2013 年度　論理回路理論　演習 2 回答

学科：＿＿＿＿＿＿　学籍番号：＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿

1. $M(x,y,z) = xy \vee yz \vee zx$ とする時、次の論理関数の**極小項表現**、**極大項表現**を求めよ.

1. $F_1(x_1,x_2,x_3) = \overline{x_1 \vee x_2 x_3}$
2. $F_2(x_1,x_2,x_3)$ を、値が 1 である論理変数が 2 つ以上ある時のみ 1 となる論理関数とする.
3. $F_3(x_1,x_2,x_3) = M(\overline{x_1}, M(x_1,x_2,x_3), M(x_1,x_2,\overline{x_3}))$

解答　　(9 点 × 3 問、極大極小片方だけあっていたら 4 点)

1. **極小項表現**

$$\begin{aligned} F_1(x_1,x_2,x_3) &= \overline{x_1}(\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \\ &= \overline{x_1}\ \overline{x_2} \vee \overline{x_1}\ \overline{x_3} \\ &= \overline{x_1}\ \overline{x_2}(x_3 \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_1}\ \overline{x_3}(x_2 \vee \overline{x_2}) \\ &= \overline{x_1}\ \overline{x_2}\ \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\ \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2\ \overline{x_3} \end{aligned}$$

極大項表現

$$\begin{aligned} F_1(x_1,x_2,x_3) &= \overline{\overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1\ \overline{x_2}\ \overline{x_3} \vee x_1\ \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2\ \overline{x_3} \vee x_1 x_2 x_3} \\ &= (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \end{aligned}$$

2. **極小項表現**

$$F_2(x_1,x_2,x_3) = \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \vee x_1 x_2 x_3$$

極大項表現

$$\begin{aligned} F_2(x_1,x_2,x_3) &= \overline{\overline{x_1}\ \overline{x_2}\ \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\ \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}\ \overline{x_3}} \\ &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

3. 変形するより $M(x,y,z)$ の真理値表を作った方が早い.

極小項表現

$$F_3(x_1,x_2,x_3) = x_1 x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$$

極大項表現

$$\begin{aligned} F_3(x_1,x_2,x_3) &= \overline{x_1 \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1}\overline{x_2} x_3 \vee x_1 \overline{x_2}\ \overline{x_3} \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}} \\ &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \end{aligned}$$

2. 以下の表に示す関係が成り立つ論理関数がある。この時、$F_1(x,y,z)$、$F_2(x,y,z)$、$F_3(x,y,z)$ の Reed-Muller 展開を求めよ

x	y	z	$F_1(x,y,z)$	$F_2(x,y,z)$	$F_3(x,y,z)$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0

解答 (8 点 × 3 問)

$$
\begin{aligned}
F_1(x,y,z) &= 1 \oplus x(1 \oplus 1) \oplus y(1 \oplus 1) \oplus z(1 \oplus 0) \oplus \\
&\quad xy(1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0) \oplus yz(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0) \oplus zx(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0) \oplus \\
&\quad xyz(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1) \\
&= 1 \oplus z \oplus xy \\
F_2(x,y,z) &= 1 \oplus x(1 \oplus 0) \oplus y(1 \oplus 0) \oplus z(1 \oplus 1) \oplus \\
&\quad xy(1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0) \oplus yz(1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1) \oplus zx(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1) \oplus \\
&\quad xyz(1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1) \\
&\quad = 1 \oplus x \oplus y \oplus xy \oplus yz \oplus zx \oplus xyz \\
F_3(x,y,z) &= 0 \oplus x(0 \oplus 1) \oplus y(0 \oplus 0) \oplus z(0 \oplus 1) \oplus \\
&\quad xy(0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0) \oplus yz(0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0) \oplus zx(0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1) \oplus \\
&\quad xyz(0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0) \\
&\quad = x \oplus z \oplus xy \oplus yz \oplus zx \oplus xyz
\end{aligned}
$$

3. 次の (1) と (2) の論理式を NAND のみを用いて表せ。また、(3) と (4) の論理式を NOR のみを用いて表せ。ただしいずれも三段以下の論理構成で示すこと。

なお、NAND と NOR の表記法は以下の通りとする。

$$\begin{cases} NAND(x,y):\ \overline{x\cdot y}\text{を表す} \\ NOR(x,y):\ \overline{x\vee y}\text{を表す} \end{cases}$$

(例) $\bar{x}=\overline{x\cdot x}=$NAND($x$,$x$)

$$x\vee\bar{y}=\overline{\overline{x\vee\bar{y}}}=\overline{\bar{x}\cdot y}=\overline{NAND(x,x)\cdot y}=NAND(NAND(x,x),y)$$

(1) $\overline{x\vee y}$

(2) $x\oplus y$

(3) $(x\vee\bar{y})\cdot(y\vee\bar{z})$

(4) $x\vee yz$

解答 (6 点 × 4 問)

(1)

$$\begin{aligned}\overline{x\vee y} &= \bar{x}\cdot\bar{y}(\text{ド・モルガンの定理}) \\ &= NAND(x,x)\cdot NAND(y.y) \\ &= \overline{NAND(NAND(x,x),NAND(y.y))} \\ &= NAND(NAND(NAND(x,x),NAND(y.y)),NAND(NAND(x,x),NAND(y.y)))\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}x\oplus y &= \bar{x}y\vee x\bar{y} \\ &= \overline{\overline{\bar{x}y}\cdot\overline{x\bar{y}}}(\text{ド・モルガンの定理}) \\ &= \overline{\overline{NAND(x,x)\cdot y}\cdot\overline{x\cdot NAND(y,y)}} \\ &= \overline{NAND(NAND(x,x),y)\cdot NAND(x,NAND(y,y))} \\ &= NAND(NAND(NAND(x,x),y),NAND(x,NAND(y,y)))\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}(x\vee\bar{y})\cdot(y\vee\bar{z}) &= \overline{\overline{(x\vee\bar{y})}\vee\overline{(y\vee\bar{z})}}(\text{ド・モルガンの定理}) \\ &= \overline{\overline{(x\vee NOR(y,y))}\vee\overline{(y\vee NOR(z,z))}} \\ &= \overline{NOR(x,NOR(y,y))\vee NOR(y,NOR(z,z))} \\ &= NOR(NOR(x,NOR(y,y)),NOR(y,NOR(z,z)))\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}x\vee yz &= (x\vee y)\cdot(x\vee z)(\text{分配律}) \\ &= \overline{\overline{(x\vee y)}\vee\overline{(x\vee z)}}(\text{ド・モルガンの定理}) \\ &= \overline{NOR(x,y)\vee NOR(x,z)} \\ &= NOR(NOR(x,y),NOR(x,z))\end{aligned}$$

4. 論理代数方程式 $ax \vee b \leq c$ の解 x を求めよ。また、その場合の解が存在するための必要十分条件を求めよ。また可能な場合は式変形を施し、できる限り簡単な形で解答せよ。

解答 (5 点 × 5 問)

$$F(x) = \boxed{\boxed{\bar{a}\bar{b} \vee \bar{b}\bar{x} \vee c}}$$

とおけるので、

$$F(0) = \boxed{\boxed{\bar{b} \vee c}}$$

$$F(1) = \boxed{\boxed{\bar{a}\bar{b} \vee c}}$$

となり、これを用いることにより、解が存在する為の必要十分条件は、

$$\boxed{\boxed{\bar{b} \vee c = 1 \ (b \leq c \text{ も正解})}} \cdots (\ast)$$

と表される。この時、$(\ast)$ に留意して解を求める (任意の数を表す記号 α を用いて良い) と、

$$\boxed{\boxed{x = \alpha(\bar{a} \vee c)}}$$

となる。