2013年度　論理回路理論　演習4

学科：__________　学籍番号：__________　氏名：__________

１.Quine-McCluskey の方法を用いて、次の論理関数 $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ を NOT-AND-OR 形式で簡単化し、簡単化された論理式を示せ．ただし、簡単化された経緯も示すこと．

x_1	x_2	x_3	x_4	$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	*
0	0	1	1	1
0	1	0	0	*
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	*
1	0	0	0	*
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

p=0	0	0	0	0	√
p=1	0	0	0	1	√
	0	0	1	0	√
	0	1	0	0	√
	1	0	0	0	√
p=2	0	0	1	1	√
	0	1	0	1	√
	1	1	0	0	√
p=3	0	1	1	1	√
	1	0	1	1	√
	1	1	0	1	√
p=4	1	1	1	1	√

p=0	0	0	0	-	√
	0	0	-	0	√
	0	-	0	0	√
	-	0	0	0	√
p=1	0	0	-	1	√
	0	-	0	1	√
	0	0	1	-	√
	0	1	0	-	√
	-	1	0	0	√
	1	-	0	0	√
p=2	0	-	1	1	√
	-	0	1	1	√
	0	1	-	1	√
	-	1	0	1	√
	1	1	0	-	√
p=3	-	1	1	1	√
	1	-	1	1	√
	1	1	-	1	√

p=0	0	0	-	-
	0	-	0	-
	-	-	0	0
p=1	0	-	-	1
	-	1	0	-
p=2	-	-	1	1
	-	1	-	1

NOT-AND 項のグループ分けと統合を行うことにより、主項の候補は、

$$\boxed{\bar{x_1}\bar{x_2}、\bar{x_1}\bar{x_3}、\bar{x_3}\bar{x_4}、\bar{x_1}x_4、x_2\bar{x_3}、x_3x_4、x_2x_4}$$

となる。これらを包含図にすると、

	$\bar{x_1}\bar{x_2}\bar{x_3}\bar{x_4}$	$\bar{x_1}\bar{x_2}\bar{x_3}x_4$	$\bar{x_1}\bar{x_2}x_3x_4$	$\bar{x_1}x_2\bar{x_3}x_4$	$x_1\bar{x_2}x_3x_4$	$x_1x_2\bar{x_3}\bar{x_4}$	$x_1x_2\bar{x_3}x_4$	$x_1x_2x_3x_4$
$\bar{x_1}\bar{x_2}$	○	○	○					
$\bar{x_1}\bar{x_3}$	○	○		○				
$\bar{x_3}\bar{x_4}$	○					○		
$\bar{x_1}x_4$		○	○	○				
$x_2\bar{x_3}$				○		○	○	
x_3x_4			○		○			○
x_2x_4				○			○	○

これより、簡単化を行うと、

$$\boxed{F(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_3x_4 \vee \bar{x_1}\bar{x_2} \vee x_2\bar{x_3}\text{または}\, x_3x_4 \vee \bar{x_1}\bar{x_3} \vee x_2\bar{x_3}}$$

となる。

２. 論理関数 $F(a,b,c,d,e) = \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}e \vee \bar{a}\bar{c}e \vee b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d}$ を NAND ゲートのみを用いた 3 段構成で簡単化し、論理式で示せ.

解答

$$
\begin{aligned}
F(a,b,c,d,e) &= \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}e \vee \bar{a}\bar{c}e \vee b\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d} \\
&= c(\bar{a}\bar{b} \vee \bar{b}\bar{d}) \vee e(\bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{c}) \vee b\bar{c}\bar{d} \\
&= c\bar{b}\,\overline{ad} \vee e\bar{a}\overline{bc} \vee b\overline{bc}\bar{d} \\
&= \overline{\overline{c \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ad}} \cdot \overline{e \cdot \bar{a} \cdot \overline{bc}} \cdot \overline{b \cdot \overline{bc} \cdot \bar{d}}}
\end{aligned}
$$

３.$xyz \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$ を、双対関数を考えることにより、NOR ゲートだけを用いた３段の論理構成による回路図で示せ.

$F(x,y,z) = xyz \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$ とおくと、その双対関数 $F_d(x,y,z)$ も含めた真理値表は以下のようになる。

x	y	z	$F(x,y,z)$	$F_d(x,y,z)$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

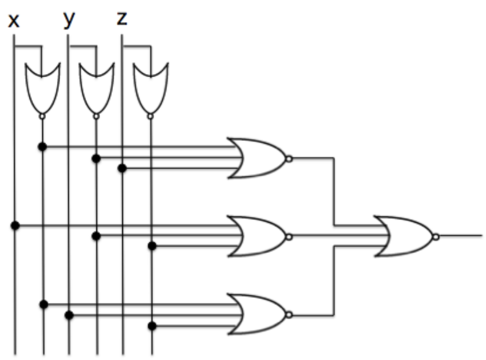
この $F_d(x,y,z)$ のカルノー図は以下のようになる。 これより、$F_d(x,y,z)$ の論理式は次

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	0	0

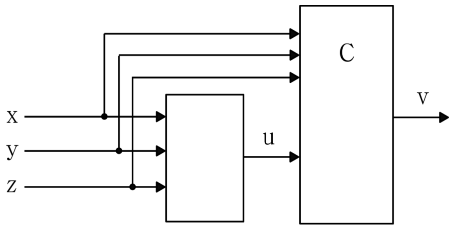
のようになる。

$$\boxed{F_d(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} = \overline{\overline{\bar{x}\bar{y}z} \cdot \overline{x\bar{y}\bar{z}} \cdot \overline{\bar{x}y\bar{z}}}}$$

以上の結果を踏まえ、回路図は以下のようになる。



4. 右の図において、$u = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$ を実現している回路がすでにあるとき、$v = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$ となるように論理回路 C を追加して、NOT-AND-OR 形式で簡単化し、その簡単化された論理式を示せ。なお、解答においては、下のカルノー図を利用せよ。



xy \ zu	00	01	11	10
00	1	*	*	1
01	*	1	*	0
11	0	*	0	*
10	*	1	*	0

x	y	z	u	v
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

表に現れない (x, y, z, u) の組みはドントケアとなる。これを (x, y, z, u) と v の真理値表とみなしてカルノー図を用いて簡略化すると、上図のようになる。これにより、$v = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{z}u$ となる。