦略１を用い，どちらか一方が戦略2を用いればそのあとは戦略2を用い続けるという，トリガー戦略を用いるとする。このとき，（戦略１，戦略１）の繰り返しが，部分ゲーム完全均衡として実現されるための割引因子δの範囲を求めよ。

１／２	戦略１	戦略２
戦略１	３，　３	０，　５
戦略２	５，　０	２，　２

２　練習問題2の3